



## 確かな先を見つめて

この国の科学技術力と労働の生産性の全面的後退に対して、経済産業省が5月に発表した「未来人材ビジョン」では、詳細は後で議論しますが、教育改革の着手には「残り時間は、あと数年しかない」と言っています。しかしもうその時には、全ては決着し、資本と人材は、海外へ流出し、日本は外国の草刈り場となり、現在以下の二流国になっているでしょう。

改革は遅々として進まず、多くの若者は、入試や技術改革の前線で、ひたすら「即興力」を求められ、これからの多くの若者に求められる「知的創造的能力」を持った人は、ごく限られた人のみとなり、多くの若者は創造性や独創性と言う視点では、使い捨ての人材となります。どんな局面でも、大なり小なり人の関与は必要ですが、技術は日進月歩であり、技能はすぐに自動化され、生涯あくせくして新しい技能の修得に駆り立てられることとなります。そして、最終的には、結局は、生産・物流の現場では、最初から、全自動にデザインされるようになります。現実の多くの工場や倉庫は、既に全自動で稼働しているものが多くなっており、人には、一方では、自動化できないあるいは自動化してはならない即興力が、そして主要にはAIなどだけでは処理できない「知的創造的能力」が問われることとなります。

この国に、「残り時間は、あと数年しかない」などとのんきなことを言っている余裕はありません。文科省が動かないのならば、各地域の教育委員会、公立・私立の中学・高校・大学が連携して、広範な生徒・学生に能力と意欲に応じた「知的創造的能力」育成のプログラムを実施する必要があります(イメージは『春夏秋冬412号』を参照されたい)。

当塾は、そうした中で、自らの将来に活かせるような、即ち、能力と意欲に相応しい授業が実現したときに、十分対応できる能力の育成を目標に授業を行います。

## 現代が要請する教育を！

1 朝日新聞(2022年7月2日)は、記事  
「中学の理数授業少ない世代、特許出願数少ない  
研究チームが警鐘」

を掲載した。その全文を紹介する。

中学で理数科目の授業時間数が少なかった世代は、特許出願数も少ない。そんな研究結果を、神戸大学経済経営研究所の西村和雄・特命教授らのチームが1日に発表した。「日本の研究開発能力の低下は、背景に学習指導要領の改訂があることを強く示唆している」としている。

研究チームによると、2020年に調査会社を通して国内の研究・技術職の人にアンケートを実施し、5千人から有効回答を得た。

その結果、中学時代に理数科目の授業が840時間あった52~60歳(調査時点)の世代は、1人あたりの年間特許出願数が0.156件だったが、授業が735時間に減った40~51歳は、出願数が3割ほど減って0.108件に。さらに授業が減った31~39歳は、出願数もさらに少なかった。

研究チームは16年にも別の調査会社を使って同様の調査をしている。特許出願数は一定の年齢を過ぎた頃から増えるが、年齢と出願数の関係をみると、今回の調査は前回からちょうど4歳ほど年をとるかたちで、同様の傾向が見られた。このことから、出願数に世代が関係していることが確認できる、としている。

研究チームによると、中学の理数科目の授業時間数は、高校生になってからの数学や物理の「得意度」に影響し、それが研究開発能力につながっていると考えられるという。

中学の理数科目の授業数は、「ゆとり」をテーマにした学習指導要領が1981年度に実施されて以降、要領が改訂される度に減っている。また、特許出願数を国別にみると、中国や米国は増え続けているが、日本は2005年をピークに減少傾向にある。

研究チームは「教育政策の変更は長期的な視野に立ち、効果を検証した上でしないと、一国の経済成長に大きな負の影響を与えかねない」と訴えている。

研究チームのリーダーは、神戸大学経済経営研究所の西村和雄・特命教授で、西村氏は、あの衝撃的な報告『分数ができない大学生』(1999年)などで日本の教育レベルの低下を指摘してきた人だ。日本はその後、全面的な「ゆとり教育」に突入した。その結果が、目に見える形で現れるのに、20年かかったとも言える。

短い新聞記事だけで、しかも、教育を「授業時間数」に、研究開発の実績を「特許出願数」に限定した議論であり、多くのことは言えないが、「中学の理数科目の授業時間数は、高校生になってからの数学や物理の“得意度”に影響し、それが研究開発能力につながっている」ことを社会的な手法で明確に示した初めての報告と判断できる。

中学校での「授業時間数」には、一部には「即興力向上」「入試偏差値向上」などを部分的に含むかもしれないが、優れた教師による優れた科学教育(「知的創造的能力」を目指す教育)も含んでいるはずであり、それが極めて限られた「特許出願」という実績にも反映したものと解釈できる。

いまさら言うまでもなく、この国の「知的創造的能力」の全面的な後退は、英国の大学評価機関「クアクアレリ・シモンズ(QS)」の世界大学ランキングや、タイムズ・ハイヤー・エデュケーション(THE)の世界大学ランキングなどからも議論の余地はない。この国の「特許出願数」の減少は、この

国の「知的創造的能力」の後退の一つの指標でもあるのだ。西村氏らの報告は、それが中等教育の在り方「ゆとり教育」の一つの帰結でもあった、と指摘したのだ。勿論「ゆとり教育」の功罪はそれだけではない。年齢(学年)を基礎に、画一的で低レベルの、しかも「即興的」な能力を押し付ける指導要領と入試制度の下では、「ゆとり教育」は、若者の「知的創造的能力」をことごとく圧殺するよう機能してきた。若者の自らに相応しい(個性に応じた)教育を受ける権利を圧殺してきたのだ。即ちそうした視点の延長上には、単に「特許出願数」の減少にとどまらず、21世紀に入って世界で2番目に多くのノーベル賞を受賞してきた日本は、この数年受賞者が減少しており、後10年もすれば、ノーベル賞を受賞する人はいなくなるかもしれない、とまで予想されている。

さらに情報を追加すれば、全ての日本人のノーベル賞受賞者は、日本の大学を卒業した人たちで、少なくとも40年ほど前までの日本の基礎科学教育は、それほど悪いものではなかったことを物語っている。

ウィキペディアには、次のように書いてある。

安倍内閣で新設した教育再生会議(内閣府設置会議)において、初めてゆとり教育の授業時間が問題視される。教育再生会議の報告書(第1次:2007年1月24日 第2次:2007年6月1日)において、「授業時間の10%増(必要に応じて土曜日授業の復活)」などが盛り込まれ、安倍内閣骨太の方針2007には授業時間数の1割増が明記された。そうして2008年には、今までの内容を縮小させていた流れとは逆に、内容を増加させた学習指導要領案が告示され、2011年~2013年に完全に施行された。マスコミは、この改定された教育のことを「脱ゆとり教育」と称している。

しかし、これも何度も引用したが、当の安倍晋三氏は、2014年のOECD閣僚理事会で以下の様に主張していた。

「学術研究を深めるのではなく、もっと社会のニーズを見据えたもっと実践的な職業教育を行う。そうした新たな取り組みを、高等教育に取り込みたい」。

安倍氏は、イノベーションを「既成の技術の組み合わせ」と見なし、市場をにらみながら、そうした技能を修得することが、学習・教育の課題である、とみているのだろう。(ノーベル生理学・医学賞受賞の)本庶氏はこれを「問題意識の低い発言」と言ったのである。

科学・技術の分野での創造性をどう見るかは、『春夏秋冬297号』、『春夏秋冬309号』をはじめ随分議論してきた。日本のロケットの父と言われる糸川英夫氏の古い受験参考書「糸川英夫の入試突破作戦」を媒介にして、デカルト、ポアンカレなどの既知の理論の機械的な組み合わせの考えを批判した。

今回も、本庶氏の言葉を引用する。

「アカデミアがシーズを生めば、長期的に、しかも桁違いの経済効果を生むことは歴史が証明している。基礎科学の発展こそ、大学における研究の使命である。」

「知的創造的能力」の実績ある科学者の言葉は、ある意味、天の声(囁き)だ。逆に、確かな実績のない人が科学技術について何を言っても、それは何のリアリティーもない。創造性は、単に頭が良い人が創造性を発揮できる必然性はどこにもない、言い換えれば持ち合わせる情報量(記憶力)や論理的な演繹や帰納の能力ではなく、飛躍やもっと極端

なコペルニクス転回に近いものだ。

やるべきことをやらなければ、即ち現代が要請する主要な教育目標「知的創造的能力」育成に向けての教育に真正面から取り組まなければ、この国の大学のランキングや科学技術力は間違いなくどんどん低下し、結果として、労働の生産性は国際比較で大きく後退を続けていく。特許出願件数の後退は、そうした大きな科学技術力の後退傾向の一局面を反映したものに過ぎない。

2 7月20日の朝日新聞によると、文部科学省は7月19日、今年の科学五輪(第54回国際化学オリンピック、第63回国際数学オリンピック、第52回国際物理オリンピック、第33回国際生物学オリンピック、第18回国際地理オリンピック)がそれぞれ開かれ、日本代表の中高生21人がメダルを獲得した、と発表した。その中で、この10年の日本代表メンバー302人の男女比を国立研究開発法人・科学技術振興機構(JST)が調べたところ、女子が16人(5.3%)にとどまることがわかった。科学オリンピックを推進するJSTは、今後、様々な取り組みを通じて女子を増やす意向だ。

各オリンピックは、歴史も違い、そのバックアップ体制には相当の差がある。中でも、数学オリンピックは歴史も古く、そこで優秀な成績を残した何人もの人が、日本で活躍していることも知れ渡っている。

しかし、「この10年の日本代表メンバー302人」で表現されるように、科学の前線は極めて広大でますます多様化しているにもかかわらず、極めて少数の若者が代表として選ばれている。さらに、オリンピックは、「競技」であり、如何に工夫した高度なレベルの課題であっても、問われるのは「即興力」であり、その対策は、本質的に「入試対策」と全く同じ性質のものである。

人類にとって、ますます世界は複雑で、解決困難な問題が現れてきている。エネルギー問題、食糧問題、温暖化をはじめとする環境問題、ウイルスなど健康にかかわる問題、90歳を超える平均寿命に伴う各種の問題、そうした全ての問題に、人類は「知的創造的能力」が問われるようになっていく。科学五輪の延長上には、そうした現実への解はない。

近い将来、「知的創造的能力」は、毎年十数万の規模で、少なくとも同世代の三分の一の人たちが、「知的創造的能力」を要する労働につかねばならない、と予想する。AIやAIを備えたロボットだけでできることは、極力、自動化を推進しなければ、コストがかかり過ぎ、と言う時代になる。

3 「未来人材ビジョン」(経済産業省)が5月に発表された。科学技術と教育について、多くのデータの分析と提言が行われている。関心のある人はその全文を参照頂きたい。テレビ朝日「正義のミカタ」(7/23)でも取り上げられたが、本質的な議論はなかった。

以下に「教育」の項目に限って、その一部をコピーする。デジタル時代では、教育を

①「知識」の習得と、②「探究(“知恵”)力」の鍛錬という2つの機能に分け、レイヤー構造として捉え直すべきではないか。

学び手は、「知識」の習得と、「探究力」の鍛錬、という2つのレイヤーの間をらせん状に循環しながら、自らの能力・スキルを高めることができる。

「知識」を習得するレイヤーでは、デジタルを基盤に、企業や大学等の教育プログラムを共通の知として整備することで、誰もが年齢や居住地を問わずにアクセスし、個別最適な学びを実現させるべきである。

「探究力」を鍛錬するレイヤーでは、社会課題や生活課題の当事者として、課題の構造を見極めながら、自分に足りない知恵を集め、異なる他者との対話を通じて、協働的な学びが行われるべきである。その際、世の中の社会課題を機敏に感知するスタートアップの知見を教育にも取り入れる必要があるのではないかと。

高等教育の頂点たる日本の大学院教育を受けた博士人材の社会的評価が埋没している可能性がある。博士人材自身が早期に社会に出て企業実務に貢献することや、社会人が年齢に囚われず博士課程に入り直すことを促す中で、大学と実業の双方で多様なキャリアパスを実現するべきではないかと。

イノベーションの創出や事業の変革が企業の生き残りのために不可欠となる時代が訪れている。高度な専門性と全体を俯瞰する能力をもとに新しい価値を創造する人材として、博士人材を積極的に活用しようとする動きが出てきている。社会全体でこの動きを広げていくべきである。

こうした教育の変革は、これから初めて社会に出る人のためだけのものではない。特に高等教育課程では、既に社会に出た働き手のスキル転換やキャリアアップにも役立つよう、必要な時に入り直し、学び直せることも重要となる。

そして、変革の責任を、教育機関だけに押し付けてはいけない。学校の教員の負担は、国際的にも高い水準にある。企業は教育に主体的に参画し、現場と二人三脚で「あるべき姿」へと変革していくべきではないかと。大学経営に参画したり、高専を新たに設立する企業の動きも出てきている。こうした動きを加速させる必要があるのではないかと。

今すぐ取り組み実現できるものと、10年がかりでしか実現しないものがある。難しいがゆえ、時間軸を意識して、具体的な変革に直ちに着手することが必要である。

初等中等教育から高等教育に至るまで、その在り方自体が根本から変わるべきとの指摘もあった。しかし、2040年のあるべき教育システムを実現するためには、2030年代の教育が変わる必要がある、その枠組みを変えるには2020年代前半に大きな変化を起こす必要がある。残り時間は、あと数年しかない。

一人ひとりの認知特性・興味関心・家庭環境の多様性を前提に、時間・空間・教材・コーチの組み合わせの自由度を高めるため、教育システム改革に今から着手することが必要になる。以下が教育に関わる「結語」である。

デジタル化や脱炭素化といったメガトレンドは、必要とされる能力やスキルを変え、職種や産業の労働需要を大きく増減させる可能性がある。こうした中、未来を支える人材を育成・確保するには、雇用・労働から教育まで、社会システム全体の見直しが必要がある。

これから向かうべき2つの方向性を示したい。

① 教育課程編成の一層の弾力化や、多様な人材・社会人が学校教育に参画できる仕組みの整備など、時間・空間・教材・コーチの組み合わせの自由度を高める教育システムの改革に向けて更に議論を深めるべきである。

② 高校においては、全日制や通信制を問わず、必要に応じて対面とデジタルを組み合わせることができるように転換すべきである。

③ 公教育の外で才能育成・異能発掘を行おうとする民間プログラムの全国

ネットワークを創設すべきである。

④ 「知識」の獲得に関する企業の研修教材や大学講義資料等は、デジタルプラットフォーム上で解放を進め、誰でもアクセスできる形で体系化していくべきである。これにより、教員の方々のリソースを、「探究力」の鍛錬に集中させることができる。

⑤ 大学・高等等における企業による共同講座の設置や、自社の人材育成に資するためのコース・学科等の設置を促進すべきである。

改革方針①の教育課程編成の一層の弾力化や、多様な人材・社会人が学校教育に参画できる仕組みの整備など、時間・空間・教材・コーチの組み合わせの自由度を高める教育システムの改革に向けて更に議論を深めることには、完全に同意できるが、当塾が主張する現代が要請する主要な教育目標「知的創造的能力」を一言で「探求力」と矮小化し、その「探求力」が「イノベーションの創出や事業の変革」をもたらす、という筋書きは、全く現実的ではない。教育を①「知識」の習得と、②「探究（”知恵”）力」の鍛錬、という2つの機能に分け、レイヤー構造として捉えるとは、人を第一段階で知識と即興力を「競争と選抜の論理」を用いて分断し、カスのように残った一部の「エリート」に、「イノベーションの創出や事業の変革」を期待することとなる。

7月29日、朝日新聞は、

4年ぶり理科 正答率低下 全国学力調査「探求学習」に課題を特集した。社説にも「授業の改善 促す支援」があった。

理科の探究について、左巻健男氏（東京大非常勤講師）の以下の紹介がなされていた（グラフは省略、氏はこれが必ずしも探求力のチェックになっていると言っているのではない）。

…… 日中の気温変化が晴れと曇りで異なることをグラフで示し、読み取れることを選択する小6の問題は正答率が82%と高い。グラフの形が明確に違って分かりやすかったのだろう。

だが、晴れた夜の気温変化を示す問題は65%。問題文は異なる意見が出た会話で、「気温は変化しないと思う」という発言に合うグラフを選ぶ必要があるが、誤って深夜にかけて気温が下がる選択をした児童が多い。自分でプロットしてグラフを作る経験があればより正答は増えるだろう。

中3では物体に働く力を矢印で示す最も基礎的な問題の正答率が15%。力は見えないので難しいが、物体に働く全ての力を矢印で書かせるなどして中1で身につけないと先へ進めない。

その次の設問は分かりにくい。「磁気ばね」にかかる重さを増やしていった実験結果のグラフが比例か否かで2人の意見が異なったため、追加の測定内容を考えて証明する問題。正答率44%、無回答29%。きちんと数値と範囲を示さないと正答と扱われない。…

彼らの「探求力」とは、精々上記のものだ。人の能力を、全て「スキル」としてとらえるこうした考え方は、原理的に「知的創造的能力」と全く反する理解である。こうしたことはどこの国でもやっていることであり、その競争に負けたからこそ、日本は二流国に転落したのだ。日本の再生は、一貫した「知的創造的能力」の育成を目指さない限り、あり得ない。残り時間は、あと数年しかない。当塾の教育改革政策を『春夏秋冬412号』で是非検討いただきたい。筆者は、現代の教育改革は、主要には、教育内容・目標の改革であると認識している。「知的創造的能力」の育成の一点に焦点を絞り、それに応える教育体制を整備すべきだと主張している。

## 創造性教育を！

1 セルフコンテインド (Self-Contained) を御存知だろうか。日本語では「自己充足的」と訳されており、物理学などでは日常的に、それだけで議論は一貫する、と言う意味に用いられている。

『春夏秋冬 412 号』において、芳沢光雄氏の著書「新体系・中学数学の教科書 上, 下」, 「新体系・高校数学の教科書 上, 下」を創造性教育の視点から高く評価したが、今一度、隅々まで再読してみた。非常によく書かれており、ところどころに、筆者(由良)も知らなかった巧妙な証明も散見された。これらの本は、「知的創造的能力」育成の視点から間違いなく、検定教科書や多くのテキストより優れている。

しかし、テキストで用いられるいくつかの定理が、「証明は大学の微分積分の範囲」, 「証明は本書の範囲を超える」とかを理由に、証明なしに用いられている。この本は、「セルフコンテインド」ではないのだ。一方、最近の大学で用いられているテキストでも、それらについて、多くの場合曖昧なままで議論を進めているものが増えてきている。

ますますそうした傾向が強くなってきた原因は明確である。大学院入試を含め、小学上級生教育から大学学士課程教育までの全ての教育が「即興力」テストである入試対策に流され、現代が要請する主要な教育目標「知的創造的能力」の育成を蔑ろにした結果である。「即興力」と「知的創造的能力」の間に因果関係があろうとなかろうと、とりあえず「即興力」テストである入試を突破しなければ、その人の先はない、と多くの人が信じていることが、「即興力」→偏差値教育を助長している。

「即興力」を鍛え、「競争と選抜の論理」に勝ち抜く、そうした人が多いほど、その社会は分断され、急速に不安定化する。これが、ハーバード大学白熱教室 マイケル・サンデル教授の「実力も運のうち 能力主義は正義か？」(マイケル・サンデル著 鬼澤忍訳 早川書房 2021 年 4 月初版発行)の主要なテーマだった。

以下は筆者の要望だが、中・高の教科書には、用いる全ての定理について、最低でも、付録でいいから完全な証明を示すか、それが無理なら完全な証明が書いてある文献、あるいはネット上のサイトを示しておくべきである。現状の画一的な検定教科書では、「知的創造的能力」の育成を目指した教育を行うことは、とても無理な時代となっている。

知的創造的能力の育成に、どんなに優れた教育制度を整備したところで、自学自習・自助努力の要素は非常に大きい。それを通じて、個性や独創性も育つことも多い。先を急ぐあまり、あるいは、現実への適用に重点を置くがため、理論の首尾一貫性とか理論の歴史的・発展的視点が軽視される傾向が強くなっている。

2 『春夏秋冬 412 号』では、ユークリッドの互除法を媒介にして、整数の重要ないくつかの議論を行った。ここで

は、平方根の計算法を媒介にして、議論を進める。

平方根(ルート)の数値計算は、基本的には電卓で用を足すが、簡単なことだから計算法(開平という)も知っておいた方がよい。勿論、塾生は三年生のはじめに 20 分ほどでこれを練習する。使っている間に論拠はだんだん自然とわかってくるものだ。この方法の利点は、解が十進数の有限小数であらわせるとき、有限回の操作で厳密にその解を得ることができることである。以下は、この 30 年と変わらない、『中学数学基礎』のコピーである。

例として、 $\sqrt{26.245129} = 5.1234$  を求める。

2 乗して 26 以下でできるだけ大きい整数 5 を見付ける。 $5 + 5 = 10$ ,  $26 - 5^2 = 1$  を求める。差 1 に 0.1, 0.01 の位の数 2, 4 を下ろして、124 とする。124 以下で  $10 \bigcirc \times \bigcirc$  が最大となる  $\bigcirc = 1$  を見いだす。 $10 \textcircled{1} + \textcircled{1} = 102$ ,  $124 - 10 \textcircled{1} \times \textcircled{1} = 23$  を計算する。差 23 に 0.001, 0.0001 の位の数 5, 1 を下ろして、2351 とする。2351 以下で  $102 \bigcirc \times \bigcirc$  が最大となる  $\bigcirc = 2$  を見いだす。 $102 \textcircled{2} + \textcircled{2} = 1024$ ,  $2351 - 102 \textcircled{2} \times \textcircled{2} = 307$  を計算する。

				5	.	1	2	3	
				5	.	1	2	3	
				26	.	24	51	29	
				25	.	24	51	29	
				1	.	0	1	24	
				1	.	0	1	01	
				1	.	0	2	23	51
				1	.	0	2	20	44
				1	.	0	2	4	3
				1	.	0	2	4	3
				1	.	0	2	4	6
				1	.	0	2	4	0

以下の分かりやすい場合に対応する考察から、その計算法は十分理解できる。特定の場合ではあるが、どんな 0 でない十進数  $s$  も適当な数  $10^{2n}$  ( $n$  は整数) を掛けて、 $1 \leq s < 100$  にすることができるから、議論の一般性は失われない。

$s (s > 0)$  の正の平方根  $x$  の整数部分を  $a_0$ , 0.1 の桁を  $a_1$ , 0.01 の桁を  $a_2$ , 0.001 の桁を  $a_3$ , 0.0001 の桁を  $a_4$ ,  $\dots (a_1, a_2, a_3, a_4, \dots$  は  $0 \leq a_k \leq 9$  の整数) とすると、

$$\begin{aligned}
 x &= a_0 + a_1/10^1 + a_2/10^2 + a_3/10^3 + a_4/10^4 + \dots \\
 s = x^2 &= (a_0 + a_1/10^1 + a_2/10^2 + a_3/10^3 + a_4/10^4 + \dots)^2 \\
 &= a_0^2 + (2a_0 + a_1/10^1) \cdot a_1/10^1 + (2a_0 + 2a_1/10^1 + a_2/10^2) \cdot a_2/10^2 \\
 &\quad + (2a_0 + 2a_1/10^1 + 2a_2/10^2 + a_3/10^3) \cdot a_3/10^3 + (2a_0 + 2a_1/10^1 + 2a_2/10^2 + 2a_3/10^3 + a_4/10^4) \cdot a_4/10^4 + \dots \\
 &= a_0^2 + (2 \cdot 10^1 a_0 + a_1) \cdot a_1/100^1 \\
 &\quad + (2 \cdot 10^2 a_0 + 2 \cdot 10^1 a_1 + a_2) \cdot a_2/100^2 \\
 &\quad + (2 \cdot 10^3 a_0 + 2 \cdot 10^2 a_1 + 2 \cdot 10^1 a_2 + a_3) \cdot a_3/100^3 \\
 &\quad + (2 \cdot 10^4 a_0 + 2 \cdot 10^3 a_1 + 2 \cdot 10^2 a_2 + 2 \cdot 10^1 a_3 + a_4) \cdot a_4/100^4 \\
 &\quad + \dots
 \end{aligned}$$

小数点を中心に 2 桁ずつ区切って順次下の 2 桁を下ろしながらそれぞれの段の積を引いていく様子を確認して欲しい。この開平は、厳密な解に収束する手続きとなっている(一段進む度に、差の上限が一桁ずつ小さくなっていく)。

アルゴリズム風に書くと

$$s = a_0^2 + r_0, \quad b_0 = 2a_0 \text{ からはじめて, } (0 \leq a_k \leq 9 \text{ の整数})$$

$k = 1, 2, 3, \dots$  について、以下となる。

$$r_k = 100r_{k-1} - a_k(10b_{k-1} + a_k)$$

$$\text{ただし, } a_k \text{ は, } 0 \leq r_k < 10b_{k-1} + 2a_k + 1$$

$$b_k = 10b_{k-1} + 2a_k$$

(注)  $r_k$  は余りだから,  $0 \leq r_k$

$a_k$  を 1 増やしたとき、

$$(100r_{k-1} + a_k)(10b_{k-1} + a_k) + r_k < (a_k + 1)(10b_{k-1} + a_k + 1)$$

でなければならない。これより、 $r_k < 10b_{k-1} + 2a_k + 1$

したがって、 $r_k$  が余りである条件は  $0 \leq r_k < 10b_{k-1} + 2a_k + 1$  計算法 (アルゴリズム) が正しいかどうかはプログラミングを行えばすぐ確かめられる。塾生の中には、簡単なプログラミング言語が使える人もいるだろう。自分でプログラムしてみれば、多くの問題が発生し、したがって多くのことを学べる。数学を含む科学の学習は指導要領に従ったカリキュラムを着実にこなすことが全てというのではなく、自分の興味があることに執拗に食らいついていく、という姿勢も欠かせない。小学高学年から、実用的なプログラミング言語を学習するべきだと考えているが、正規の授業への導入はずっと先のことになる。上記の手続きをプログラムする (コーディングする) のは、アルゴリズムが理解できている手慣れた人には数分でできるかもしれないが、初心者にはちょっと難しい。

この級数  $x$  は、有限の  $k$  で終了するか、全ての  $k \geq 1$  について  $0 \leq a_k \leq 9$  より、簡単に収束することが言える。

有限の  $k$  で終了するときは、勿論、 $x$  は有理数となるが、筆者は、無限に続くとき、どんな級数が無理数となるか、を明確に主張できない。

例えば、全ての  $k$  について、 $a_k = 1$  のとき、

$$x = 1 + 0.1 + 0.01 + 0.001 + \dots = \frac{10}{9}$$

は有理数である。

入試問題に簡単に答えるには、有効数字 2 桁ではちょっと不足の場合がある。上の開平を行っても良いが、繰り返しの方法によって近似値を得た方が簡単な時もある。以下もこの 30 年間変わらない『中学数学基礎』の説明である。

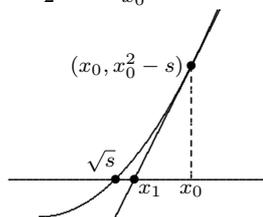
例えば、 $x = \sqrt{2}$  をもとめるには、 $x_0 = 2$  からはじめて、

$$x_1 = \frac{1}{2} \left( x_0 + \frac{2}{x_0} \right) = \frac{3}{2} = 1.5$$

$$x_2 = \frac{1}{2} \left( x_1 + \frac{2}{x_1} \right) = \frac{17}{12} = 1.4166\dots$$

$$x_3 = \frac{1}{2} \left( x_2 + \frac{2}{x_2} \right) = \frac{577}{408} = 1.41421\dots$$

原理は簡単で、 $x^2 = s, (s > 0)$  の解とは、 $y = x^2 - s$  のグラフで  $y$  が 0 になる  $x$  であることを用いる。塾ではこの関数のグラフ、およびグラフ上の点での接線の傾きを学んでおり、 $x = x_0$  での傾きは  $2x_0$  である。したがって点  $(x_0, x_0^2 - s)$  における接線の式は  $y - (x_0^2 - s) = 2x_0(x - x_0)$  である。これより、近似値を  $x_0$  とするとその改良した近似値は、 $x_1 = \frac{1}{2} \left( x_0 + \frac{s}{x_0} \right)$  となる。全く同様に、順次  $x_2, x_3, \dots$  が得られる。



```
#include <stdio.h>
main(){
double s=2.0,x=2.0; int i;
for(i=1;i<=3;+i){
x = (x + s/x)/2.0;
printf("%f ",x);}
}
```

この方法は一般に「ニュートン法」といわれ、証明はしないが、誤差は「二次収束」で、急速に真の値に近づく方法である。上に、C 言語の例を示す。(塾生で C, Fortran, Java など自分で学習したい人は申し出て頂きたい。塾の授業についてこれる人ならば誰でも、その概略は簡単に修得できる。) 2 次収束とは、解を  $\alpha$ 、第  $k$  段の近似値および誤差を  $x_k, \epsilon_k$  とすると

$$\epsilon_k = x_k - \alpha, \quad \epsilon_{k+1} \sim \epsilon_k^2, \quad (k = 0, 1, 2, \dots)$$

ということである。~ はおおざっぱな近似という程度の意味。Newton 法は解の近くの曲線の傾きが求まれば、常に計算できる極めて一般的な方法である。

さて、この数列は、間違いなく  $\sqrt{2}$  にどんどん近づいてい

くが、逆に、この数列から、極限が無理数になることを直接証明することは難しい。

3 上記のような議論が必要になるのは、 $\sqrt{2}$  や  $\sqrt{3}$  が無理数であるからだ。有理数とは、「 $\frac{p}{q}$ ,  $p, q$  は整数」と表せる数のことである。例えば『中学数学基礎』では、例題として、「 $\sqrt{3}$  が無理数であることを証明せよ」として、以下の様に問に答えている。(本文の方では、教科書で使われている論法を用いている。)

$\sqrt{3}$  が有理数だと仮定する。

$$\sqrt{3} = \frac{p}{q}, \quad p, q \text{ は整数}$$

両辺を平方して、

$$q^2 = 3p^2$$

左辺は素因数 3 は偶数個でなくてはならないが、右辺は奇数個でなければならない。これは矛盾である。したがって、 $\sqrt{3}$  は無理数である。

この証明では、本文での証明における「 $p, q$  は互いに素」の条件は不要である。

極めて簡単である。『中学数学基礎』では、その他、 $a + b\sqrt{c}$  ( $a, b, c$  は有理数) 型の無理数の多くの議論を行っている。

しかし、有理数の平方根などを含まない無理数は無数にある。有理数も無限個あるが、「有理数全体の集合は可算集合である」、即ち「有理数は可付番である」(全ての有理数には、自然数の集合と一対一の対応がつけられる)。

『中学数学基礎』には、「現代数学への入門 代数入門」(上野健爾著、岩波書店)を引用して有理数全体の集合が可付番であることを示している。たとえば、0 以上の分数に縦に分母、横に分子の表を作り、次のように既約分数になるところだけをカウントすればよい。

1	→	2		3	→	4		5	→	6	...
	↘				↗				↘		
$\frac{1}{2}$				$\frac{3}{2}$				$\frac{5}{2}$			...
↓	↗			↘	↗			↘	↗		...
$\frac{1}{3}$		$\frac{2}{3}$				$\frac{4}{3}$		$\frac{5}{3}$			...
	↘			↗	↘			↗	↘		...
$\frac{1}{4}$				$\frac{3}{4}$				$\frac{5}{4}$			...
↓	↗			↘	↗			↘	↗		...
$\frac{1}{5}$		$\frac{2}{5}$		$\frac{3}{5}$		$\frac{4}{5}$				$\frac{6}{5}$	...

負の分数は、カウントするとき、正の既約分数の直後に絶対値が同じ負の既約分数を挿入すればよい。よって、有理数の集合は可付番である。

しかし、論理的には、もっと簡単に有理数の集合が可算集合であることが理解できる。全ての既約分数は分数で表せる、すなわち全ての既約分数の集合は分数の部分集合である。全ての分数  $\frac{n}{m}$  の集合は簡単に番号付けることができる。したがって、有理数は可付番である。

一般に有理数と無理数を合わせた集まりを実数と言う。しかし、実数は、無限にあるだけでなく、さらにかなる番号付けも行えないだけでなく、『春夏秋冬 411 号』の主要なテーマ、「実数の連続性」を備えている。

既に知っている無理数は、円周率  $\pi$  である。これが無理数であることを証明するのは、大学生には欠かすことはできない ことであっても、中学生、高校生には、かなり難しい。

「大学受験生の教科書」と銘打った駿台受験シリーズ

「新数学 Plus Elite 数学 III」(清丈弘著 駿台文庫)

には、自然対数の底(ネイピア数) $e$ だけでなく、円周率 $\pi$ が無理数であることが証明されている。このテキストは、高校数学の範囲を遥かに超えた多くの数学的課題にも丁寧に応えている。しかし、これだけの圧巻のテキストであっても、これだけでは、「セルフコンテインド」とはなっていない。難しいところだ。関心がある中・高校生は、そちらを見ればよい。非常に優れた本だ。

このテキストと筆者(由良)とは異なる展開がなされている点を、一つだけ指摘しておく。筆者は、『中学理科基礎』において、単振動の解を物理屋の視点で、円運動の運動方程式を解き、その上下方向の運動を、その成分として、表現する。それによって、単振動を解いている。直接、微分方程式を解かなくても、単振動は中学生にも解けるのだ。

『中学数学基礎』では、高校で自然対数の底として学ぶネイピア数 $e$ の定義を、

$$e = 1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \dots$$

とし、その級数の収束(存在)を証明し、無理数であることを証明している(Wikipediaにも書かれている)。

$e$ が無理数であることを証明するため、有理数と仮定して矛盾を導く

$e = \frac{a}{b}$ ,  $a, b$  は自然数と仮定する。

$$\begin{aligned} b! \cdot e &= \left( b! + \frac{b!}{1!} + \frac{b!}{2!} + \frac{b!}{3!} + \dots + \frac{b!}{b!} \right) \\ &\quad + \left\{ \frac{b!}{(b+1)!} + \frac{b!}{(b+2)!} + \frac{b!}{(b+3)!} + \dots \right\} \\ b!/(b+1)! \text{以降の全ての項の和は、} b \text{ が } 1 \text{ 以上であるから、} \\ &\left\{ \frac{b!}{(b+1)!} + \frac{b!}{(b+2)!} + \frac{b!}{(b+3)!} + \dots \right\} \\ &= \frac{1}{(b+1)} + \frac{1}{(b+1)(b+2)} + \frac{1}{(b+1)(b+2)(b+3)} + \dots \\ &< \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots = 1 \end{aligned}$$

と1未満になる。したがって、( )内と{ }内を足した右辺は自然数でないことになり、左辺が自然数という結果と矛盾する。

ゆえに $e = a/b$ を満たす自然数 $a, b$ が存在するという仮定は誤りである。よって、 $e$ は無理数である。極めて簡単だ。

もし、 $e$ が有理数ならば、数学の形が根本的に変わったはずである。特に高校で学ぶ微積は、その表現は大きく変わったであろうことが予想できる。

これによって、中学生でも $e$ が無理数であることが十分理解できる。 $\sqrt{*}$ 型以外のたった一例さえ無理数であることの証明を示さないのは、全く一貫性を欠く展開であると言わざるを得ない。せめて、中学生としてはそれらはかなり難しく、従って、より進んだ学習を必要とするのだ、という指摘なくしては、「知的創造的能力」を目指す中学生の成長の芽を摘んでしまうこととなる。付録にでも、是非追加して頂きたい。

4 意図に反して、とりとめのない話題ばかりとなってしまう申し訳ないが、要は、常に学習者の知的創造的能力の獲得に資するように、教育・授業・テキスト類を準備する必要がある。生徒・学生が、より進んだあるいはより高度な議論に関心が向かい、ますます知的創造的能力に近づこうとするエネルギーを蓄えるように仕向ける必要がある。

『春夏秋冬 412号』では、以下の様に書いた。

中等教育においても、半年前にはシラバスや講義要綱(参照:当塾のHPの「電磁気学メモ」「電磁気学講義詳細」)を公開し、受講選択の指導はあっても、最終的には受講者の責任において受講する、という形式にすればよい。「即興力」を検定する各種入学テスト、各種学力テストは、即刻全廃だ。

直ちに、一部のカリキュラムは、公・私、中・高・大の壁を越えて、多様な生徒・学生の要望に応えられるよう改革すべきだ。

政府は、米国の大学を誘致しようとしている。上記のことに協力する限りにおいて、誘致には価値がある。現在の東大や京大のような大学がいくらできて、この国の科学技術の低迷は続く。

いま、量子コンピュータの話題が、多くなっている。量子コンピュータ自身は、かなり古くから話題になっていたが、筆者には、詳しいその動向は分からない。しかし、「100兆円超の価値を創出」する産業に発展する、という見通しを述べる人も多い。政府もその振興を後押ししている。AIの技術も飛躍的に進歩する、と言う人も多い。日本はいくつかの分野で先行していた。いくつかのベンチャーもできている。

しかし、多くの人たちの懸命の開発努力にもかかわらず、全体としては、すでに、米・英・カナダ・中国などから大きく後れを取っていることは、日常のニュース報道から十分に伝わってくる。日本の平均的なインテリゲンチヤーならば、こうした現実を筆者より詳しく認識しているはずだ。

ウィキペディアによると、量子コンピュータとは、「重ね合わせや量子もつれと言った量子力学的な現象を用いて従来のコンピュータでは現実的な時間や規模で解けなかった問題を解くことが期待されるコンピュータ」とある。筆者もそれでよいと考えている。

筆者には量子コンピュータの知識は、殆どない。「量子コンピュータが本当にすごい」PHP新書/竹内薫(著者)、丸山篤史をはじめ、数冊の文庫本を超えるものは何もなく、それらさえ、この2年の間に他の文庫本や洋書を始めとする殆どの専門書、3つの数十年の学会誌、研究用の資料その他は殆ど処分した。分野を問わず、良く引用する100冊前後本だけを手元に置いている。日一日と、現代科学技術から取り残されている。

どんな技術開発においても、その根っこにある基礎科学的、原理的な理解がなければ、成功しない。他の人の成功・成果に色を付ける程度のことは可能であっても、独創的・創造的な実績を出すには、自らの個性的・独創的な基礎原理・法則・科学に対するアプローチが欠かせない。創造的な実績はそうしたものの上に成立する。

科学・技術の前線は一つではなく多数あり、しかも、意識的・政策的に設定すべきものもある。研究・開発に2倍の資金を投入すれば、2倍の成果が得られるというものでもない。小学高学年、あるいは中等教育の初めから、可能な限り多くの若者に、そうした分野で実績が出せるよう教育を組織しなければならない。現代は、すでにそういう時代になっている。

しかし、日本の学士課程を終えた人たちで、一体何人の人が、「重ね合わせや量子もつれ」などを物理学的に正確に理解しているのだろうか。非相対論的な量子力学が成立してから、およそ百年が経過している。この百年で、あらゆる分野の科学や技術にその適用が進んできた。その基礎理論を一体どれぐらいの人が理解しているのだろうか。現状のままでは、量子コンピュータの分野でも、少なくとも、米・英・カナダ・中国などに後れを取り続けるのではないのだろうか。中等教育・大学学士課程教育の早期の「知的創造的能力」に向けての教育レベルの向上に取り組まねばならない。