



確かな先を見つめて

この数年に発表された全てのデータは、この国の科学技術力と労働の生産性の全面的後退を示しています。にもかかわらず、『春夏秋冬 414号』でも書きましたが、それに対する原理的な改善を目標とする改革の動きは、全く現れていません。『春夏秋冬 414号』には以下の様に書きました。

人類は、ますます多くの困難な課題を抱えるようになっていきます。食料、人口、エネルギー、地球温暖化(異常気象)、大地・大気・海洋の各種汚染、パンデミック、いずれをとってもその解決は簡単ではありません。それらは互いに深く結びついています。言い換えたら、持続可能な開発目標(SDGs: Sustainable Development Goals)に向けて、無数の努力が欠かせなくなっています。したがって、平和的な国際環境を前提とする限り、国、民族、地域社会などによる最大の競争・協力は、間違いなく「知的創造的能力」に基づいて行われます。「知的創造的能力」の多寡が国際競争力を左右する、ということになります。

この難関を突破する唯一の可能な道は、教育、特に中等教育・大学学士課程教育の抜本的な改革しかありません。既に経済財政政策・福祉政策・安保政策などだけでは、この国の窮状を改善できる道は閉ざされてしまっているのです。

物価の高騰、円の下落による国民の資産の目減りに、政府はなすすべがありません。国土と各種の貴重な資源は、外国資本に買い占められ、一般国民はそれらに従属させられています。このままでは、全ての国土を国有化している中国のような独裁国家の方が、国民の生活・福利厚生を向上させることができることになりかねません。

さらに、一つ付け加えておかねばなりません。既に、『春夏秋冬 414号』で指摘した通り、数少なくなってきた優れた研究開発実績を持った人や将来大きな実績が期待される多くの若者は、欧米や中国・シンガポールを始めとした待遇の良い国に大量に流出しており、この国の研究開発力はますます貧弱なものとなっています(朝日新聞デジタル 9/2)。

後でも書きますが、教育改革の無数の努力が各所で現れており、それらの多くは無駄なものではありませんが、現実のこの国の窮状の改善には、程遠いものです。

当塾は中等教育・大学学士課程教育の原理的な改革を主張しています。『春夏秋冬 414号』にその概要を書いています。勿論、教育政策・教育論の専門家の精力的な取り組みが行われなくては、実現困難です。

端的に言えば、中等教育・大学学士課程教育の主要な教育目標を、現代が要請する「知的創造的能力」の育成に転換することです。学校教育には、多くの使命・課題がありますが、特に中等教育・大学学士課程教育では、できるだけ多くの生徒・学生が「知的創造的能力」獲得の基礎を身に付けることです。

そうした視点からすると、現状の一般の公立学校の教育、私立六年一貫校で行われている教育、その他の中等教育学校の教育、そして、全ての大学の学士課程の教育は、現代が強く要請している主要な教育目標「知的創造的能力」の育成の立場からすると、全く後ろ向きの時代錯誤の技能教育・「即興力」教育となっている、と言わざるを得ません。

これも何度も書きますが、それでは、もっと徹底した「即興力」教育を行う中国・インド・韓国・その他の成長著しい国に、日本が敗北を続けるのは、火を見るよりも明らかです。

主要な教育目標の転換と基礎科学に従事するマンパワーの確保には、そのための特別の新たなコストは殆どかかりません。国と国民がその意志さえ明確に持てば、比較的スムーズに移行できるはずで、担当者の奮起を要望します。

現実には、大学予備校や進学塾だけでなく、全ての中等教育機関では、相変わらず全国学力テスト・各種学力テスト・入試模擬テストなどが実施され、その偏差値によって受験校や受験コースを選択し、しかもほぼそれにしたがって進学先が決まります。即ち、小学上級生から中等教育の主要な教育目標が、「即興力」である受験偏差値の向上になったままです。全く同様に、大学学士課程教育さえ、「即興力」教育となったままです。

5月に発表された「未来人材ビジョン」(経済産業省)は「残り時間は、あと数年しかない」と言っていますが、現実には、もう後はありません。できる所から、できる人から、取り組み始めなければ、取り返しが不可能なところまで追い詰められています。

上からの改革を待っているだけでは、この国は、全てのチャンスを失ってしまいます。これは筆者の予測ですが、全体としての人の労働の三分の一は、「知的創造的能力」が問われる労働になると考えられます。日本が二流国に転落したのは、スポーツ選手が弱かったからでも、芸術家の創造性が足りなかったのでも、技能労働者の質が低かったのでも、あるいは少子高齢化が進んだからでもありません。この国の「知的創造的能力」の後退が、主要な原因だったのです。

繰り返しますが、いずれは、当塾の提唱するような改革を行わざるを得なくなると確信しています。しかし、その時は、既に遅し、となります。

各自は、自分ができることから手を付けて、将来に備えておくべきです。近い未来が本当に自分を必要とする、そんな自分に向かって今から自分を大切に育てていくことです。君が小学上級生、あるいは中学生で、強い意志を持って取り組み始めれば、今なら十分に間に合います。

がんばろう!

現代が要請する教育を！

日本の閉塞、特に科学技術の大幅な後退を前にして、それぞれの立場から、いろいろな努力・提案が行われ、一部は実行に移されている。そのこと自体は、高く評価されるべきだがしかし、現在のところ、日本の展望を切り開く提案は皆無である。

1 朝日新聞“EduA 9月号”は、特集「アントレで変わる教育」を行った。

アントレプレナー (entrepreneur) :

entre(仏) は inter(英), preneur(仏) は taker(英) で、

「間を取り持つ者」と言う意味だそうです。

アントレプレナーシップ教育、あるいは起業家教育とは、起業家的な精神と資質・能力を育む教育である。“EduA 9月号”によると、最近では、起業家教育やスタートアップ支援に力をいれる大学が増え、設立された企業数も拡大しているようだ。2000年度では420社であったものが、2021年度では、3306社に上った。2021年度の実績では、東京大(329社)、京都大(242社)、大阪大(180社)、筑波大(178社)、慶應義塾大(175社)、東北大(157社)、東京理科大(126社)、九州大(120社)、名古屋大(116社)、東京工業大(108社)、早稲田大(100社)などが上位を占めている。

“EduA 9月号”には、東大発スタートアップの起業が紹介されている。

- LearnWiz 意見を賢く集約・共有する、オンライン授業支援
- Omotete ICTを活用し、生理ケアを社会的責任に
- アイデミー DX人材の育成や、組織づくりを支援
- estie 不動産業界をデータとテクノロジーで変革
- ELYZA 長文を瞬時に要約、約6秒で文章を生成
- BionicM ロボット技術で義足開発

また、最近では、起業を主要なテーマとする「神山まるごと高専(仮称)」が23年度から開校するというニュースも伝わっている。

筆者が特に興味を持ったのは ELYZA である。少し長くなるが、筆者の雑感を書かせていただく。『春夏秋冬』は、

「人工知能は人間を超えられるか

ディープラーニングの先にあるもの」

松尾豊著 角川 EPUB 選書 2015年3月初版発行

が出版された直後から、これを何十回と引用してきた。そのころは、松尾氏はまだ教授ではなかった。その中で松尾氏は、「2025年には機械翻訳が実用的なレベルに達するため、翻訳や外国語学習という行為そのものがなくなるかもしれない」と書いていた。ELYZAは、現在では実質的に、それが実現可能な段階に達していることを示している。

ELYZAの曾根岡侑也氏は、「言語AIは4年前まで人間に遠く及ばなかったのですが、グーグルが開発した『BERT』の登場でパラダイムシフトが起き、19年には英語のテキスト認識で人間の精度を超えました。とり残されていたのが日本語です。当社は日本語に特化した大規模言語AIで、『要約する』『書く』『読む』『話す』を高精度で実現しようとしています」と話す。

数千のデータがあれば、人間を超える精度で言語やテキストを処理できる。文章要約やキーワードをもとに文章生成も可能となった、そうだ。

話はさらに少しずれるが、英語教育について少し書かせて頂きたい。確かに、この国の英語力は低下している。

Forbes JAPANは

英語運用能力に関して世界規模で定点観測を行なっている Education First English Proficiency Index (EF EPI) では、英語を第一言語としない112カ国が登場し(総勢200万人が参加)、毎年ランキングを発表している。

2020年では日本のランキングは55位だったが、2021年では78位に下がっている。少なくとも、英語力においては、世界での相対的なポジションが大幅に下がっている。

しかし、文科省や各教育委員会が、一体なぜ「英語四技能」やスピーキングテストを重視するのか、筆者には不思議でならない。

筆者が研究者として携わったのは、物理学と機械工学である。研究上の都合で、英語で講演をしたり、英語で書かねばならないことは何度も遭遇した。しかし、自らの専門の分野でのコミュニケーションでは、英語力の欠如で失敗したことはない。物理学(原子核理論)では、自らの専門の分野の日本語の教科書に相当するテキストはまだ一冊も出版されていなかった。論文、その他のテキストは、全て英語(たまにドイツ語)であった。機械工学(熱機関)では、英語と日本語が半々だったが、慣れれば高校英語程度で完全に処理できるものだった。聞き取りずらければ、聞き返せば済むことだ。自らが論文講演などを行うときは、自らのペースで進めることができるので、即興力としての語学力(「英語四技能」)など殆ど必要はない。どちらの分野も、筆者は理論を担当したが、理論の言葉は、主に数学だ。その分野に関わる数学的能力がコミュニケーションの最大の武器だ。

勿論、筆者も中学の頃から、それなりの工夫を行って英語力に取り組んできた。高校のときから、NHKの英語ニュースを続けて聴いた。大学生になると、月2回程度は、洋画(当時は字幕スーパー)を鑑賞したり、大学院生のときは、1年間「朝日イブニングニュース」、1年間「THE NEW YORKER」を購読した(これは十分には理解できなかった)。また、少しの間だけなら、核物理学の雑誌の「抄録」のアルバイトもやった(筆者の専門は理論であり、実験の話題には投げ出しざるをえなかったこともあった)。そんな筆者に対しても、米国での講演の後、同分野の世界をリードしていた研究室から、共同研究の申し出もあった。学者・研究者はお互いに「知」に対しては貪欲で、それなりのオリジナルな仕事をできる人ならば、語学力など殆ど問題とならない。「英語四技能」とか「スピーキングテスト」などを口にする人たちの、「知的創造的能力」を疑わざるを得ない。

朝日新聞(9/23)によると、東京都教育委員会は22日、都内の公立中学3年生約8万人を対象に行う英語の「スピーキングテスト」を、来春の都立高校入試に利用すると正式に決めた。同テストは、都教委から委託されてベネッセコーポレーション(岡山市)が運営や採点などを担当。民間会社が運営を担うスピーキングテストを高校入試に利用する例は、公立校では全国初である。信じがたい愚策と思える。

もとの話題に戻るが、筆者は、ELYZAも現有の技術だけでは利益の継続・会社の存続はかなり困難である、と考えている。事実、多くのベンチャーは結局どこかの大手に身売りする形となっている。一方、GAFAなどは、もとはベンチャーだったが、毎年数学科卒などの優秀な学生を大量に採

用し、常に自己変革を果たし続けて現在に至っている。

この国の多くの科学者も、人の主軸の労働がますます人の「知的創造的能力」に基づくものに転化しつつある現在、この国の基礎科学の実質的な担い手が先細りしていることについて、強く不安を感じている。

『春夏秋冬』では何度か、ウクライナに侵攻しているロシアにおいては、基礎科学の自由な発展が侵され、ロシアの停滞・敗退に結び付いていることを記してきた。また、最近になってこうした視点で、現実のロシアの実力を評価する論評が多数現れてきた。

アントレプレナーシップ教育は、現代が要請する主要な教育目標「知的創造的能力」の育成に結び付く限りにおいて、あるいは基礎科学分野での進展を背景としてのみ、中等教育・大学学士課程教育で有益な働きをすると判断せざるを得ない。アントレプレナーシップ教育そのものは、「知的創造的能力」に向けての当面する中等教育・大学学士課程教育の主要な教育テーマではないのだ。中等教育においても、有効に活用すべきであることに変わりはない。

2 当塾は大阪府泉南市にあるが、その隣の阪南市にある府立和泉鳥取高校は、3年連続定員割れ(-15人、-1人、-80人)を起こした。和泉鳥取高校は、泉南市にある府立りんくう翔南高校に統合され、2023年度入学者から募集を停止、22年度の入学者が卒業する25年3月で閉校する。

阪南市には、私立高校もなく、阪南市のかなりの若者は、自力で通える高校が一つもない市に住んでいることになる。これは、橋下大阪府知事の時代に決定された、現代の教育の使命を全く無視した理不尽な教育政策の一つである。

創造性の大きな源泉は、人々の多様性である。当塾の改革方針(『春夏秋冬414号』)の(5)は、以下である。

母語や地域は多様性の宝庫である。初等・中等教育は自力で通える距離に、大学学士課程の大学は自宅から通える距離に、当面理学教育においては(いずれ社会科学においても)それぞれ個人の意欲と能力に応じた最適の教育コース・カリキュラムを開設しておく必要がある。

「3年連続で定員割れの高校は、廃校とする」などは、出来る限りの多くの若者に現代が要請する主要な教育目標「知的創造的能力」の達成に参画できる社会とすべきである、と言う原則に完全に反する。

現代が主要に要請する学力は、「知的創造的能力」自身であり、ただ1題であっても、1時間や2時間で、解が解明済み(解法が確立している、あるいはマニュアルに従って解ける)課題に正解する能力「即興力」とは、似ても似つかぬものである。

現状の全ての中学入試、高校入試、大学入試では、「即興力テスト」(内申重視であっても、その内申はもともと「即興力」で評価されている)であり、将来の「知的創造的能力」を発揮できる可能性とは全く無縁のものである。

入試がどんどん多様化を始めている。山形県内の公立高の入試制度について、県教育委員会は抜本的な見直しに向けた検討を始めたようだ。

県教委は9月21日に開かれた有識者らによる委員会で、普通科の受験機会を増やしたり、将来のキャリア形成への意識を明確にした生徒を受け入

れる狙いから、24年度から普通科(小規模校を除く)での推薦を廃止。専門学科と総合学科を対象とした推薦入試では、中学校長の推薦を不要とし、受験生の自己推薦に変えたりするなどの複数の検討項目を示した。

既に何度も取り上げたが、一部の中学校や多くの私立中学校・高校で行われている「教科センター方式」の授業は、「創造性教育」の足掛かりとなりえる。生徒は、自らの目標の授業を受けるために、教室を移動するのだ。当塾は、これを学校や学年を超えて、しかも地域で、望む授業を受けられるよう改革すべきだ、と主張しているのだ。

注意して観察していると、こうした小さな動きはあちこちに無数に表れ始めている。筆者の情報源は、殆ど新聞・本などの活字、時々テレビのみだ。間違いなく読者の方が多くの情報を掴んでおられると考えられる。そして、筆者の発信は、『春夏秋冬』のみだ。

入試は全廃し、生徒は、自らが受けたい授業を自らの責任で受ける権利を有す、という当塾の主張からすると、これら全ては微々たる変化だが、世の中、少しずつ動き始めている。創造性教育にとって、「即興力」を根底とする「競争と選抜」の論理は、後ろ向きの働きしかしない。日本は、その論理の過激な徹底を行った中国・韓国・シンガポール・インドなどに大敗してきたのだ。日本の再生には、「競争と選抜」の論理を超越した先進的な別の原理の導入しか道は残っていないことを自覚するべきだ。もはや猶予はない。読者の賢明で能動的な判断・行動を期待したい。

3 ここで、一度、この国の教育の変質について、見直しておこう。

旧教育基本法では、
第二条(教育の方針) 教育の目的は、あらゆる機会に、あらゆる場所において実現されなければならない。この目的を達成するためには、学問の自由を尊重し、實際生活に即し、自発的精神を養い、自他の敬愛と協力によつて、文化の創造と発展に貢献するように努めなければならない。となっていた。

第1次安倍内閣が(2006年の)年末のどきどき紛れに強行した改正基本法では、教育の目標として、

第2条 教育は、その目的を実現するため、学問の自由を尊重しつつ、次に掲げる目標を達成するよう行われるものとする。

一 幅広い知識と教養を身に付け、真理を求める態度を養い、豊かな情操と道徳心を培うとともに、健やかな身体を養うこと。

二 個人の価値を尊重して、その能力を伸ばし、創造性を培い、自主及び自律の精神を養うとともに、職業及び生活との関連を重視し、勤労を重んずる態度を養うこと。

三 正義と責任、男女の平等、自他の敬愛と協力を重んずるとともに、公共の精神に基づき、主体的に社会の形成に参画し、その発展に寄与する態度を養うこと。

四 生命を尊び、自然を大切にし、環境の保全に寄与する態度を養うこと。

五 伝統と文化を尊重し、それらをはぐくんできた我が国と郷土を愛するとともに、他国を尊重し、国際社会の平和と発展に寄与する態度を養うこと。

ここで多くの人が忘れて一つの重要な指摘をしておかねばならない。旧教育基本法は大学教育を全く視野に入れていなかったことだ。旧教育基本法には、どこにも「大学」と

いう言葉は現れてこない。第1次安倍内閣の真のねらいは、国の教育行政全般を、時の権力者の恣意的な目標に自由に支配することであった。現状のロシアの教育と全く同じようなことをすることであった。改訂教育基本法は、浅薄な権力者が、この国の創造的なエネルギーをスポイルする手段となったのだ。

要するに、権力者にとって 役立つ人間 となるよう身心を育成することを、教育の目標としたのだ。繰り返すが、ロシアの現実を直視して頂きたい。

この目標にしたがって、当時の総理大臣安倍晋三氏は、2014年のOECD閣僚理事会で「学術研究を深めるのではなく、もっと社会のニーズを見据えたもっと 実践的な職業教育 を行う。そうした新たな取り組みを、高等教育に取り込みたい」と発言した。

また、10月9日NHKの日曜討論で、経済産業大臣 西村康稔氏は「正規・非正規にかかわらず、キャリアアップ を促し評価する社会に改革しなければならない」と言った。

これらは、かなり多くの文系出身者の政治家が陥る共通した誤った認識だ。その延長上に政府は、ついに科学者が民主的に推薦した学術会議の会員候補のうち、単に気に入らないという理由だけで、5人の候補者を拒否する、と言う暴挙に出た。この国の科学技術力が大きく後退したのは、なにも改訂教育基本法だけの結果ではないのだが、歴代政権の基礎科学教育軽視の集大成として、改訂教育基本法があったことに間違いはない。「英語四技能」教育の強化も、その流れにあった。況してや、彼らに現代が要請する主要な教育目標は「知的創造的な能力」の育成である、と力説したところで、それを理解する能力など持ち合わせていない。プーチン氏がロシアのアカデミズムの崩壊を理解できないのと同じことだ。民主主義やアカデミズムは、人類が長い歴史の中で獲得した現実的な知恵なのだ。それを無視したところには、長期的な展望は決して開けない。放置すれば、破綻は免れない。

4 この国の全面的凋落をくい止める可能性ある唯一の施策は、この国の教育の主要な目標を直ちに「知的創造的な能力」の育成に全面的に転換することだ。それを示す資料は既に十二分に揃っており、国民と行政は決断すべき時に来ている。「残りの時間は、後数年しかない」のではない。このまま後数年もすれば、立て直し不可能な社会となる。決断し、自分にできることに直ちに取り組もう。

創造性教育を！

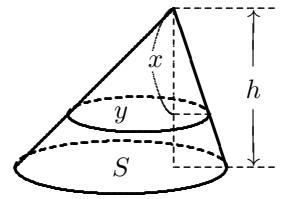
これまで『春夏秋冬405号』での「錐体の体積、球の表面積・体積」をはじめ、図形の計量をほぼ完璧に何度も議論しているが、ほんの少し『春夏秋冬405号』と変わった形で、中学の図形の基礎、即ちユークリッド幾何を活用して「錐体の体積、球の表面積・体積」の公式を導く。

1 初めに錐体の体積の公式を導いておく。

錐体を底面に平行な面で切断したときの断面積は頂点からの距離の2乗に比例する。なぜなら切り取られた小さな錐

体は元の錐体に相似であり、各面の面積は相似比の2乗に比例するからだ。したがって元の錐体の底面積を S 、高さを h にとり、切り取られた錐体の頂点から断面(底面)までの距離(高さ)を x とすると、

$$\begin{aligned} \text{断面積 } y \text{ は} \\ y &= ax^2, \quad a = S/h^2 \\ \text{錐体の体積 } V \text{ は} \\ V &= \frac{1}{3}Sh \end{aligned}$$



立方体の三分割から出発する『中学数学基礎』や『春夏秋冬405号』での証明法は、話は複雑だが、中学生ならだれでも理解できる。ここでは、もう少し簡潔な違った形で証明しておこう。

数列 a_1, a_2, a_3, \dots に対して、数列の和を

$$\sum_{k=1}^{k_2} a_k = a_{k_1} + a_{k_1+1} + \dots + a_{k_2}$$

と表記する。また、

$$\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(2n+1)(n+1)}{6}$$

は自力で導いておいていただきたい。

高さ h 、底面積 S の錐体を底面に平行な等間隔な面で n 等分し、各スライスの面積を S_k 、厚さ h/n とすると、 $S_k = \left(\frac{k}{n}\right)^2 S$ であり、近似的な錐体全体の体積 V_n は、

$$\begin{aligned} V_n &\sim \sum_{k=1}^n S_k \times \frac{h}{n} = \sum_{k=1}^n S \times \left(\frac{k}{n}\right)^2 \cdot \frac{h}{n} \\ &= \frac{Sh}{n^3} \sum_{k=1}^n k^2 = \frac{Sh}{n^3} \cdot \frac{n(2n+1)(n+1)}{6} \\ &= \frac{Sh}{3} \cdot \left(1 + \frac{1}{2n}\right) \left(1 + \frac{1}{n}\right) \end{aligned}$$

よって、 $n \rightarrow \infty$ では、 $V = \frac{1}{3}Sh$

これを含めて、以上が中学生向けの標準的な錐体の体積の求め方である。しかし、『中学数学基礎』や『春夏秋冬405号』には、錐体の体積の中学生でも十分理解できる、もう少し 巧妙で一般的な方法 も書いている。

高さ h 、底面積 $S(h)$ の錐体の体積 $V(h)$ は、 Δh を任意の微小量 ($|\Delta h/h|$ が十分小さい) とすると、

相似な図形の体積比は相似比の3乗に等しいから、

$$\begin{aligned} V(h + \Delta h) &= \left(\frac{h + \Delta h}{h}\right)^3 V(h) \\ &= (1 + 3 \cdot \frac{\Delta h}{h} + \frac{\Delta h}{h} \text{の} \text{高次の項}) V(h) \end{aligned}$$

また一方、

$$V(h + \Delta h) = V(h) + hS(h) \cdot \frac{\Delta h}{h} + \frac{\Delta h}{h} \text{の} \text{高次の項}$$

よって、 $\{3V(h) - hS(h)\} \frac{\Delta h}{h} + \frac{\Delta h}{h} \text{の} \text{高次の項} = 0$

従って、 $V(h) = \frac{1}{3}S(h)h$

これは、錐体の体積の公式そのものだ。多くの場合、錐体の底面積は求まるから、この関係式を用いて、錐体の体積を求めることができる。

初めから、この「巧妙な方法」で円の面積、球の表面積・体積の公式を得ることができるが、それぞれの図形の特性を活かした公式の導出(『中学数学基礎』あるいは、『春夏秋冬405号』を参照)は、ユークリッド幾何学の延長として、図形の計量を理解するうえで、極めて重要である。

2 円の計量を考える。

全ての円は相似である。したがって、円周については、以

下の議論が成り立つ。

円周の直径に対する割合を円周率という。

$$\frac{\text{円周の長さ}}{\text{直径}} = \text{円周率 (半径によらず一定)}$$

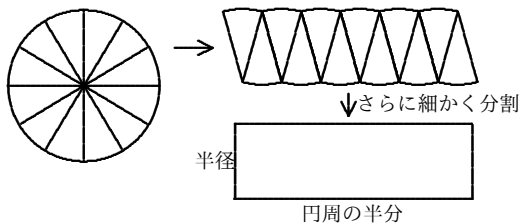
すなわち 「円周の長さ = 円周率 × 直径」

この公式の意味は、円周の長さが直径に比例する、ということであり、円周率はその比例定数にすぎないということだ。その根拠は 全ての円は相似 であり、直径も円周もその図形の長さの量である、ということである。「円周率」とは「円周の直径に対する割合」という意味である。よって、上の議論は論理的には「相似」の後に来るべきものだ。

$$l = 2\pi r \quad r: \text{円の半径}, \quad l: \text{円周の長さ}$$

したがって、これは公式というより、定義に近いものだ。

円の面積は、通常、以下の様に求められる。



よって半径 r の円の面積 S は、 $S = \pi r^2$

円の面積を、錐体の体積を求めるときに用いた 巧妙な方法 で、求めておこう。

半径 r の円の面積を $S(r)$ 、円周の長さを $l(r)$ とし、

Δr を任意の微小量 ($|\Delta r/r|$ が十分小さい) とすると、

相似な図形の面積比は相似比の 2 乗に等しく、

$$\begin{aligned} S(r + \Delta r) &= \left(\frac{r + \Delta r}{r}\right)^2 S(r) \\ &= (1 + 2 \cdot \frac{\Delta r}{r} + \frac{\Delta r}{r} \text{の 2 次の項}) S(r) \end{aligned}$$

また、一方、

$$S(r + \Delta r) = S(r) + l(r) \cdot \Delta r + \frac{\Delta r}{r} \text{の高次の項}$$

と表せる。したがって、

$$\{2S(r) - l(r)r\} \frac{\Delta r}{r} + \frac{\Delta r}{r} \text{の高次の項} = 0$$

$$\text{よって、} \quad S(r) = \frac{1}{2} l(r)r$$

ここで、 $l(r) = 2\pi r$ を代入すると $S(r) = \pi r^2$ が、逆に、

$S(r) = \pi r^2$ を代入すると $l(r) = 2\pi r$ が得られる。

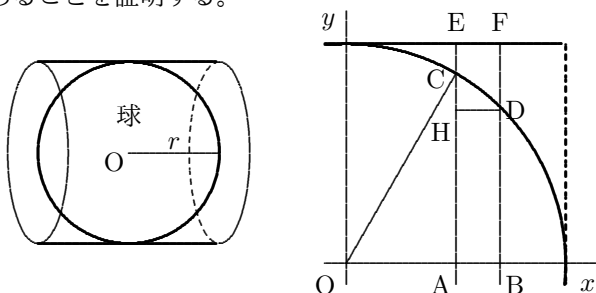
このように、円周の長さの公式 (相似の考えによる定義そのもの) から円の面積が得られるだけでなく、逆に、円の面積の公式から円周の長さが得られることも分かった。

[3] 中学生向きの本で、球の計量 (表面積と体積) を厳密に扱ったものを全く目にしないから、ここでは、『春夏秋冬 405 号』の該当部分をそっくりコピーする。

初めに、半径 r の球の表面積 S は

$$S = 4\pi r^2$$

であることを証明する。



上の左の図では、半径 r の球をすっぽり包む円筒を考える。右の図はそれを円筒の軸 (x 軸) に垂直な方向から見たもので、球を x 軸に垂直な面で切断して厚さの薄い円盤を作ったとする。切断の中は十分小さいとする。

球面は円盤の側面、弧 CD を軸の周りに回転してできる円形の帯を加え合わせたものと考えられる。この帯の円の半径は AC で、帯の長さは $2\pi \times AC$ となるから、帯の面積は $2\pi \times AC \times (\text{弧 CD の長さ})$ となる。

CD が十分小さいとき、弧 CD は直線と見なせ、 $OC \perp CD$ と見なせる。このとき、 $\triangle OAC \sim \triangle CHD$ 、よって $AC:HD = OC:CD$ 、

$AC \times CD = HD \times OC$ となる。面の間隔 AB が十分に小さいとき、弧 CD は弦 CD と等しく、結局帯の面積は $2\pi \times OC \times HD = 2\pi r \times EF$ となる。

すなわち、線分 EF を x 軸の周りに回転した帯の面積と同じになる。これらの帯の面積を加え合わせると円筒の側面積になる。

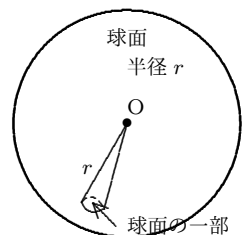
すなわち球の表面積は円筒の側面積に等しくなる。

$$\text{よって、} \quad S = 2\pi r \times 2r = 4\pi r^2 \quad \text{となる。}$$

次に、半径 r の球の体積を上で求めた球の表面積の公式を用いて求めよう。

これは簡単で、錐体の体積の公式から直ぐわかる。

球を、頂点を球の中心に持つ小さな「錐体」(ただし底面は球面の一部) に分けたとする。一つ一つの錐体の体積は $\frac{1}{3}r \times (\text{小さな球面の一部の面積})$ となる。これを加え合わせれば $\frac{1}{3}r \times \text{球の表面積} = \frac{1}{3}r \times 4\pi r^2 = \frac{4}{3}\pi r^3$ となる。



しかし、もっと論理的に明確でわかりやすい球の体積の求め方がある。中学生は、この方法を基礎に、球の計量を学習することを推奨する。

底面の半径 r 、高さ r の円柱、底面の半径 r 高さ r の円錐、半径 r の半球を図のように描く。



上から h のところでの断面積はそれぞれ、 πr^2 、 πh^2 、 $\pi(r^2 - h^2)$ となっている。すなわち (円柱の断面積) - (円錐の断面積) = (半球の断面積) になっている。各 h について常にこれが成り立つから、(円柱の体積) - (円錐の体積) = (半球の体積) となる。球の体積を $V(r)$ とすると $\pi r^2 \times r - \frac{1}{3}\pi r^2 \times r = \frac{1}{2}V(r)$ 、 $V(r) = \frac{4}{3}\pi r^3$ となる。

重要なことは、上の議論は球の体積を球の表面積を用いずてに求めていることであり、球の表面積を、球の体積を球の中心を頂点とする小さな錐体の集まりと見なして求めることもできる。

$$\frac{1}{3} \times \text{球の表面積} \times r = \frac{4}{3}\pi r^3 \quad \text{したがって、球の表面積} = 4\pi r^2$$

即ち、上記の球の体積の求め方を球の計量の議論の出発点として利用できる。

[4] さて、球の計量についても、錐体の計量で用いた 巧妙な手法 を用いることができる。

半径 r の球の体積を $V(r)$ 、球の表面積を $S(r)$ とし、 Δr を任意の微小量 ($|\Delta r/r|$ が十分小さい) とすると、

相似な図形の体積比は相似比の 3 乗に等しいから

$$\begin{aligned} V(r + \Delta r) &= \left(\frac{r + \Delta r}{r}\right)^3 V(r) \\ &= (1 + 3 \cdot \frac{\Delta r}{r} + \frac{\Delta r}{r} \text{の高次の項}) V(r) \end{aligned}$$

また、一方、

$V(r + \Delta r) = V(r) + S(r) \cdot \Delta r + \frac{\Delta r}{r}$ の高次の項と表せる。したがって、

$$\{3V(r) - S(r)r\} \frac{\Delta r}{r} + \frac{\Delta r}{r} \text{ の高次の項} = 0$$

よって、 $V(r) = \frac{1}{3}S(r)r$

ここで、 $S(r) = 4\pi r^2$ を代入すると $V(r) = \frac{4}{3}\pi r^3$ が、

逆に、 $V(r) = \frac{4}{3}\pi r^3$ を代入すると $S(r) = 4\pi r^2$ が得られる。

いずれにしても注目すべきことは、球の表面積や体積を求めるには、円周あるいは円の面積の計算で導入した π (これは、全ての円は相似であることに基づき、定義でもあった) のような新しい無理数を導入する必要がないだけでなく、現状の中学で学ぶ図形の知識のみを用いて厳密に導くことができるということである。きっちり学習するかどうかは、教師と生徒の能力・姿勢に左右される。

5 高校生にとって、錐体の体積や球の計量は、標準的な学習項目、即ち高校レベルの微積で完全に行うことができる。どこにも困難はない。しかし、「球の表面積」をネットで調べると、いきなり、「球は、角や辺のない丸い立体です。どこから見ても同じ形に見えます。球の表面積を求めるときには $4\pi r^2$ (半径×半径×円周率× 4) の公式を使いますが、これを証明するのは高校生でも難しいです」とある。誰かが正さなければならない。

中学生でも理解できるそれなりの正当な証明はいくつかあるが、極めて分かりにくい。3 で書いた球の表面積の証明は、多分、筆者自身のオリジナルなものであるが分かりにくい。表面積の公式が導けたら、球の体積の公式は、簡単に得られる。

最も分かりやすく、明快な球の体積の公式の求め方は、その次に書いた通り、円柱の体積は、円錐と半球の体積の和である、と言う考察から得られるものであり、あちこちに書かれている。円柱、円錐の体積が分っているから、球の体積の公式が得られた。一般の中学生にとって、これが最も理解しやすい、しかも精密な理解になるのだろう。したがって、中学の教科書には、これぐらいは必ず書いておいて頂きたい。

さて、以上のように、錐体や円・球の計量の公式は、少し複雑ではあるが古典的な図形の数学、即ちユークリッド幾何学で完全に理解できる一方、上記のような「巧妙な方法」ではいとも簡単に円周と円の面積、球面の面積と球の体積などの関係の導くことができた。どちらかを求めておけば、他方はその関係から求めることができる。繰り返すが、勿論、現在の標準的な高校の微分積分学では、錐体や円、球の計量は、直接的に求めることができる。

上記の「巧妙な方法」は、中学で習うユークリッド幾何学での相似な図形の性質、即ち相似な図形の面積比は相似比の2乗に等しく、体積比は3乗に等しいことを用いる。さらに、「巧妙な方法」は、高校2・3年で習う微分積分学や解析学で扱う「微小量」の考えを組み合わせている。即ち、「巧妙な方法」は、数学の学習段階での2つの数学の「簡潔」な「橋

渡しの」な手法となっている。重要なことは、この「巧妙な方法」は中学生でも十分理解できることである。

筆者は、実際に歴史的に、こうした議論が行われたかどうかは知らない。しかし、古典的な図形の学問と解析学とのつながりを、こうした視点で見直すことは、極めて重要だと考えている。「知的創造性教育」にとって、数学と言わず科学の学習は、当面する課題に「即興的」に正解することではなく、極論すれば、科学の論理的・歴史的な発展そのものを学習することに近いと考えている。そうした立場からすると、「巧妙な方法」は、現実の歴史とは違うが、論理的な意味では、「知的創造性教育」の中に、しっかりした位置づけが与えられるべき手法である、と判断する。

『中学数学基礎』には、ユークリッド幾何学のみでの図形の計量の公式の導出と合わせて、この「巧妙な方法」を展開している。

文科省は、英語から始めて、順次他の教科でもデジタル教科書の導入を行なおうとしている。デジタル教科書の最大の長所は、必ずしもすべての生徒を対象としない発展的なコンテンツに、意欲のある生徒が取り組めるよう編集することによっての障壁もないことである。年々改良して、全ての生徒が、各々の意欲と能力に応じた学習ができるようにデジタル教科書をバージョンアップして頂きたい。もし、ここで議論した「巧妙な方法」に賛同いただけるのであれば、是非、それをデジタル教科書に追加頂きたい。結果として、デジタル教科書のボリュームとか、対象領域が拡大しても、教育にかかるコストは余り増加しない、と考えられる。生徒・学生は、自らの関心を持つことに全力で取り組める体制を作っていただきたい。

筆者の言う「創造性教育」の具体的で詳細な内容はまだまだ十分には明らかにはなっていないが、そこに、この「巧妙な方法」も是非追加して頂きたい、と考えている。

特に基礎科学の分野では、それぞれの個人の成長は、大きく異なる。2017年、「12歳の少年が書いた量子力学の教科書」(近藤龍一著)が出版された時、筆者は大きな衝撃を受けた。数学でも優秀な実績を出した少年は多数いる。そうした才能は、生まれつきの才能であるはずはない。その若者を取り巻く環境の所作と考えられる。一番大きく影響を与えるのが広い意味での(学校教育だけではない)教育だ。無数の“近藤氏”が伸び伸びと自らの才能を伸ばし、活躍する社会を実現しなければならない。『春夏秋冬 413号』で書いた通り、科学五輪などでの取り組みは、有益ではあるが、この国の科学技術力の向上に決定的な役割は果たせない。参加人数において、2桁以上の差があるからだ。少なく見積もっても、毎年、十数万の人が研究開発的な業務に携わらなくてはならない時代になる。その人たちが、オンリーワンの仕事、知的創造的能力を発揮するような社会になることによってしか、この国は維持できなくなりつつある。当塾の提唱する教育体制に早急に転換して頂きたい。