



先を見つめて

1 科学教育は、科学的にやらねばなりません。

「教育は暗記なり」という言葉を信奉する人たちが多数いる国もあるそうです。そうでなければ、国はまとまらないというのです。不幸なことです。

そもそも義務教育段階では、「教育とは暗記なり」というのが、ロシア人の常識(佐藤優氏)だそうです。

しかし、旧ソ連時代には、筆者が専門とした基礎物理学・応用数学の分野には、ランダウ、ミグダル、ポントリヤーギン、等々の無数の世界をリードした科学者がいました。一線を退いて30年もたつ筆者には、現在のロシアに超一流の基礎分野の科学者が多数いるかどうかは分かりません。

ところが、ICT(Information and Communication Technology)とAI(Artificial Intelligence)が著しい進歩を遂げつつある現在、人には、AIやAIを備えた自動システムだけでは処理できない課題、主要には人の「知的創造的能力」が欠かせない労働がますます増加しています。既に、製薬会社を始めとするいくつかの業種では研究開発に携わる人が半数を超えているようです。私たちの社会は既に、他の人との争い・競争ではなく、各個人の「知的創造的能力」の発現によって、個人とこの社会を維持・発展させることができるように変化しているのです。

朝日新聞は、3月11日、「13歳 数学スイッチ ずっとオン」を報じました。

神奈川県に住む13歳の少年 梶田光君は、完全数(自分自身が自分自身を除く正の約数の和に等しくなる自然数)に関わる7つの定理を発見しているそうです。

『春夏秋冬』では、「12歳の少年が書いた量子力学の教科書」の著者、近藤龍一氏について何度もコメントしてきました。そこには、通常のカリキュラムでは、大学3年生でなければ理解できない内容が書かれています。

これまでにこの国にも、数学・物理学だけに限らず、異才を持った多くの少年が多数出現し、そのうちの何人かは、大きな実績も出してきました。

しかし、この国の教育は、お世辞にも、現在が要請する主要な人の能力「知的創造的能力」を身に付けた圧倒的多数の人材の育成には成功していません。結果として、当塾の募集ピラで繰り返し指摘するように、この国の近年の科学的実績は惨憺たるものとなっています。

この国の論文の絶対数ランキングや、論文の質の高さを示す被引用数Top10%補正論文数ランキングは大きく低下し、人口当たりの修士・博士号取得者は、近年、主要国で日本だけが減っています。遂に、英教育専門誌タイムズ・ハイヤー・エデュケーションの「22年度世界大学ランキング」

(2021年9月2日発表)の上位200校には東京大(35位)、京都大(61位)の2校しか含まれず、中国10校、韓国6校、香港5校と差がついてしまいました。また、文部科学省「科学技術指標2021」(Top10%補正論文)では世界第10位となりました。

基礎科学分野の実績低下は、10年~20年後ぐらいの技術力の低下に直接結びつきます。特定の基礎理論が応用される、というのではなく、基礎科学分野で発揮された創造的能力と科学的認識が技術開発力の基礎を形成しているからです。すぐ役立つ技術、ちょっとした改良、当面の課題解決などもそれぞれ重要なことには変わりありませんが、歴史は、次代を担う基礎技術は、何らかの基礎科学の進歩を背景として開発されてきたことを示しています。半導体技術は、非相対論的(第二量子化を含む)量子力学の確立を背景として成立しています。現代では、間違いなく、技術進歩の確かな背景は、基礎科学の進歩です。

筆者は、いくつかの特殊事情によって、30歳で原子核理論の研究から熱機関の技術開発に転向しました。熱機関の具体的な各研究開発プロジェクトで直接議論した人は、合わせて30人以上になります。無礼を顧みず書きますが、彼らはいずれも超エリートのコースを経て研究開発職につき、結果として、全て工学博士の学位を取得しましたが、その全ての人に基礎科学的識見の浅さが気になりました(だからこそ、筆者をそれぞれの研究開発プロジェクトのメンバーに加えてくれたとも言えます)。大学、大学院で修得した基礎科学のレベルと現実の技術開発に必要とされる基礎科学的理解には大きな乖離があったのです。ちょっとしたアイデア、思い付きで解決あるいは開発が進む場合もありますが、一つの大きな戦略的に取り組まねばならない課題の成否は、結局はそのグループの基礎科学的・総合的な認識の深さ、あるいは、『春夏秋冬408号』で記したように自然や社会の階層的・統一的認識の深さに大きく左右されます。

ブレイクスルーをもたらすような技術開発は、2・3年であつた方が付くようなことは殆どありません。少なくとも、大学学士課程までの教育は、「知的創造的能力の育成」を主要な目標に、一貫して体系的に進めなければなりません。「即興力」を検定する各種の入試、学力テストは、その目標の決定的な阻害要因となっています。「テキパキと課題を処理する」という行為は、創造性とは無縁です。解決の直接的な参考資料はどこにもない、1時間や2時間をかけたぐらいでは何をどうしたらよいかさっぱりわからない。ここからが人の「知的創造的能力」が問われるところです。AIだけで処理できるものには、人は要りません。

当塾は、現代が強く要請する主要な教育目標「知的創造的能力」の育成に込める基礎教育は、地域が主体的に行わねばならないと主張してきました。地域が持つ多様性は、創造性の重要な源泉の一つだからです。ついでに記しておきますが、母語は、さらに重要な多様性の一つです。

当塾がある泉南市では、小中一貫教育を基本理念とする「泉南市立小中学校再編計画」なる立案・公開討論・複数案提示が進行しています。現在まで集約された概要は、市のHPでの動画で知ることができます。担当者を始めとした多くの人たちの多大な努力に敬意を表しますが、しかし「泉南市立小中学校再編計画」は、筆者が考える初等教育・中等教育・大学学士課程教育の主要な教育目標に十分答えるものとは、到底考えられません。

一つだけ問題点を指摘させていただきますが、現状の小学校の配置では、小学低学年生の通学には保護者の付き添いが欠かせません。保育所、幼稚園でも同様ですが、共働きあるいは一人親家庭には、過大な負担がかかっています。もっと子供たちを守る仕組みに人と予算を十分つければ、「知的創造的能力」に向けての教育など、夢のまた夢に終わってしまいます。

現代の教育の機会均等は、明らかに全ての学習者に意欲と既得の基礎科学的理解力に最適な教育を提供することを求めています。画一的なカリキュラムを児童・生徒・学生に押し付けることではありません。ましてや、小・中学校で完結するものではなく、全ての児童・生徒・学生に、大学学士課程を含めた個性に見合った「知的創造的能力」育成のプログラムに参画する権利が与えられるべきです。

現在、意欲と経済的に恵まれた多くの若者は、まずは(私立)中高六年一貫校を目指して“一流進学塾”で入試対策に取り組んでいます。そこでは、科学的認識の深さ(自然や社会の運動法則・仕組みや発展)ではなく、ひたすら雑多なモデル化された課題に答える「即興力」の育成を目標とした(技能)訓練が行われています。中高六年一貫校に入学すれば、さらにまたひたすら“一流大学”入試に向けた「即興力」の訓練を行います。こうして、日本の世界の大学ランキングはひたすら低下を続けてきました。

私立の中高六年一貫校の存在自身が悪いものではありません。私学を含めて殆どの教育機関が、現代が要請する主要な教育目標「知的創造的能力」の育成に真正面から取り組んではいけないことが問題なのです。全ての中等教育・大学学士課程教育は、「知的創造的能力」育成に早急かつ全面的に転換しなければなりません。

以上のように、今や、この国の再生・力強い発展の原動力は何かは、明確になっています。しかし、現在のところ、この国の現実の教育は(多くの国の教育も)、その「知的創造的能力」の育成に全く向いておらず、むしろ逆向きの圧力が強まっています。

現状では、個別的・個人的学校外教育によって、少しでも「知的創造的能力」獲得の教育・学習に取り組み、部分的にも実績を挙げ始めなければなりません。当塾は、全力で、これに取り組みます。強い意志を持って、「即興力」ではなく、「知的創造的能力」の獲得をめざす生徒を募集しています。何度も書いてきましたが、「知的創造的能力」の重要な源泉の一つは、その人やその人が属する社会の多様性です。多様性は、見方を変えれば、個性とも言えます。一貫して合理的な自分流の取り組みが、「知的創造的能力」の獲得に大きく寄与するはずですよ。

つづきは、「意欲と能力に応じた教育を！」を読んでください。

塾生募集中 募集中のコース

当塾のHPの最新の「折込ピラ」を見てください。
また、不明な点は電話でお尋ねください。

意欲と能力に応じた教育を！

① 「創造性教育」の視点で見れば、現状の教育は、ひたすら多くの生徒・学生に馬鹿になるように仕向けているかのようだ。繰り返すが、1時間や2時間で、解が得られるような課題にいくら適切に答えることができても、それは「知的創造的能力」と何の関係もない。何十回も引用した日本の誇る大数学者 岡潔氏の名言をもう一度書いておく。

「私は三日かからねば、つまり二晩寝なければ解けない

という問題から問題と呼ぶことにしている」

一つの課題にたいして、1時間や2時間ぐらい考えたとしても、それは、その人が修得した「処理法」の記憶を呼び覚ました程度のことであり、「知的創造的能力」の根幹である人類史上未解決の課題に対して合理的に深く考え、解を導くこととは殆ど無縁の作業である。

全く同様のことが、近年よく議論の対象になる「読解力」についても言える。読解力を一つの技能とみなす傾向は、「創造性教育」にとって極めて否定的な働きをしている。RST(Reading Skill Test)は、思考力とは無縁の愚物である。Skillは、およそ繰り返しの訓練次第でいくらでも伸びる。彼らは、そうした訓練によって、現代の学力「知的創造的能力」が身に付けられる、と考えているのだろう。おめでたい話だ。

彼らの間違いは、読解が、対象の本質的な理解とは無関係に可能である、という前提に立っていることである。現実の論文の読解は、論文が扱っている事柄について、必要な事前の理解が十分にあるかどうかに関わる。文章の形式的な成り立ちについての事前の知識など、あればそれに越したことはないが、それほど重要ではない。ただ、短時間で、要領よく主張を読み取るのには、そうした知識が役立つだけだ。

従来、創造性は何らかの偶然を契機に、出現するかの如く考えられていた。幸いいいチャンスに恵まれて、ノーベル賞級の実績を出すことができた、とか、もっと滑稽なのは、真面目な日々の学習(受験勉強)を通して磨いたスキルが新しい発見に導いたとか、予想されてきた。しかし、冷静に一つ一つの偉大な業績についてその経過を検討してみると、その業績に結びつくそれなりの因果関係・根拠があることが分る。受験対策にアップアップしながら全力を尽くした誰一人として、ノーベル賞級の偉大な実績を出した人はいない。即ち、「知的創造的能力」は、それに向けての確かな努力・環境・その他の条件が整わねば、獲得できないのだ。

アインシュタインでさえ、チューリッヒ連邦工科大学の受験に失敗したが、大学は、彼の才能を見抜き、大学の指導に従って1年努力すれば、入学を許可すると保障していた。それは、多くの人が行う1時間や2時間で多くの問題に正解する受験勉強とは全く違う。

しかも、目標とする大学への入試対策は、「知的創造的能力」獲得と何の共通項もないだけでなく、創造性や独創性、

それらの源泉となる人の持つ多様性の全ての芽を摘み取る役割を果たしている。

この国の教育を、かなり以前から、現代が要請する主要な教育目標「知的創造的能力」に向けて全面的に改変しなければならなくなっていたのだ。

とりわけこの国でこうしたことが特に問題となっているのは、他の諸国より先に、人口ボーナスの恩恵が早く終わり、少子高齢化の著しい進行の中でも、従来と全く同じ「競争と選抜」の論理と「即興力」教育を継続して、全面的な学力後退 → 科学技術力の後退 → 経済・労働の生産性の後退を招いてきたからだ。

2 『春夏秋冬 407号』では、以下の様に書いた。

教育改革は、民意の統一あるいは国家の意思があれば、容易に実施できると書きましたが、現実にはそこにはまだまだ遠い道のりがあります。しかし、これも何度も主張してきましたが、教育改革の主題は、教育内容の改革です。『春夏秋冬』では、過去、数学(算数)教育について、この10年だけでも、何度もしかも多くの提案を行ってきましたが、一向に改められてきません。ゆとり教育を境に、教育レベルの大幅な低下さえ強行されてきました。文科省が動くのを待つのではなく、あらゆるところで、教育内容の改革に取り組み始めるべきです。大学入試共通テストや府教育委員会の主導する各種学力テストや入試とは一線を画した、それぞれの児童・生徒の能力と意欲に最大限的確に対応した教育をあらゆる教育現場に導入する時です。

初等・中等教育は自力で通える距離に、大学学士課程の大学は自宅から通える距離に、少なくとも理系教育においてはそれぞれの意欲と能力に応じた最適の教育コース・カリキュラムを設定しておく必要があります。

また、中等教育においても、半年前にはシラバスを公開し、受講選択の指導はあっても、最終的には受講者の責任において受講する、という形式にすればよい。入学テストなどは、直ちに全廃するべきです。

この国にも、現在においても、次々と英才の卵は生まれています。その多くの人材は、現状の「競争と選抜」の論理の中で、次々とただの物知り程度の人に骨抜きにされています。各地域に、組織的にそうした英才を含む意欲と能力に応える教育を実施する体制を早急に整えなければなりません。

年齢と「即興力」で輪切りにした教育コースの設定は、現代の「教育の機会均等」に反します。教育の機会均等は、その人の成長を原則とします。「即興力」に対応した「競争と選抜」の論理は、完全に破綻しています。

これらを実現するためには、中高の少なくとも理系の教師には、基礎科学的実績を持った教師を大量に採用し、教育ノルマを週2日ぐらいに制限し、後は研究・開発に専念させる、という形態を導入すれば、多くの困難に対するかなり現実的な策となります。現状の科学的実績を持たない多くの教師は、教務の補助的任務に就ければよい。現在では、単に理論や解法を伝えるだけならば、生身の人間である教師は殆ど必要とはしません。

この国の多面的な閉塞を打開するには、科学技術の向上が必要であり、そのためには基礎科学教育の質的転換が欠かせません。直ちに、やれるところから着手すべきです。

これらは、この数年の一貫した当塾の主張であり、過去には何度も『春夏秋冬』でもっと詳しく書いてきた。それらを踏まえ、ここでは、さらに、いくつかの補足説明をさせて頂きたい。

3 以上の議論においても、教育改革の主題は、教育内容の改革である。指導要領に基づいた現在の教育レベルは、40

年前に比べて大きく低下している。それを実質的に補ってきたのが、中高六年一貫校である。ところが、中高六年一貫校は、大学入試対応を至上命題として、完全に「競争と選抜」の論理に毒され、高校教育を完全に「即興力」教育に歪曲し、科学の自然な発展・進歩に背を向けた偏った訓練に終始し、創造性豊かな多数の科学者の輩出にブレーキをかけてきた。

もちろん、教育体制・教育レベルがどんなに劣悪・低俗であっても、少数の才能豊かな優れた科学者は十分に育つ。しかし、構造的に多数の「知的創造的能力」を持った若者を育成することこそが、現代の主要な目標である。

筆者は公立の大学で、3年間、基礎電磁気学の講義を担当したことがある。この程度の大学にさえ、その入学者の多くは中高六年一貫校からの進学者であった。筆者の講義スタイルや講義内容に関する資料は、その大学の専任の先生のHPを借りて、掲載していた。その後、数件の要望に基づいて、当塾のHPに移し替えている。是非、参照頂きたい。

初日の講義は別として、次回の講義の概要、演習問題、簡単な実験などを記したプリントを毎回配布し、学生が講義に能動的に参加できるように工夫した。これは、学生の「知的創造的能力」の獲得に極めて重要である、と考えたからである。この資料も、当塾のHPにアップしているから、是非参照頂きたい。

筆者ががっかりさせる学生の発言は、無数にあった。「先生！理論ではなく、問題の解き方を教えてください」。筆者は、思わず次のように返答してしまった。「このカリキュラムの目標は、電磁気学の理論を理解することです」と。筆者は、基礎電磁気学が、歴史的経過を踏まえ、如何に成立したのかを、15回の講義で、一貫して説明し尽くすことを心掛け、講義メモを作成した。過去には、そうしたテキストがどこにもなかったからである(勿論、本格的な電磁気学史は多数ある)。これは、他の大学の学生や教師にも多く閲覧されていた。東大の物理学科の3年生の学生は、学生の研究会の資料に、これを引用していた。

この大学の教育が創造性教育に反する陳腐な教育になっていたのは、学生の多くが中等教育で「即興力」教育に馴染んでいたことによるだけでなく、大学は標準的な技術者養成を目標とするJABEE(Japan Accreditation Board for Engineering Education)のプログラムに参加しており、画一的な技能教育の徹底を図っていたことにもよる。消え入るほどにしか残っていなかった学生たちの創造性・独創性の芽を根こそぎ踏みつぶす教育が幅を利かしていたのだ。筆者は3年でやれることをすべてやり、その大学を去ったことを今も誇りに思っている。

平均的には、学生の基礎科学の理解は、この40年間で大きく後退している。『春夏秋冬 408号』で書いた通り、この基礎学力の後退が、現実の科学技術力の後退に大きく結びついている。筆者が教育学者や教育評論家を全く信用しないのは、彼らにこの視点が全くなく、現実を見ない空論を吐き続けているからである。

多くの大学の学士課程の教育レベルの後退は、中等教育の教育レベルの後退によってもたらされたのだ。中等教育レベルの後退は、「即興力」教育である入試対策的な教育による。この悪循環を断ち切ることなくして、この国の復活は絶対的にあり得ない。

4 2つのことを追加的に書いておかねばならない。

その一つは、如何に優れた教育システムが確立していたとしても、人生の途中で、自らの道を転換することもあり得

る。知的能力の進展は、必ずしも一本道ではないのだ。筆者も30歳で専門分野を大きく転換した。数々の困難にぶつかり、実績を出すまでにはかなりの時間を要するが、逆に、身に付けた他の競合する人たちとは異質な能力が、知的創造的活動にとって、極めて優位な資質として作用することもある。転向は、その人の多様性として機能するからだ。創造性教育は、現代の基礎科学と現代科学に至る科学史を踏まえ、綿密で統一的なカリキュラムを要請するが、個別的にはそれを逸脱した教育もまたあり得るのだ。

文系から理系へ、また理系から文系へ転向し、大きな実績を出している研究者も多数いる。もともと科学は、人類を取り巻く自然や社会を反映した人類が作り上げてきた歴史的産物である。現代の多くの課題は、文系・理系の境界というより、それらが融合した相対的に独自の領域にあるものが増えている。エネルギー問題は、その代表である。そのためにも、大学学士課程では、「知的創造的能力」の基礎となる広く高度な基礎科学教育を行っておかねばならない。

5 もう一つも追加しなければならない。

中等教育でも、「知的創造的能力」の実績を持った教員によらなければならない。ましてや、大学学士課程の高度な基礎科学教育には、それ以上に、実績のある研究者による教育を行わねばならない。

2018年度ノーベル生理学・医学賞受賞の本庶佑氏は、「アカデミアがシーズを生めば、長期的に、しかも桁違いの経済効果を生むことは歴史が証明している。基礎科学の発展こそ、大学における研究の使命である」と言っていた。この言葉は重い。この国の教育政策、科学技術政策には、この視点が決定的に欠如している。

大学学士課程は、「知的創造的能力」の基礎を確立する教育を行うところだ。「知的創造的能力」を目指した大学学士課程の教師には、その使命(実績)を部分的にも果たした研究者による教育が欠かせない。学士課程だけの大学の教師も主要な任務は研究であるとし、その一部が少しずつ大学学士課程の教育にも参画するようにすればよい。大学学士課程の学生には、現代が要請する主要な教育目標は「知的創造的能力」であり、学生は、自覚的に、自らの「知的創造的能力」の展開に備えた学習を心掛ければならないことを自らの経験を活用しながら、話していただきたい。

「即興力」教育など無駄を省けば、「知的創造的能力」育成の教育には、現状以上の経費はそれほど必要としないだけでなく、教育と研究の一体的な展開は、本庶佑氏のいうシーズを蒔き続けることができる。この社会が、その意志を持つかどうかにかかっている。

等速円運動と単振動

前回、図形の回転移動を、三角関数を用いて表現した。すなわち、中学数学におけるユークリッド幾何学の根幹部分の一つは合同変換であり、その発展としての文字式を用いる現

代の数学への橋渡しに、三角関数は不可欠であった。したがって一部の私立中学3年での三角比(＋三角関数)の導入は自然な流れである。一旦三角関数を手中にすると、他の分野への応用が無限に広がる。

ここでは、三角関数や微積などの考えを用いなくても、単振動の問題が解けることを示す。このことは、科学的認識の進歩は、一本道ではないことを示している。しかし、重要なことは、現実の科学は、歴史的・論理的な必然性に従って、進歩してきたことである。したがって逆に、科学を前進させるためには、この科学の進歩の必然性・法則性から学ばなければならない。言い換えれば、「知的創造的能力」を目指した教育・学習は、科学史から多くを学ばなければならないことを教えている。後付けの簡潔・統一的な論理構成で、現代科学を頭に叩き込むだけでは、「知的創造的能力」の育成には全く不十分なのだ。

1 力と運動の関係ー運動の法則

鉛直下方向に x 軸を考え、 $t = 0$ で $x = 0$ にある物体を静かに放し、 t_1 後に速さ v_1 、 t_2 後に速さ v_2 になっていたとする。物体に作用する力は重力 $f = mg$ で一定である。したがって $ft_1 = mgt_1 = mv_1$ 、同様に $ft_2 = mv_2$ となる。したがって t_1 と t_2 の間 $\Delta t = t_2 - t_1$ では $mv_2 - mv_1 = f\Delta t$ の関係がある。すなわち時間間隔 Δt の間に物体に力 f が作用すると、物体の mv は $mv_2 - mv_1$ だけ変化することがわかった。 mv は運動量と呼ばれる物理量で、運動する物体の運動の規模を表す量で、質量、速度の積である。同じ速さでも質量が大きいほど、また同じ質量でも速さが速いほど運動の規模は大きいという感覚と一致する。速度はベクトル量だから運動量 \vec{p} もベクトル量である。

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

力もベクトル量であり、これを時間間隔 Δt だけ作用させたとき $\vec{f}\Delta t$ を力積という。したがって、 $mv_2 - mv_1 = f\Delta t$ は重力の場合、運動量の変化は力積に等しい、ということが出来る。力は一般に時間とともに変化する。したがって力が一定と見なしうる時間間隔 Δt について

$$\Delta\vec{p} = \vec{f}\Delta t$$

といえる。重力は大きな半径の地球が物体を引く力で、地表での少々的高低は重力の大きさに影響を与えないはずである。したがって、上の議論はどんな一定の力に対しても同様の関係が成り立つと予想される。すなわち、どんな力の変化があっても、時々刻々の力の変化が小さいと見なされる間は「運動量の変化は力積に等しい」ということが成り立つ、と考えられる。質量が一定だとすると、 $\Delta\vec{p} = m\Delta\vec{v}$ だから、 $m\Delta\vec{v} = \vec{f}\Delta t$ となる。単位時間あたりの速度の変化、すなわち加速度を $\vec{a} = \Delta\vec{v}/\Delta t$ として、 Δt を充分小さいとすると、次のニュートンの運動の第二法則が成り立つ。

ニュートンの運動の第二法則

$$m\vec{a} = \vec{f}, \quad (\text{質量 [kg]} \times (\text{加速度 [m/s}^2\text{)}) = (\text{力 [N]})$$

もちろんニュートンの運動の第二法則はこんな簡単な道筋で確立していったのではない。ニュートンは、ガリレイの考えを定式化し、天体に關するケプラーの法則を背景として万有引力の法則と一体として理解を深めていったと考えられている。英国では、ニュートンは科学史上最大の功績を挙げた人だ考えられているが、それを誰も否定できない。この運動の法則は現代の物理学の最も根本的な考え方であり、出発点でもある。それが、どの程度の「真理」であるのかは、それが現実の現象をどの程度解釈でき

るかにかかっており、「特殊相対性理論」が提唱されるまではその地位は不動のものであった。

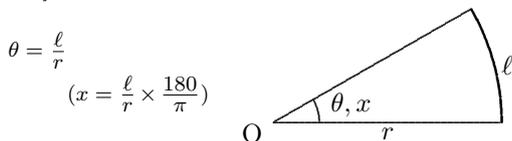
2 等速円運動

あまりにも大きな課題，力と運動の関係を理解するためには，多くの実験と多くの例題を通して理解を深める必要があるが，ここでは，前号の『春夏秋冬 408号』の続きの話題として，等速円運動のみを『中学理科基礎』にしたがって，議論する。

(『中学理科基礎』は，残念ながら，この数年殆ど改定をしていない。当塾での需要がなかったからだ。)

平面内で，一定の速さで円運動をする点を考える。

円運動を記述するためには，角度の表現を簡潔な表現に変更しておかねばならない。図のような扇形を考え，その中心角を θ とする。中学までは角度を度数法(何々度という表現)で表していたが，角度は扇形の半径 r と弧の長さ l の比で表しても良いことがわかる。すなわち $\theta = \frac{l}{r}$ を角度の定義としても良いことがわかる。こうした角度の表現を「弧度法」といい，角度には単位は本来要らないものであるが，度数法と区別するため，何々[ラジアン]という。 x 度 \longleftrightarrow θ ラジアン の対応表を書いておく。



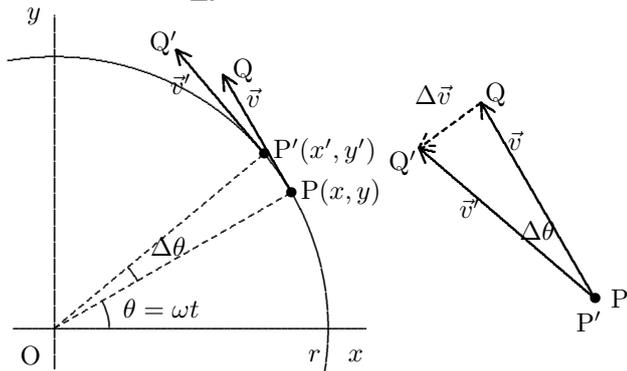
度数法(度)	弧度法(ラジアン)	度数法(度)	弧度法(ラジアン)
0	0	$\frac{180}{\pi}$	1
30	$\frac{\pi}{6} \sim 0.625$	180	$\pi \sim 3.14$
60	$\frac{\pi}{3} \sim 1.047$	360	$2\pi \sim 6.283$
90	$\frac{\pi}{2} \sim 1.570$	x	$\theta = x \times \frac{\pi}{180}$

以上は『春夏秋冬 407号』の復習であり，以下は，等速円運動における力と運動の関係である。

点Pが半径 r の円周上を一周するのに時間 T [秒]かかったとする。単位時間(1[秒]間)に進む角度を角速度といい， ω で表す。今の場合， $\omega = \frac{2\pi}{T}$ となる。点Pの円周上を進む速さは $v = \frac{2\pi r}{T} = r\omega$ となる。「等速円運動」はこの半径 r と角速度 ω が一定である，ということができる。

それではこのとき，加速度はどうなっているだろうか。

点Pが微小時間 Δt [秒]後に点P'に移動したとする。それぞれの自転の速度は \vec{v}, \vec{v}' とする。角度の変化は $\Delta\theta = \omega \times \Delta t$ である。速度の変化について，速さが一定であることから，速度の変化は向きの変化だけである。向きは $\Delta\theta$ だけ変わるから，速度の変化量の大きさは $v\Delta\theta$ で，円の中心を向いている。単位時間(1[秒]間)あたりの速度の変化が加速度だから，加速度の大きさは $a = \frac{v\Delta\theta}{\Delta t} = v\omega = \frac{v^2}{r}$ で，向きは円の中心である。



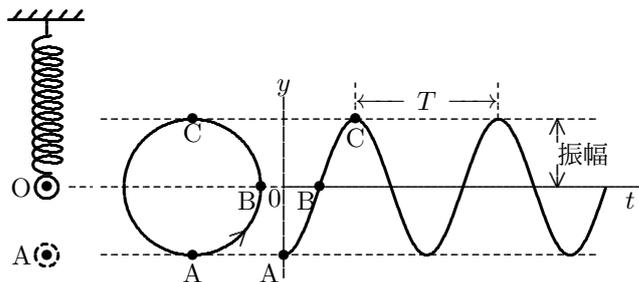
等速円運動では常に円の中心に向かう加速度 $a = \frac{v^2}{r} = r\omega^2$ がある。もし点Pが質量 m [kg]の質点ならば，運動の法則 $ma = f$ に従って，継続的に円の中心に向かって $f = ma = \frac{mv^2}{r}$ の力を作用させなければならない。糸におもりをつけて振り回すと，おもりは円軌道の外に飛び出そうとする。これを，遠心力ということもある。遠心力は外部から糸に加えられた力ではなく，円運動を継続するということはその中心に向かって加速度を与えていることであり，それを与えなかったときは慣性の法則で(円の接線方向の)等速直線運動となる。円運動をさせるとあたかも円軌道の外に向かって力が働いたように感じるのである。こうした力を一般に慣性力という。遠心力は慣性力の一種である。そのため，運動を継続させるためには遠心力と同じ大きさで向きが逆の力が必要になる。これがここで求めた $f = \frac{mv^2}{r}$ である。これは，外部から，糸に与えられる力である。

等速円運動によって運動方程式 $ma = f$ が検証できる。

弦巻バネの先にひもを結び，ひもの他端に質量 m のおもりをつけて滑らかな水平面の上を一定の角速度 ω で回転させ，そのときの遠心力を測定すればよい。回転半径，角速度 ω ，おもりの質量 m をいろいろ変えると $f = \frac{mv^2}{r}$ がかなりの精度で求まる。したがって，等速円運動の場合は $f = ma$ が成立していることがわかる。既に，自由落下については運動方程式が正しいであろうことを知っている。それではこれで，一般に運動方程式は正しいことを検証したことになるだろうか。あるいは，こんな実験と考察でニュートンの運動方程式ができあがってきたのだろうか。何事も偉大な功績の陰には，多くの人たちの英知，苦闘，茨の道がそこにあったはずだが。

3 単振動を解く。

固定した天井から弦巻バネでおもりが下り下げられ，図の点Oで釣り合っていたとする。おもりを点Aまで下方に引っ張り静かに離すと，おもりは上方に引っ張られ上昇するが，平衡点Oを過ぎると，おもりに加わる合力が下方を向き，上向きは減少し，点Oに関して点Aと対称な位置点Cで止まり，その後下方に落ちて行く。上下方向だけのこの運動は，あたかも円周上を一定の速さで運動している質点の上下方向だけを見てることと同じである。これを，横軸に時間 t ，縦軸に平衡点Oから上向きの変位を y とすると，図のようなグラフとなる。



位置，速度など運動を指定する全ての状態が全く同じ状態をくりかえすとき，これを周期運動という。弦巻バネで天井からつるされたおもりは，周期運動をする。同じ状態にもどる最小の時間を(基本)周期という。周期は何処で測っても同じはずである。

1秒間に何度同じ状態になるかを振動数という。周期 T と振動数 n は

$$n = \frac{1}{T}$$

の関係にあり，振動数の単位は[1/秒]=[Hz](ヘルツ)である。関西の家庭電気の交流の振動数は60Hz，関東は50Hzである。

バネは，「伸びに比例した伸びの逆向きの力を与える」ことがわかっている。図のように，釣り合いの状態を点Oとする。バネの自然な長さを l_0 ，

それが長さ l になったとき釣り合っているとすると、バネの力はバネ定数を k とすると $k(l - l_0)$ 、質量 m のおもりの重力は mg だから、

$$mg = +k(l - l_0)$$

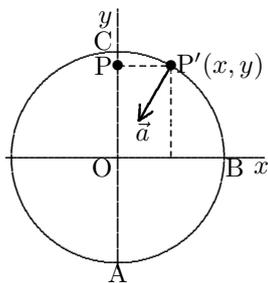
である。図のように、釣り合いの状態の点 O を原点にとり、上向きに y 軸をとる。力の向きも上向きを正にとる。伸びは $(l - y - l_0)$ となるから、おもりに加わる合力は

$$f = k(l - y - l_0) - mg = -ky$$

となる。このように変位に比例し、変位に逆向きの力が働く場合、図のような滑らかな振動が発生することがわかっている。この振動を単振動という。単振動の周期はこの場合、おもりの質量とバネ定数だけで決まることわかる。同じ振幅の振動を考えると、強い(硬い、 k が大きい)バネ、質量が小さいおもりの場合、運動法則 $ma = f$ から考えて加速度は大きく、周期は短くなることが理解できる。逆に、大きな質量、弱いバネを用いると周期は長くなる。

なぜ、弦巻バネにつり下げられたおもりは単振動を行うかを説明しておこう。

右図において、点 P の運動は円 O の周上を一定の角速度で回転する点 P' の運動の y 軸への垂線との交点の運動であることをいう。



角速度一定の円運動の加速度は既に学習した通り、点 P' から円の中心に向かい、大きさは $a = r\omega^2$ であった。この y 成分の大きさは $a_y = -\omega^2 y$ となる。運動している点 P には質量 m の質点があるとすると、この質点には y 軸方向に $f = -m\omega^2 y$ の力が働いていけばよい。今の場合、 $f = -ky$ だから、 $k = m\omega^2$ である。すなわち、角速度は $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ の回転に相当する振動が起こることになる。これより、振動の周期 T は $T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ となる。

運動方程式 $ma = f$ は、 $f = -ky$ のとき、完全に解けたのだ。繰り返すが、一般に運動方程式は、位置の二次微分方程式を解かねばならないが、単振動については、等速円運動を利用して、中学生でも実質的に解くことができたのだ。そして、その背後には、弧度法と三角関数があることを確認できる。

4 運動方程式 $ma = -ky$ を直接解いてみる。

一般の斉次の定数係数の二次の常微分方程式の解法は無数にある。

$$\text{微分方程式 } \frac{d^2y}{dt^2} + a\frac{dy}{dt} + by = 0, \quad a, b \text{ は実定数}$$

$$\text{固有方程式 } P(\lambda) = \lambda^2 + a\lambda + b = 0$$

固有方程式が虚根 $\alpha \pm \beta i$ (α, β は実数で、 $\beta \neq 0$) のとき

一般解は、 $y = e^{\alpha t}(c_1 \cos \beta t + c_2 \sin \beta t)$, c_1, c_2 は実定数

前掲のばねの問題の微分方程式は

$$\frac{d^2y}{dt^2} + \omega^2 y = 0, \quad \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\text{固有方程式の解は } \lambda = \pm \omega i$$

微分方程式の一般解は $y = c_1 \cos \omega t + c_2 \sin \omega t$

初期条件: $t = 0$ のとき、 $y = -r, \frac{dy}{dt} = 0$ を適用すると、

$$\text{求める解は } y = -r \cos \omega t$$

これは、前掲のグラフそのものだ。

理系・文系によらず周期性を持った系について、大学1年

生では数学のこの程度の理解は不可欠である。そして、多くの学生には、さらに系の発展や安定性についての数学的モデルの理解へ進まなければならない。数学は自然・社会の科学の言葉である。

5 さらに、中学3年で学ぶ力学的エネルギー保存の法則が、単振動についても成り立つことを確認しておこう。

バネ定数 k の弦巻バネにつり下げられた質量 m の物体には合力 $f = -ky$ の力が作用した。したがって外部から力を作用させ、この力に逆らって $y = 0$ から y までバネを変形させるには $\frac{1}{2}ky^2$ の仕事をする必要がある。すなわち、バネが y だけ伸びたときのバネの中に蓄えられている質量 m の物体の位置エネルギーは $\frac{1}{2}ky^2$ ということになる。従って力学的エネルギー保存則は

$$\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}ky^2 = \frac{1}{2}ky_0^2, \quad y_0: \text{はじめのバネの伸びと表せる。}$$

一般に物体の変形によって物体内に蓄えられているエネルギーを弾性エネルギーという。したがって、バネの位置エネルギー $\frac{1}{2}ky^2$ は、弾性エネルギーである。

物体は微小な変形 y に対して、その変形に比例して、変形の向きと逆の方向にもどろうとする力が働く傾向にある。すなわち、弦巻バネの場合と同じように、 $f = -ky$ の関係が成り立つ場合が多い。この法則を「フックの法則」という。あらゆる場合、フックの法則は変形 y が限られた範囲でのみ有効であることは当然のことである。こうして、多くの物体の振動も単振動を行っていると考えたらよい場合が多い。

一般の振動を考えると、単振動のように滑らかでも単純でもない。しかし、周期運動である限り、単振動とそれらの整数倍の振動数を持ったいくつかの単振動の和(重ね合わせ)で表すことができる。(これは純粋に数学的問題で、大学での楽しみだ。)

6 我々は、三角関数や微積の知識が全くなくても単振動を解くことができることを知った。さらに単振動を使って、ニュートンの運動の法則 $ma = f$ のチェックを行うこともできることを知った。

すなわち、大げさに表現すれば、原理的には、真理に到達する筋道は必ずしも1つだけが存在するのではなく、複数のルートがあり得る。もっと言えば、科学的な真理は、より簡潔で、より普遍的・公理的な表現があり得る。

しかし、科学を、人類が発展させ進歩してきた歴史的産物としてみれば、そこには科学のリアルな存在がクローズアップされる。我々が、「知的創造的能力」の結実として、基礎科学的認識の進歩や深さを問題とするならば、その発展の歴史、即ち科学史は「知的創造的能力」の獲得の重要な契機を与えてくれる。

繰り返すが、現代が要請する主要な教育目標は「知的創造的能力」であり、それに対応した教育は、できるだけ多くの若者に、「知的創造的能力」の獲得に向けた教育を行わねばならない。それは、基礎科学の発展の論理・歴史を無視しては成立しない。「即興力」、技能訓練とは全く異なる教育戦略に基づいた教育が極めて重要となっている。