



## 「学習」を始めよう

「日本の生産性は先進7カ国で最下位

週休3日は人材力向上の切り札になるか」

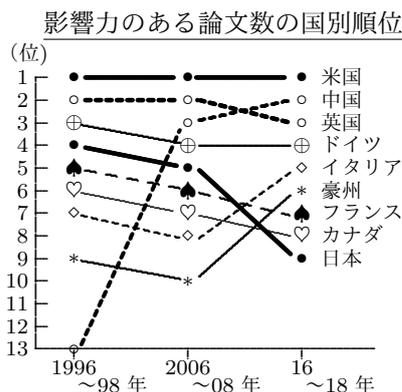
などという議論が未だに繰り返行われています。

日本生産性本部のHPにある「労働生産性の国際比較」の2020年版の概要には、1.日本の時間当たり労働生産性(就業1時間当たり付加価値)は、47.9ドル。OECD加盟37カ国中21位。2.日本の一人当たり労働生産性(就業者一人当たり付加価値)は、81,183ドル。OECD加盟37カ国中26位。3.日本の製造業の労働生産性(就業者一人当たり付加価値)は、98,795ドル。OECDに加盟する主要31カ国中16位。とあります。

確かに、労働の生産性が著しく低下していますが、その主要な原因がどこにあるのかについては、大きく見解が分かれています。労働時間の短縮、次々と変化する技術的要請に応えるための再教育システム、その他がこの国には不十分である、との見解は、何度も聞かされてきました。

しかし、この数年で、この国の労働の生産性の後退の主要な要因は、「科学立国の危機」(豊田長康著)や英「ネイチャー」誌が指摘する「この国の科学技術力の大幅な後退」にあることが明らかになってきました。この国の教育は、この指摘に真正面から応えなければならなくなっていたのです。殆どの経済学者・経済評論家・教育ジャーナリズムは、この点を全く理解していません。

現実を直視すべきです。『春夏秋冬 396号』に記した問題を解決しないで、何一つ、この国の閉塞と後退を解決することはできません。



文部科学省が8月10日発表した「科学技術指標 2021」によると、中国が米国を抜いて初めて首位となる一方、日本はインドに抜かれ、2桁台の世界10位に転落したそうです。

そうした流れの中で、『春夏秋冬』は、ICTとAIが飛躍的に進歩しつつある現代が要請する主要な教育目標は「知的創造的能力」であり、そのなかでの中等教育の具体的な目標は高等教育で高度な基礎科学力を修得するための思考力を形成することである、と主張してきました。

しかし、朝日新聞(7/16)は

教室「もっと広く」、文科省が通知へ

情報端末1人1台配備、手狭に

を報じました。

文部科学省は、全国の国公立学校で普通教室の面積を広げるよう、設置者である市町村教育委員会などに促す方針を固めた。今春から小中学生に原則1人1台の情報端末が配備され、より大きな机が必要になるなどし、教室が手狭になっていることが背景にある。

学校施設について議論する有識者会議で16日に教室の拡大方針を盛り込んだ中間報告案が示され、了承される見込み。文科省は8月までに都道府県などに通知し、来年度予算の概算要求に設置者への財政支援を盛り込む。

文科省によると、公立小中学校では普通教室の約7割が65平方メートル未満(平均は64平方メートル)。教室の広さについて国の基準はないが、1950年に校舎の大量整備のために示されたモデル(7メートル×9メートル)通りの教室が多いという。

国のGIGAスクール構想により、今春から多くの小中学校でパソコンやタブレット端末が1人1台配備されたが、いま使われている機の半数ほどを占める旧規格(60センチ×40センチ)では教科書と端末を同時に扱にくい。今後、新規格(65センチ×45センチ)を増やし、対応する電子黒板や保管庫も置くと、使えるスペースが狭くなる懸念があった。

中間報告案では、主に公立小中学校を念頭に増築による拡大を提案。また、少子化で普段使わない教室が増えていることをふまえ、壁を取り払って教室と教室をつなげたり、廊下との境をなくして広めに使ったりすることも例示した。改修ができない場合はロッカーを廊下に出す、余った教室を多目的に使えるようにするなどの工夫も盛り込む。

文科省は今後、新しい学校施設の具体的な姿を示す方針。多くの学校で必要になる老朽化対策と一体で行うことを提案する。直ちに対策が必要な築40年以上の公立小中学校は、昨年時点で約46%(面積ベース)に上るといふ。(高浜行人)

経緯は、以下の通りです。令和元年(2019年)12月19日、文部科学大臣 萩生田光一氏は、文部科学大臣メッセージ「子供たち一人ひとりに個別最適化され、創造性を育む教育

ICT環境の実現に向けて

～令和時代のスタンダードとしての1人1台端末環境～ 社会を生き抜く力を育み、子供たちの可能性を広げる場所である学校が、時代に取り残され、世界からも遅れたままではられません。

このため、文部科学省としては、1人1台端末環境の整備に加えて、来年度から始まる新学習指導要領を着実に実施していくとともに、現在行われている中央教育審議会における議論も踏まえ、教育課程や教員免許、教職員配置の一体的な制度の見直しや、研修等を通じた教員のICT活用指導力の向上、情報モラル教育をはじめとする情報教育の充実など、ハード・ソフトの両面からの教育改革に取り組みます。

この機を絶対に逃すことなく、学校・教育委員会のみならず、各自治体

の首長、調達・財政・情報担当部局など関係者が一丸となって、子供たち一人ひとりに個別最適化され、創造性を育む教育 ICT 環境の実現に取り組んで頂きますよう、心よりお願い申し上げます。

と言っていました。詳しくは、文部科学省

学校の授業情報環境整備に関する説明会 (2020/05/26)

「G I G A スクール構想の実現」とは

～学校情報化の目的と概略～

を参照してください。YouTube にあります。

文科省の現在の唯一の戦略は、「G I G A スクール構想」を実現することです。基本的には、「G I G A スクール構想」やそのための学校の整備そのものに反対ではありませんが、しかし現実には、プログラミング教育や英語四技能教育に時間を取られ、例えば理科では、製作・実験(飼育・培養を含む)、観察・測定・資料の整理など理科の授業の過半を占めるべき教育が軽視されます。また数学では、公理系(枠組み)やその限界の議論をさしおいて、確立している解法のトレーニングに関心を集中します。

『春夏秋冬 400 号』には、

例えば、合理的・科学的な表現を理解・展開するためには、全ての生徒に、中学では命題論理を、高校では述語論理を完璧な形で身に付けておかなければならない。そして、大学のいずれの学部においても、いずれかの段階で「不完全性定理」をしっかり学ばなければならない。

と書きました。現代の社会が要請する主要な教育目標は、「知的創造的な能力」であり、その上、『春夏秋冬 400 号』で書いた通り、中等教育の直接的目標は、大学などで行われる高度な基礎科学教育が十分可能であるように科学的思考力をつけておくことです。後の「命題論理とユークリッド幾何学」のところで、このことについて少し議論を追加します。

電磁気力と弱い力を統合するワインバーグ＝サラム理論で、1979 年にノーベル物理学賞を受賞したスティーブン・ワインバーグ氏が亡くなりました。氏の「科学の発見」(文芸春秋社 2016 年第 1 刷)は、近年の生命科学や情報技術の発展の議論には不十分ですが、歴史的な科学の発展のメカニズムが詳しく書いてあります。『春夏秋冬』には何度も引用してきましたが、読者の皆様にも、もう一度お読み頂きたい。科学の進歩の契機がよく理解できます。(過去の 2 回ほどの引用で、つい、書名の「発見」を「歴史」と書き間違えていました。目の前にある本の題名を間違えるほど、筆者の頭には、この本は「科学史」そのものだったのです。訂正して、お詫び申し上げます)

そうした視点からすると、中等教育で学習すべき基本的なことは数多くあり、それらを差し置いて、プログラミング教育や英語四技能教育を導入する合理的な根拠はどこにも在りません。

筆者の研究者としての作業の半分以上は、プログラミング(数値計算プログラム)に取られました。避けて通れない作業ではありましたが、それによって、自分が少しでも賢くなった、とは絶対に言えません。アルゴリズムの確立には、対象の本質的理解とそれなりの数学的分析を要しますが、その実証のプログラミングは、単なる試行錯誤の果てしなき繰り返しです。数え方によって大きく差がありますが、レベル 5 の自動運転プログラムは、百万行のプログラムを要す、と言われていました。筆者は多数のプログラムを書いてきましたが、例えば、内燃機関の排気を軸とした性能シミュレーションプログラムは、完成した段階で、FORTRAN で、本体が 5000 行、

OFF ラインで働く補助プログラムが 5000 行ほどのもので、完成に 1 年弱を要しました。目的・用途によって適した言語はどんどん変わり、実際の仕事で使ったプログラミング言語だけでも十数種類になります。

外見上の能力「即興力」「スキル」を軸に教育を構成するのではなく、全ての教育を主要な教育目標「知的創造的な能力」の発現に収斂<sup>しゅうれん</sup>する教育に編成し直さねばなりません。各種の入試や学力テストは、それらを阻害していますが、「G I G A スクール構想」も扱い方によっては、「即興力教育」、「スキル教育」、現代のバカになるための「受験教育」に大きく手を貸す危険性があります。

現在のこの国の教育は、ほぼ完全に「スキル教育＝技能教育」に偏しています。さらに具体的で極端な例で言えば、例えば PISA の読解力の検定では、コンピュータとの応答によって解答するテストになっています。キーボード入力 of 技能が欠かせません。したがって、PISA での読解力のランキングを上げるためには、小中学校で、キーボード入力をはじめとする端末の扱いの訓練を十分行う必要がある、となります。このことは、先に示した文科省の説明会でも指摘されています。

『春夏秋冬』では、何度も読解力テスト(RST:Reading Skill Test、「東ロボ君」プロジェクトのリーダーであった新井紀子氏が率いる読解力の検定テスト、コンピュータ端末で応答する)が、現実の読解力と大きく乖離していることを当塾の実験でも示していたことを報告しました。

さらに、『春夏秋冬 339 号』等で何度も、以下の様に書きました。

安倍元首相が 2014 年の OECD 閣僚理事会で「学術研究を深めるのではなく、もっと社会のニーズを見据えたもっと実践的な職業教育を行う。そうした新たな取り組みを、高等教育に取り込みたい」と演説しました。未だに、これを信奉する人が多くいます。安倍氏は、イノベーションを「既成の技術の組み合わせ」と見なし、市場をにらみながら、そうした技能を修得することが、学習・教育の課題である、とみています。ノーベル賞受賞の本庶氏はこれを「問題意識の低い発言」と言いました。こうした考え方は、安倍氏固有のものではなく、日本の多くの財界人や歴代政権の中枢部も、似たり寄ったりです。教育・学習を「受験偏差値競争」と見なし、非合理的競争に若者を駆り立てた結果が、この国の閉塞・後退を招いたのです。

初等・中等教育の「G I G A スクール構想」は、少なくとも外見的には、こうした「技能教育構想」と極めて親和性が強く、注意深く議論を進めなければ、多くの点で「知的創造的な能力」の育成の重大な阻害要因となります。

現状では、全面的な教育改革の展望は全く開けていませんが、それぞれの意欲・個性・能力に応じた教育がその実務的な解決策のはずです。そうした視点で見ると、既に少しずつ改革に向けて事態は進行しているようにも見受けられます。

朝日デジタル(7/21)は次のように報じました。

「高校時代に単位先取りの大学生、

早期卒業も 文科省方針」

高校時代に大学の授業を履修して単位を得て、その大学に入学した学生について、文部科学省は、4 年間で籍しなくても前倒して卒業できるように制度改正する方針を固めた。

文科省によると、2018 年度時点で、高校生を対象に通常授業の履修機会を提供している大学は全体の約 28% (211 校)。各大学が単位を付与する「科目等履修生」として学ぶ高校生は約 1500 人いた。

現行制度では、高校時代に得た大学の単位は、その大学に入れば単位としてカウントされるものの、卒業に必要な残りの単位を取得するのに最低でも4年かけなければならない。

文科省は今年度中に省令を改正して、来年度からは卒業に必要な単位を早期に取得できるようにし、各大学が学則を変更すれば、4年間在籍せずとも前倒して卒業できるようにする方針だ。学則変更について文科省は「個々の大学の判断になる」としている。

重要なことは、こうしたコースが、現状の様に、「競争と選抜」の論理に従属し、生徒の多様性・個性を否定したり差別したりして、結局創造的能力の育成に失敗しないようにすることです。競争で意義があるのは科学的実績だけです。何度も繰り返しますが、あくまでその選択の決定権は教育を受ける側にあり、教育する側は、詳細なシラバス等を少なくとも半年以上前に公開し、多様な生徒・学生のアクセスを受け付け、話し合わなければなりません。教育の機会均等は、教育を受ける側の基本的な権利であり、それは改革の必要条件です。しかも、創造性教育は、協働学習と相性が良く、したがって、個人指導に偏しない工夫が欠かせません。

いずれにしても、「即興力」の似非<sup>えいせ</sup>学力を志向する限り、中高六年一貫校が有利です。当塾は、現在が要請する主要な教育目標「知的創造的能力」の達成に向け、一貫して生徒の意欲と能力に応じた教育を行います。『中学数学基礎』や『中学理科基礎』は、一つの目標を示したものであり、前向きに取り組もうとする生徒には欠かせないものばかりです。その中でも最も重視した視点は、論理一貫性です。全ての塾生にこれを押し付けるものではなく、塾生個人の意欲と既得の能力に即してこれを柔軟に活用します。学習ごっこ時代は終わっています。(意欲ある)塾生募集中！

## 塾からのお知らせ

1 時代は、一人一人が自律的で知的創造的な存在であることを強く要請していますが、日本は、少子高齢化と人口減少の中で、低学力・低学歴社会となっています。

2 当塾は、それぞれの塾生の学習戦略を、個性を尊重して個別に話し合っ決めて。やむを得ず個人指導となることはありますが、しかし、教育も学習も、社会的な活動であり、協同学習のメリットを無視しては、優れた個性は絶対に育ちません。教室にとって、複数の生徒の存在と、教師の事前の万全の準備は、創造性教育の不可欠の条件です。

3 塾を休む時は、必ず保護者からご連絡ください。

授業は(話し合っ決めて)定刻に始まり、定刻に終わります。学習は、児童・生徒の本分であり、最も重要な活動だからこそ、リズミカルに楽しく続けます。

4 塾の月謝は、前納制です。月末に月謝袋をお渡しますから、当月の月謝は、最初の塾の日に納めてください。必ず、領収書を発行しますから、その日に確認してください。

## (意欲ある)塾生募集中 募集中のコース

少人数ですが、常時募集しています。詳細は、当塾のHP

を見るか、電話でお尋ねください。各学年、現在の学力は問いません。ひたすら、その学習意欲のみを問います。現在、中3は募集停止中です。

### 募集中のコースと月謝

\* 公立中学進学コース (小学5, 6年)

英語, 算数, (国語), (理科) 8,000円

独自のカリキュラムで英才を目指します。

\* 中学1年 英数コース 10,000円

国語は国語ゼミ, 理, 社は演習で学習します。

基礎からの指導を受けられます。

\* 中学2年 英数理コース 12,000円

社会は演習, 国語は国語ゼミに参加できます。

英・数は4以上の生徒が望ましい。

\* 中学3年高校受験コース 14,000円

英, 数, 理, 社, 国語ゼミ, 受験指導

カリキュラム構成は、塾生の成長・意欲、学校の状況変化に対応して、随時変化しています。現在は極少人数で個人指導となり、児童・中学生の授業は、曜日、時間、授業時間数についても要望に柔軟に対応することが可能です。ご相談ください。いずれの場合も月謝の変更はありません。

## しっかり考えよう

現在では、学習の「学」は、科学の「学」でなければ意味がない。しっかり考えよう。

- 1 日本の生産性は先進7カ国で最下位となった。韓国にも負けている。
- 2 ノーベル賞の受賞講演を日本語で行った益川氏は去り、ノーベル賞受賞候補者も、後数人しかいない。
- 3 世界大学ランキングで何とか36位にいる東大には、特任教授(任期付き)の類<sup>たぐい</sup>がやたらと多い。
- 4 躍進する中国は、義務教育段階での「学科類」と呼ばれる語学や数学などの校外補習を行う学習塾を非営利組織に転換させ、登録を義務付ける。一体何のため?
- 5 デンマークでは、小・中学校では、ペーパーテストが禁止されている。一体何のため?
- 6 文科省は未だに、「英語四技能」、プログラミングなど「技能教育」を掲げている。一体何のため?
- 7 知的創造的能力の育成には、「即興力入試」の撤廃が前提となる。その動きがあちこちに見られる。
- 8 創造性の源泉は多様性であり、科学的実績をもつ教師による基礎科学教育(大学学士課程まで)を地域で行おう。

## 命題論理とユークリッド幾何学

1 『春夏秋冬400号』には、

人には、学び、修得すべきことは無数にあるが、その軸は、現代が要請する「知的創造的能力」に不可欠な「基礎科学力」であるはずだ。これをしっかり見据え、着実に教育・学習を進めるべきだ。

例えば、合理的・科学的な表現を理解・展開するためには、全ての生徒

に、中学では命題論理を、高校では述語論理を完璧な形で身に付けておかなければならない。そして、大学のいずれの学部においても、いずれかの段階で「不完全性定理」をしっかり学ばなければならない。

と書いた。「命題論理」については、『春夏秋冬』に十数回にわたって取り上げている。特に、『春夏秋冬 344号』(2016年12月号)には、「命題論理」の概略を示している。是非そちらを見て頂きたい。

現在の筆者の知力・体力は、そのころに比べ随分低下している。しかし、間違いなく、この国の知力・体力の衰えの加速度は、それをさらに大きく上回っている。古い『春夏秋冬』を掲載し続けねばならない所以である。

残念なことだが、現在、この程度の教育さえ行われていない。『春夏秋冬 344号』では、以下の様にまとめた。

我々はここで「論理学」を完璧な形で展開、学習しようとしているのではない。中学生のレベルの論証にその知識を活用しようとしているだけである。上に述べたような立場を整理した「健全」で「完全」な論理学(公理系)が出来ることがわかっている。「健全」とはそれからあつては困るような結論がでてこない、ということであり、「完全」とはどうしても必要な全ての法則がそれから導かれる、ということである。一方、数学はそうした論理を援用しながら論証を進めていく。数学の議論の進め方も、公理系を立て、それを出発点にして演繹し、各種の定理、結論を導く。ところが、難しい話だが、もっとも基本的な「自然数」についてさえ、「完全な公理系は作れない」ことが証明されている(ゲーデルの不完全性定理、おおよその話は誰でも知っているが、厳密な証明は難しい。野矢氏の本にも証明は書かれている。野矢氏は、改定版で、以前の自分の証明が間違っていたことを記している。私の理解も全く不十分である)。中学生の数学であっても、「数学の学習」である限り、出来るだけ「公理」を明確にしながら、演繹する、という姿勢が重要である。例えば、問題をうまく解けなかったとき、いったい何が自分に欠けていたのかを反省しなければ、進歩はない。時間的制限などを別にすると、「どの部分の学習」が不十分だったのか、言い換えたらどれだけ「体系として数学を学習」していなかったのか、あるいは、それぞれの段階で根拠を明確にして議論していなかったか、と言い換えることが出来るのではないだろうか。一般的には公理系にこだわった学習は不毛な場合が多いが、数学の成り立ちから、少なくともまとめの段階では、出来るだけ統一した体系として筋道を立てて学習を進めた方が理解しやすい。目先のテクニックばかりに目を奪われずに、丁寧にゆっくり学習を進める方が近道である。

確かな命題論理の理解抜きで、ユークリッド幾何学が理解できるとは到底考えられない。しかしここでは、読者の多くは知っていることだが、同等な「命題論理」であっても、その公理の選択にはいろいろあっても良い、ということだけを書いておきたい。

表現を簡潔にするため、命題が「真」を数値1、「偽」を数値0で表す。我々に関心があるのはその命題の真偽だけだから、論理的な用語の意味を真偽を表す記号で表す。

命題論理は、以下の基本的な真理関数の定義から構成される。

否定		または(選言)		かつ(連言)	
$P$	$\neg P$	$P$	$Q$	$P \vee Q$	$P \wedge Q$
1	0	1	1	1	1
1	0	1	0	1	0
0	1	0	1	1	0
0	1	0	0	0	0

ならば(条件法)			同値		
$P$	$Q$	$P \Rightarrow Q$	$P$	$Q$	$P \equiv Q$
1	1	1	1	1	1
1	0	0	1	0	0
0	1	1	0	1	0
0	0	1	0	0	1

(注) 通常、命題  $P$  の否定は  $\neg P$ 、条件法の  $P \Rightarrow Q$  は  $P \supset Q$  を用いる。臨機応変に記号は用いる。

ところが、たとえば  $P \supset Q$  と  $\neg P \vee Q$ 、 $P \vee Q$  と  $\neg(\neg P \wedge \neg Q)$  などは等価であり、 $\supset$  あるいは  $\vee$  を一切使わない表現が可能である。したがって、命題論理の公理系には、別の表現がありうる。その他の理由を含めて、命題論理の公理系には、いろいろな表現がある。

2 一方、数学である「ユークリッドの幾何学」の公理系には、明示されない定義や公理が多く含まれているが、その多くは「定規とコンパスを公法通りに用いて描く作図」に代用されている。作図抜きには、「ユークリッドの幾何学」の原理を理解することはできない。その一側面を平行線の公理に見ることができる。少し長くなるが、『中学数学基礎』の引用によって、そのことを示す。

ユークリッドの『原論』の「幾何学に関する公理」は以下のものである。

(この前に「数学一般に関する公理」があるが、省略する。)

- 1 勝手な点と、これと異なる他の勝手な点とを結ぶ直線は、一つ、そしてただ一つ引くことができる。
- 2 勝手な線分は、これを両方への望むだけ延長することができる。
- 3 勝手な点を中心として、勝手な半径で円をかくことができる。
- 4 直角はすべて相等しい。
- 5 一直線が二直線に交わるとき、もしその同じ側にある内角を加えたものが二直角より小さかったならば、二直線はこの方向へ延長してゆけば、必ず交わる。

次に問題となることは、「これらは何を根拠にしているか」である。よくよく考えると、どうしても一つ図形の理論を組み立てる上で自覚していなかった公理が必要になる。

後の時代になって、『原論』のこの「幾何学に関する公理5」を「平面」の概念を超えて言い換えたのが「平行線の公理」である。

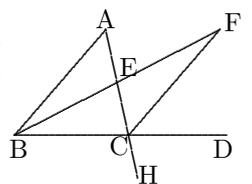
### 平行線の公理

直線上にない1点を通り、その直線に平行な直線はただ一つのみ存在する。

ここで、ユークリッドの公理5が「平面」において、「平行線の公理」と同値(同じ内容)であることを一通り(完璧であるかどうかの判別は読者に任せる)証明する。

はじめに、ユークリッドの『原論』の「一巻の16」の、「三角形の外角は内対角より大きい」を証明しておく。

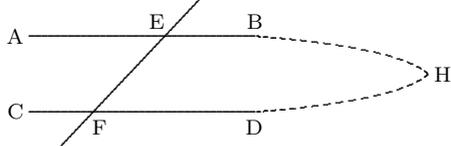
$\triangle ABC$  の  $BC$  の延長上に  $D$ 、 $AC$  の延長上に  $H$  を取る。 $AC$  の中点を  $E$ 、 $BE$  の延長上に  $BE=EF$  となる  $F$  を取る。 $\triangle AEB \equiv \triangle CEF$ (『原論』では、合同の議論は、平行線の議論より先行する)より、 $\angle BAE = \angle FCE$ 、すなわち  $\angle BAC = \angle ACF$ 。



よって、 $\angle ACD = \angle ACF + \angle FCD = \angle BAC + \angle FCD > \angle BAC$ 。同様に点  $E$  を  $BC$  上に取れば、 $\angle BCH > \angle ABC$ 。対頂角より、 $\angle ACD = \angle BCH$ 。よって、外角  $\angle ACD$  は、どの内対角より大きい。

これを用いて、ユークリッドの公理<sup>5</sup>から「平行線になる条件の定理」を『原論』にしたがって証明する。

直線 EF が 2 直線 AB, CD と交わり、錯角が等しい、即ち  $\angle AEF = \angle EFD$  とする。もし  $\angle BEF + \angle EFD < 180^\circ$  とすると、ユークリッドの公理<sup>5</sup>より、AB, CD は延長されて、B, C の側の H で交わる。 $\triangle HEF$  において、外角 AEF が内対角に等しくなり、ありえない。ゆえに AB, CD は延長されて B, D の側で交わらない。同様に、A, C の側でも交わらない。どちらでも交わらないから、2 直線は平行である。



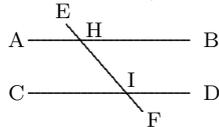
続いて、ユークリッドの公理<sup>5</sup>から「平行線の性質の定理」を『原論』にしたがって証明する。

直線 EF が平行線 AB, CD に交わり、 $\angle HID < \angle AHI$  とする。

そのとき、 $\angle HID + \angle BHI < \angle AHI + \angle BHI = 180^\circ$

となり、AB と CD は交わる。これは平行である

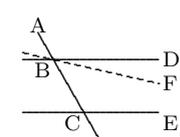
ことと矛盾する。よって、 $\angle HID = \angle AHI$



ユークリッドの公理<sup>5</sup>から「平行線の公理」を導く。

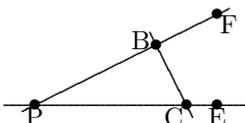
もし、B を通り、CE に平行な直線が BD 以外に存在し、それを BF としたとする。

BF が  $\angle CBD$  の中にあれば、 $\angle CBF + \angle BCE < 180^\circ$  となり、仮定に反する。BF が  $\angle CBD$  の外にあれば、BF と CE が、AC の左側で交わり、同様にして、仮定に反する。



したがって、B を通り、CE に平行な直線はただ一本だけ存在する。また逆に、「平行線の公理」からユークリッドの公理<sup>5</sup>も導ける。

点 D を通り BC に関して E と同じ側において、 $\angle BCE + \angle DBC = 180^\circ$  とすると、直線 BD は直線 CE に平行である。平行ではない場合は、もし右図のように交点 P と点 E が直線 BC の反対側にあつたとすれば、 $\angle BCE + \angle CBF > \angle BCE + \angle BCP$  ( $\angle CBF$  の内対角)  $= 180^\circ$  となって、仮定に反する。したがって、交点 P があれば、直線 BC に関し E と同じ側にある。



点 E と点 F が直線 BC と同じ側にあり、 $\angle BCE + \angle FBC < 180^\circ$  とする。このとき、 $\angle CBF < \angle CBD$  より、直線 BD と直線 BF は一致しない。したがって、「平行線の公理」から、直線 BF は直線 CE に平行ではない。よって、直線 CE と交わる。

このように見ていくと、「平行線の公理」、「ユークリッドの公理<sup>5</sup>」、「平行線の性質の定理」、「平行線になる条件の定理」は、中学生レベルでは同値である。今後、「平行線の性質」と「平行線になる条件」を真の命題とする。

しかし、1824 年頃、ガウスは、「平行線の公理」を「平行線も交わる」という公理に置き換えても幾何学として矛盾が発生せず、それどころかまったく新しい幾何学体系ができることを示唆した。この「平行線の公理」を否定した図形の学問(非ユークリッド幾何学)は 1929 年ころから次々と展開された。

既に、何度も平行線を用いてきたが、その作図法はどうなっていたのだろうか。ユークリッドの『原論』では以下のような様になっている。

一卷の 2 3 で「与えられた直線上の点において与えられた角に等しい角を作ることができる」を証明している。

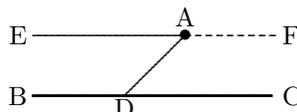
これには、3. 1 節の「作図と図形の学習法」で、『原論』の 一卷の 2 「任意の線分は任意の点の任意の方向に移動できる」ことと、後で述べる三角形の合同条件「三角形の対応する 3 辺がそれぞれ等しければ、2 つの三角形は合同である」を用いる。

一卷の 3 1 で、「与えられた点を通り、与えられた直線に平行線を引くことができる。」を証明している。

これには、 一卷の 2 3 と「平行線になる条件の定理」を用いる。

直線 BC 上にない点 A をとおり、BC に平行な直線を引くとする。

直線 BC 上に点 D をとり、 $\angle ADC$  と  $\angle DAE$  が等しくなるように半直線 AE を AD に関して、DB と同じ側に描く。EA の延長上に F をとり、AF を結ぶ。



平行線を描く実用的な方法は、BC 上に D と異なる点 G をとり、コンパスで、「平行四辺形になるための条件の定理」の 2 番目を用いて、コンパスで、平行四辺形 DGHA を描けば、 $DG \parallel AH$  となる。

ここまで学習すると、極めて面白いことに気づくだろう。『原論』では、 一卷の 3 1 になるまで、平行線の描き方は分からなかったのである。それにもかかわらず、このテキストのすぐ後の「三角形の性質」においても、平行線を利用している。平行線の引き方は知らなくても、「平行線の公理」によって、ただ 1 つの平行線が存在する、ということのみを仮定すれば、全ての議論は整合性を持って展開できるのである。「平行線の公理」が多くの定理とかなり異質な表現をしているのはそのためである。ユークリッドはそこまで論理一貫性を貫いたのである。

**3** 極論すれば、「命題論理」は、表現はいろいろあっても、単なる「言葉使いの枠組み」を提供するものであるが、一方「ユークリッド幾何学」は科学の進歩の一段階を示したものであり、不十分さがあるのは当然のことである。学習においては、その歴史的な発展の契機をしっかりと理解し、つぎの発展・創造性の契機を掴む必要がある。科学を確定し出来上がったものとしてではなく、歴史的なものとして学習することが、創造性に焦点を絞った教育・学習には欠かせない。すぐ役立つ、即興力として役立つという視点に全く価値がないわけではないが、そうしたことを軸に教育・学習を進めれば、その科学自身の進歩は鈍足を免れない。殆どの人が、大学学士課程やそれに相当する教育を受ける時代になりつつある現在、中等教育の教育・学習の軸は、できるだけ高度な基礎科学的な素養の育成に置かねばならない。

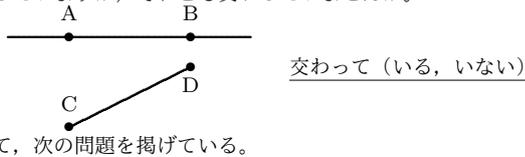
科学知と言えども文化であり、歴史的産物である。高校入試で、コンパスを持ち込んだ生徒を処分する、作図をプログラミングで代用する、などは、ユークリッド幾何学の抹消であり、科学の教育・学習、従って社会の進歩・発展の契機の否定である。教育の主要な目標が「創造性」にある現代では、歴史の展開は可能な限り簡潔を旨とすべきだが。

**4** 当塾の HP に例示している小学 5 年 1 学期向けの教材

「図形と分数」を参照頂きたい。

冒頭に、次の問題を掲げている。

- ① 図のように2つの直線、直線 AB と直線 CD があります。2つの直線は交わっていますか、それとも交わっていませんか。



続いて、次の問題を掲げている。

- ② 「2つの直線が平行」とはどういうことですか。平行という言葉の約束を言いなさい。(言葉の約束のことを定義といいます。)

①について、交わっている、交わっていない、のどちらに答えた生徒もいるだろう。②によって、問題の真意が明らかになる、という構成をとっている。複数の生徒が、意見を戦わせ、感覚として、定義が数学の構成要素として重要であることを理解するための問題である。一般に、数学にとって、図は補助手段である。図形の議論においてさえ、基本的には、定義された言葉によって、全ての議論は展開する。ユークリッド幾何学は、「幾何学に関する公理」で、直線と線分を明確に定義しており、①は、明らかに、交わっていると答えるべきだろう。しかし、本当にそのみが正解かどうかは議論のあるところだ。この2本の直線は、図では交わっているように見えるが、本当に交わっているかどうかは、分からない。平面図形であることさえ、明示していない。『春夏秋冬400号』で十分議論した通り、数学は、一切、見かけで議論を進めてはならないのだ。

小学5年生であっても、理解の深さは、各生徒に格段の相違がある。数人の生徒の中に一人でも、ちょっとでもそうしたことに関心を持てば、この段階でも、生徒の顔色を伺いながら、2で書いたような事柄を説明することもある。「鉄は熱い間に打て」という諺がある。そして、誰かが熱ければ、その熱は、他の人にも伝わる。対話型の教育には、生徒の優れた個性をみんなが共有する、という「創造性教育」の真価が発揮できる場を提供できる。多人数教育やオンライン教育では行えない。

「図形と分数」は、問題集ではなく、授業のためのテキストである。そこには、筆者の個性的で深い思いを込めている。簡単に言えば、対話型の互いに高めあう議論が成立するよう編集したテキストである。この同じテキストを使って授業を進めるにしても、授業の内容は、教師と生徒の能力によって大きく変わる。そうして、教師には、多様な生徒の能力に的確に対応し、レベルの向上に努める義務がある。授業は一般に、一回こっきりで完了するものではない。(学校や塾の)教師に許され、与えられた時間は一般に相当なもので、その全体を一体のものとして、生徒・学生の学力を形成すればよい。慌てず急がず、多様でしかも町々のレベルの生徒・学生のそれぞれが納得できるまで議論し、飛躍できるよう、授業は進めればよい。各生徒・学生の一つ一つの飛躍は、以後の学習の加速度を増し、より大きな飛躍の可能性をもたらす。これが協働学習のメリットだ。そのためには、テキストは教師自身によって書かねばならない。

- ⑤ 同様に、小学5年1学期向けの教材「図形と分数」には以下の問題を考察する。

- ③ 次の文は「対頂角は等しい。」ことを下の図を用いて説明したものです。に適切なことば、あるいは記号を書きなさい。

右図において、 $\angle a + \angle b$  は直線だから

$$\angle a + \angle b = \text{$$

おなじく、 $\angle c + \angle b$  も直線だから

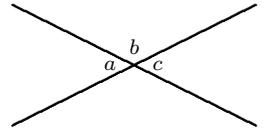
$$\text{} + \angle b = \text{$$

となる。上の2つの式から

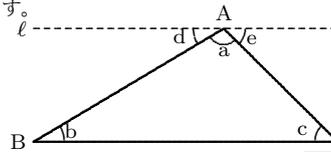
$$\angle a = \angle c$$

が得られる。

これは、対頂角が等しいことを意味している。



- ④ 「三角形の3つの内角の和は  $180^\circ$  である。」ことを下の図を用いて説明しました。空欄をうめなさい。ただし、直線  $l$  は点 A を通って辺 BC に平行な直線です。また、図のようにそれぞれの角度を  $\angle a$ 、 $\angle b$ 、 $\angle c$ 、 $\angle d$ 、 $\angle e$  とします。



直線  $l$  と辺 BC は平行だから、平行線のは等しく、

$$\angle b = \angle d$$

同様に

$$\text{したがって、} \angle a + \angle b + \angle c = \angle a + \text{} + \text{} = 180^\circ$$

よって、三角形の3つの内角の和は  $180^\circ$  である。

- ⑤ 多角形のまとめ、空欄をうめなさい。

多角形の内角の和、外角の和

- (1)  $n$  角形の内角の和は  である。  
 (2) 多角形の外角の和は、 度である。

以上は、小学5年生でも十分厳密に理解し、正解できる。したがって、教材「図形と分数」では、これらに続いて、多くの応用問題を解き、角度の計算に習熟する。

教材「図形と分数」では、つづいて、各種の作図を学習する。学習の要点は、作図の学習に、「図形の合同条件」の学習を前提としないことだ。しかし、角度の2等分にせよ、垂線の引き方にしろ、殆ど自明ではあるが、その根拠に「三角形の合同条件」や「相似な図形の性質」の定理などがあること、そしてそれらは、中学の図形の中心的課題であることを簡単に説明しておくべきである。

繰り返し書くが、ユークリッドの『原論』の一番目の定理は正三角形の作図の仕方であり、2番目の定理は任意の線分は任意の位置に「移動」可能であることである。『原論』は、「作図」を基礎に成立している。その作図とは、「定規とコンパスを公法通り使って図を描く」ことである。

さらに続いて、教材「図形と分数」では、分数の意味と分数の四則計算を学習する。分数の四則計算(特に通分)を完結するためには、「ユークリッドの互除法」が欠かせない。詳しい証明や意味は、『中学数学基礎』に書いているが、小学5年生では、その使い方の訓練に限定するのはやむを得ない。その限りで、小学5年生で、分数の計算は完結する。もっと言えば、有理数の演算は、小学5年生で完結する。

図形の合同と相似、それらの応用は、中2で完了するのが、自然なカリキュラムになる。