



創造性教育を！

例年通り、ほぼ毎日の新聞折込ピラには、やれ「公開テスト」、「**実力判定」、「***合格ゼミ」、「**高校合格者数」などの文字が躍っています。いずれも、「**中学」「**高校」合格は、「学力」の正当な評価である、という前提に立っています。もっと単純に言えば、比較的短時間で、これらの受験者の「学力」を判定できるという前提に立っています。この時の「学力」とは、どんなものなのでしょう。逆に言えば、現代の若者に真に必要なとされる能力が、そんな短時間で判定できると考えているのでしょうか。

『春夏秋冬 344号』(2016年12月号)では、大学入試程度の問題ならば、数学だけでなく、既にAI(人工知能:artificial intelligence)はほとんど正解できることを報告しています。当初、2021年度に東大合格を目指していた(国立情報学研究所の新井紀子氏が率いる)「東ロボ君」プロジェクトは、『春夏秋冬 344号』によると、「今年ついに、関東ならばMARCH(明治、青山学院、立教、中央、法政)、関西ならば関関同立(関西、関西学院、同志社、立命館)と呼ばれる難関私大に合格可能性80%以上という成績を達成しましたが、東京大学には遠く及ばなかった」と書いていました。『春夏秋冬』は、「東ロボ君」プロジェクトを克明に追跡し、検証も行ってきました(公開された課題を塾生にやってもらうなど、いくつかの検証も行いました)。その結論は、問題文を偏差値50ぐらいの人が解釈して、人工知能「東ロボ君」に託せば、東大を含むほぼすべての入試問題に正解する、と言うものでした。そのころのAIは、未だ、「意味理解」のレベルが不十分だったからです。『春夏秋冬 417号』で書いたように、松尾豊氏の、2025年にはAIの「言語との紐づけ」が完成するという予言は現実化しつつあり、AIはほぼ「意味理解」を獲得しており、東大入試と言えども手続きを少し修正すれば、合格点がとれるようになっているはずで。

入試や学力テストなどで検定される学力は、既にAIが完全に代行できる段階にきています。したがって、その学力=「即興力」は、既に過去の遺物となっています(全ての人にとって、例えば外国語学習が無用なものとなっている、と言っているわけではありません。民族、特にその文化の理解には、その言語の修得が不可欠です)。繰り返しますが、AIは単独で、入試などの「即興力」テストに応えることができます。現代が人に主要に要請する学力は「知的創造的能力」であり、それはAIだけでは叶えられない能力を包含するものです。形式論理的展開は、既にAIの方が優れた力を発揮することができます。人は、AIだけでは叶えられない「知的創造的能力」を持たなければ、人の存在価値を証明したことにはなりません。

歴史的になし遂げられた偉大な発見や偉大な理論は、過去の認識や過去の技術と大きな隔たりがあります。天動説か

ら地動説への転換は、無数のデータと無数の人々の知的努力のたまものです。この知的飛躍をコペルニクス転回と呼んでいます。また、光の粒子性と波動性を統一した量子力学の成立も、コペルニクス転回を成し遂げた結果です。科学の多くの進歩は、大なり小なりこの「飛躍」を内包しています。形式論理的な展開だけでは、なかなか達成できないのです。ここには、人の関与が重要な働きをしています。

現代でも、AIだけではたぶん達成できない、あるいは人が関与しなければ達成困難な飛躍すべき課題は無数にあります。人は、AIを巧みに使い、その困難を克服しようとしています。既に新薬の開発や新機能物質の開発には、AIと人の知的創造的能力の協働が、欠かせなくなっています。既に、殆どの研究・開発の分野で、AIは目覚ましい役割を發揮しています。しかし逆に、人に「知的創造的能力」がなければ、そうした飛躍は困難となります。

何時の日か、AIはヒトの知的能力を超える日がやって来るかも知れません。AIの手法、ディープラーニングが開発された当初には、2045年ごろにそうした日がやって来そうだと、言う主張が流行しました。そうした現象をシンギュラリティー(Singularity:特異点)と言います。一部の人は、今でも2025年ぐらいにシンギュラリティーがやって来ると主張していますが、その意味合い(詳細な定義)も含めて、現在では、いつかはやって来るだろうが、確かな予想は行えなくなっている、と言う人が多数です。したがって、逆に言えば、現状では、AIが現状から少々進化しても、飛躍的な科学的知見や飛躍的な技術開発は、人が「知的創造的能力」を發揮しなければ、達成困難である、ということになります。これが現状です。

現在、半導体獲得が大きな話題を呼んでいます。日本は、過去には、世界の半導体の過半を生産していました。ところが現在では、最先端の半導体を製作できません。やっと周回遅れの半導体工場を誘致し始めたところ。AIが万能で、それさえしっかり開発しておけば、直ちに最先端の半導体工場が作れる時代とはなっていません。明確な目標がある課題であっても、まだまだ人の開発への知的能力・経験などが大きく作用します。

特に、基礎科学や基礎技術の飛躍的進歩には、優れたAIだけでなく、知的創造的能力を持った優れた研究者・学者が欠かせません。したがって、現代が要請する主要な知的能力は、知的創造的な能力であり、その養成が現代の教育の主要な目標となっています。即ち、現代の学力は、「知的創造的能力」そのものであり、それが現代の主要な教育目標なのです。

「知的創造的能力」は、いくら過去問を多く解いたところで、あるいは、過去問の解き方を訓練したところで、修得す

ることはできません。偉大な発見・発明、斬新な理論の開発など、過去の科学や技術の歴史の中で、どんな契機が「知的創造的能力」を発揮したのかを十分分析し、そうしたものに備える教育・学習が重要となってきます。即ち、「知的創造的能力」に向けての教育・学習が欠かせません。それを私たちは、創造性教育、創造性学習と言っているのです。

科学・技術の歴史から多くを学びます。現代の基礎科学・基礎技術が如何に獲得されたかは、重要な要素を構成します。さらに、どういう人たちが科学や技術の発展に大きく貢献したのか、からも十分に学ばねばなりません。具体的な基礎科学や基礎技術の開発の担い手的那个人であったという現実には、その人の個性や考え方、他の人との相違、もう少し広く言えば、人の多様性が大きくかかわります。即ち、人の多様性は、人の創造的活動の重要な源泉です。

互いに他の人の個性を尊重し、協働することが、知的創造的活動には欠かせません。したがって、知的創造的能力を育む教育は、各種の多様性を重視する教育でなければなりません。母語は、各個人の多様性の象徴です。科学と時には相性が良くない宗教でさえ、その人の個性の一側面です。多様性は創造性の母体です。

現代が要請する教育を！

1 2022年12月22日、当塾のHPに、以下の様に書きました。

- (1) 年の瀬に、一言述べさせていただきます。
- (2) 初めに、当塾のHPにアップしている『春夏秋冬 285号』(2012年1月1日)の中、「これが暗記数学だ！」を読み返して下さい。

「和田式要領勉強術 数学は暗記だ！
受かる青チャートの使い方」

(大学受験合格請負シリーズ 初版 2006年)

において、筆者が今も尊敬する和田秀樹氏が、「暗記数学」を用いなければ一時間以上かけても解けないだろうと書いていた問題を、筆者は僅か10秒か15秒でしかも暗算で解いていました。どのようにして解いたかに関心のある人は、『春夏秋冬 285号』を見て下さい。

「即興的」な解き方は、常に改善したり状況によって変化したりするので、それは現代の学力「知的創造的能力」とは全く関係ない問題であることを示しています。それは教育する側の問題で、勿論、改善を続けなければなりません。

そのころ(2006年ごろ)は、まだ和田氏は「大学受験教育のカリスマ」と言われていたころです。和田氏のような特別「頭の良い」人がどうしてこんな失敗をしたのか、よく考えて頂きたいのです。

- (3) 『春夏秋冬 417号』では、東大卒プロ算数講師の小杉拓也氏は、「 $11 \times 11 \sim 19 \times 19$ は『おみやげ算』によって瞬時に暗算できる。だから、1分1秒を無駄にできず、1点差で合否が決まる中学受験生にとって、『おみやげ算』のマスターは必須となる。」

と言っていることを紹介しました。現代において、百均のソーラー電卓で、殆ど瞬時に済ませられるこうした作業ができることに、一体どんな価値があるのだろうか、よく考えて頂きたいのです。失礼を顧みずに言えば、受験勉強を始めとする競争で勝ち抜いてこられた多くの人は、「知的創造的能

力」に対する理解が極めて薄弱であると判断せざるを得ません。

(4) 年末の、2022年12月19日、20日、21日のある大手塾の新聞折込ピラには、以下の様なタイトルが目立ちました。

「受験、進学・進級に向けた冬からのスタートを全力でサポート！」
「志望校合格可能性が分る 公開テスト」
「新中3文理10高合格ゼミ」
「**中学受験対策コース」

こんなことをやっていると、この国の全方位の経済力や科学技術力の全面的後退、国際比較での著しい労働の生産性の後退を、僅かでも食い止め、若者の将来に期待が持てる状態に改革できるとでも考えているのでしょうか。「知的創造的能力」育成に向けて、全力で取り組むべき時ではないのでしょうか。

(5) 『春夏秋冬 404号』、『春夏秋冬 411号』では、次のように書きました。

ハーバード大学白熱教室 マイケル・サンデル教授の「実力も運のうち 能力主義は正義か?」(マイケル・サンデル著 鬼澤忍訳 早川書房 2021年4月初版発行)の主要なテーマは、以下のようなものでした。

「多くの自らの所与(頭だけでなく、経済面で)の好条件に恵まれた人はそれを活用して、「即興力」を鍛え、「競争と選抜の論理」に勝ち抜き、結局はそれなりに恵まれた人生を送る。そうした人が多いほど、その社会は急速に不安定化し、社会の分断と停滞をもたらす。」

受験教育が、社会の分断と停滞をもたらすことは、疑いのない事実です。

(6) 筆者は上記のような進学塾の存在を必ずしも否定あるいは拒否しているわけではありません。そうした塾が継続している、現状の公教育の在り方を批判しているのです。日本の凋落は、日に日に深刻化しています。その現実には、公教育が原理的に対応することを放棄していることが問題なのです。

(7) 上からの改革を待っている、間に合いません。自主的な取り組みが必要な時です。今こそ、立ち上がる時です。

繰り返すが、昨年5月に発表された「未来人材ビジョン」(経済産業省)は「残り時間は、あと数年しかない」と言っていたが、現実には、もう後はない。『春夏秋冬 417号』には、そのことにも言及した。

2 正月の三が日に

「オックスホード大教授が問う
思考停止社会ニッポン
曖昧化する危機言説」

荻谷剛彦著 中公新書ラクレ 2022年10月発行
を読んだ。『春夏秋冬』では荻谷氏の教育に関する言動を何度も引用してきたが、直近の評価は『春夏秋冬 384号』(2020年4月号)での以下の言及にある。少し長いですが、再掲する。

松本佳代氏によると、「学力論争」は、次のような経過をたどったようだ。
第1期 から 第4期 は省略
第5期 「学力低下論争」

2000年代前半 西村和雄、荻谷剛彦、市川伸一、寺脇研

第5期の主なプレイヤーは、読者が良くご存知の面々である。西村和雄氏は数理経済学の専門家で、『分数ができない大学生 21世紀の日本が危ない』(西村和雄氏共編著)で世間に警鐘を鳴らした。荻谷剛彦氏は『春夏秋冬』でも、何度も取り上げており、ある意味で、今回の文科省の大学共通テスト反対の急先鋒を担っている。市川伸一氏は心理学者で、現在東大の

教授である。寺脇研氏は、「ミスター文部省」で、「ゆとり教育」を先導した。

いずれの時代の論争も、全て有意ではあったが、現代が要請する学力「知的創造的能力」とは程遠く、こうした現代感覚の欠乏した学力観が、結局この国の学力の後退を誘導した結果となった。

「現代感覚の欠乏」は、必ずしも適切な表現とは考えていないが、これらの論争に登場するプレイヤーは全て文系の、しかも主に教育学を中心とした人たちによる議論であり、教育の結果として得られる、科学技術・生産・経済・文化・平和・福祉・環境……などの教育目的とは直接結びついた事柄に関係していない人たちの議論であった。もっと明確に言えば、教育目標の設定に関わらない形で、教育の形式を議論していたのだ (筆者の「教育目的」と「教育目標」の用語の使い方は、教育基本法に従ったものである)。教育目標を正当に定めなければ、教育目標は達成できない。当然のことながら、教育目標は、社会の変化・進化によって大きく変わる。筆者は、現代が要請する主要な教育目標は、「知的創造的能力の育成」以外には考えられないとしているが、それは、必ずしも多くの人たちに受け入れられているのではない。そこにこそ、当塾の存在価値がある、としている。

この数年間、『春夏秋冬』は、殆ど同じようなことを繰り返し主張してきた。現実をしっかり見てもらいたい。今回の新型コロナウイルス騒動のごとく、何が起きてもそのたびにこの国の劣化が進行していることを思い知らされたのではないか。ぼつぼつ、みんなが立ち上がる時だ。現代では、受験産業の存在自身が幻、虚構なのだ。

耳をすましてみよう。確かな変化の足音が聞こえ始めている。『春夏秋冬』では、何度も「シカゴでは教職員組合が、新自由主義的教育政策に対してストライキをはじめとする様々な抵抗運動を繰り広げ、市民のための教育を取り戻す運動を展開した」ことを紹介してきた。

朝日新聞 (2020年)3月9日の夕刊には、「全員参加への疑問 高知から どうする小中の学力テスト」が掲載され、高知市の町議 鈴木大裕氏 (コロンビア大学で教育学を学ぶ) が、長女が文科省の学力テストを受けないことを宣言した。学力テストは「毎年 50 億円を超える税金を大企業が実施する全国学力テストに費や」していると主張した。だが本当の狙いは、「教育の市場化の歯車を止めることだ」と鈴木氏は言う。「AIにもできる計算や書き取りより、創造性や表現力を培う教育へ」。「テストからの脱却は、学力観の見直しにもつながる」と記事は結ばれている。

これは、この数年の『春夏秋冬』の主張と全く同一だ。

随分長い引用だったが、ご理解いただきたいことは、この2年間、日本の教育に関わる現実、殆ど進歩していないことだ。荻谷氏の「思考停止社会ニッポン」は、かなり特殊な展開が行われているが、結論から言えば、ガッカリさせるものであった。少し意見を述べる。

3 第一部の1章から3章までは、パンデミック・コロナ禍での荻谷氏の英国から日本への一時帰国の体験レポートとそれに対する氏の社会学的な調査・分析である。辛抱して読んだが、大半は、ジャーナリスチックな話題であり、もしそこで独創的な成果が得られているのなら、科学論文として専門誌 (学会誌など) に投稿すれば済むことだ。氏は極めて優秀な学者で、無数の論文を書いておられる。出版には、使い分けて頂きたいものだ。こんなものを長々と一般の読者に押し付けられては、たまったものではない。

しかし、そこから得られたこの国の一つ観念を軸に、
第二部「内向き」日本とコロナ禍・ウクライナ

の展開が行われる。

第4章 「白濁の氾濫」から考える日本

社会学者にとって重要な分析かも知れないが、筆者には、随分退屈な展開である。

第5章 人材の「鎖国」—人的資本の劣化のサイクル

ここでやっと教育問題とのかかわりが出てくる。

1. コロナ下での入国制限

要するに、この国は、「令和の鎖国」を行っていた、という。しかし、これは、2023年1月現在でも、決着がついていない問題である。英国流、あるいはゼロコロナを目指した中国流、その他の対応も、まだまだ、問題を含んでいる。歴史的総括するには、早すぎる。

2. 市場における交換と競争

以下にタイトルだけを列挙する

□フーコーの市場論 □高学歴化したのに、なぜ労働の生産性が上がらないのか。 □開かれた人的資本市場の特徴とは? □閉ざされた市場
①大学入学市場 □閉ざされた市場②就職市場 □閉ざされた市場③転職市場・昇進市場 □失われて日本の優位性 □内需型ゆへの快適さと限界
□鎖国・鎖国論議を超えて

第6章 <アンビバレンス>と共に生きる道—「平和」の知識社会学

重要なことだが、ここでは、関心がないとしておく。

以上がこの本の全てだ。ただ一言だけコメントしておきたい。

人は、動物であり、人間社会は、その動物の行動原理に反しては、成り立つことはできない。一時的にでも、食糧がなくなれば、それを他から奪うことも辞さない。平和の構築は、経済の安定と切り離すことはできない。経済の安定は、人が行う生産と深く結びついている。生産を価値ある質と量で適切に行うことを労働の生産性と言う。平和は労働の生産性と深く結びついているのだ。人は「衣食足りて礼節を知る」ののだが、個人だけでなく、国家レベルでもそれに近い (これが全て、と言う気はない)。荻谷氏や多くの人たちの言説には、知的創造的能力 → 科学技術力 → 労働の生産性の強い因果関係についての認識が極めて薄い と感じられる。これは、多くの評論家の共通した欠陥である。刈谷氏には、教育問題について再度関心を頂き、この国の再生への提言を發して頂きたい。筆者のような素人が喚^{わめ}いるだけでは、この国を変革し、救うことはできない。『春夏秋冬 417号』で記した、加谷珪一氏の言葉をもう一度書いておく。

「短期的にはともかく、長期的な成長というのは、財政や金融といった経済政策ではなく企業の競争力で決まる。経済政策には成長を側面支援する効果しかなく、それ自体が成長の原動力にはならない。日本経済がゼロ成長に陥ったのは、日本企業の競争力が低下したことが原因であって、経済政策でどうにかなるものではない。」

4 現代では、国際性は創造性に従属する。もう一度、ノーベル生理学・医学賞受賞の本庶佑氏の言葉

アカデミアがシーズを生めば、長期的に、しかも桁違いの経済効果を生むことは歴史が証明している。基礎科学の発展こそ、大学における研究の使命である。

を思い出していただきたい。現代では、「市場における交換と競争」の基礎に、あるいはその前に、人の「知的創造的な

能力」の実体化した科学技術力や労働の生産性が厳然と存在していることを理解しておかねばならない。

岸田政権は、日本の成長戦略として「スタートアップ企業を5年で10倍」とする計画を立て、アメリカの名門大学を東京都内に新設する「スタートアップキャンパス」に誘致することを決めた。あまりにも近視眼的で、こうした政策は、大局的には、この国が大きく成長したり、長期的にはこの国の科学技術力の向上や、労働の生産性の向上に寄与しないことは明らかである。

一般的に「革新的なアイデアで短期的に成長する創業2・3年の企業」のことをスタートアップと言うそうです。

ベンチャーは「革新的な事業を進める企業もある一方、既存のビジネスモデルをベースにする企業もある点が特徴」だそうです。

既に何度も指摘してきたが、現代が要請する主要な学習目標「知的創造的能力」は、マニュアル的な知的技能ではなく、それぞれの人々の多様性によるところが大きい。自らの個性・文化や自らが属する社会の多様性(言語も含む)は「知的創造性」の重要な源泉の一つである。単一に統一された言語の世界は、「知的創造的発展」が乏しい世界となる。日本色が濃厚な大学でグローバルな視点を持ちながら、ひたすら「知的創造的能力」を目指して教育・研究することが重要である。日本における全ての教育は、基本的に日本語で行うべきだ。そうしたときのみ、国際性のある活動ができる。通り一遍の翻訳は、AIの方が正確に行ってくれる。

一つ一つの概念・語彙は、いくら正確に翻訳しても、个性的であるはずだ。そこには多様性があり、創造性の芽が存在する。あらゆる知的活動は創造性に焦点を当てて行うべきだ。現代は既に「即興的」に課題を処理するために教育・学習する時代ではない。

優れた技術・技能を習得するためではなく、真実を明らかにしたり、優れた技術を開発したりするために現代の教育は全力を尽くさねばならない。確立した優れた技術は、次々とAIが作動する自動化に向かう。基礎科学・基礎技術の分野における研究・開発においても、多くの場合、AIとの協働が欠かせなくなっている。そこでは、個性・多様性こそが重要な働きをする。繰り返すが、「即興力」は間違いなく人よりAIの方が優れている。即時、入試は撤廃するべきだ。

5 一方、株式会社サイバー大学のHPには、

「高度IT人材」にならなければ、生き残れない未来がくる!?

AI、ビッグデータ、IoTといった情報技術の進化によって、産業構造が急速に変化しています。今後あらゆる業種や職種で、ITを活用しないビジネスは通用なくなると言われています。そんなデジタル社会を生き抜いていくにはどうしたらいいのでしょうか。AIやロボットに仕事を奪われる? AIやロボットが人間の仕事を代替する動きが広がっています。工場ではライン作業だけでなく、検品や在庫管理もオートメーション化されつつあります。スーパーでは無人レジが増え、店員が減っています。警備員の代わりに警備ロボットやAI監視カメラが、建設作業員の代わりに自動操縦可能な重機が導入される例も。RPA(ソフトウェアによる事務処理の自動化ツール)は一般事務職の求人減らし続けています。

とある。全くその通りであり、『春夏秋冬』でも、繰り返しま

張してきた。しかし、そこで言う「高度IT人材」とは、一体どんな人材だろうか。最先端のITを駆使する能力を持ったIT人材だろうか。決してそうではないはずだ。どんな確立した技術も、ITを駆使すれば、自動化ができるはずだ。いずれ人は関与しなくてもよくなる。

2022年にはGAFAをはじめとする巨大IT企業でも大量解雇や採用凍結に踏み切るケースが相次いだ。Twitterの人員削減もよく知られている。人が関わらざるを得ない分野は、「知的創造的」な分野で、しかもITだけでは処理できない分野に限られてくる。人の知的能力が関わらざるを得ないのは、そうした分野に限られてくる。現状のAIだけでは処理できない、あるいはAIにとっては何らかの「飛躍」、その最たるものの「コペルニクス転回」と言われるような飛躍は、ヒトが関わらざるを得ない。基礎科学・基礎技術の根幹にかかわる特別の新しい認識に関わる。人が即答できるような課題は、ますます人が関わらなくなってくる。技能・技術の分野だけでなく、知的認識の分野でも、自動化はどんどん進む。

そんな時代に、「即興力テスト」である入試に向けての対策とは、一体誰のためなのだろうか。

AIによって言語間の壁は、間もなく完璧に除去される。一体誰のために、入試に「英語四技能」テストを行うのか。ただ多くの人に、馬鹿になれと言っているに過ぎないのではないのか。『春夏秋冬417号』でも触れたように、AIの言語理解力は、ほぼ完成している。

多面的な難局に直面している日本に残された唯一可能な政策は、他国に先駆けて、あらゆる努力を「知的創造的能力」の獲得に集中すること以外には存在しない。

いずれにしても、社会学者、教育学者は、早急に、「知的創造的能力」の育成に向けた教育改革を提示し、この国を先導して頂きたい。

現状では、余りにも改革が遅く、苛立ちを覚える。破綻は目前である。一体誰が、その責任を取ろうというのか。

創造性教育を!

1 前回は、数式の演算規則(これは体(field)の公理系である)を整理した。まず、その続きの議論を『中学数学基礎』の例題を用いて行なおう。

〔例題1〕 $a = b, c = d$ ならば、 $a + c = b + d$, $ac = bd$ が成り立つことを証明せよ。

$$a = b \text{ より, } a + c = b + c \cdots (1),$$

$$c = d \text{ より } c + b = d + b \cdots (2), b + c = c + b \cdots (3),$$

$$(3), (2) \text{ より, } b + c = d + b \cdots (4)$$

$$(1), (4) \text{ より, } a + c = d + b,$$

$$\text{また, } d + b = b + d \text{ より, } a + c = b + d$$

$$ac = bd \text{ も同様に行う。}$$

要するに、2つの等式の辺々を加え合わせたり、積を取っても等式は成り立つ。

〔例題2〕 $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$ を証明せよ。

(分数の掛け算は、分子同士の掛け算/分母同士の掛け算 となる)

$b \times x = 1, d \times y = 1$ となる x, y が存在する。

$(b \times x) \times a = a, (d \times y) \times c = c$ より

$$b \times (x \times a) = a, d \times (y \times c) = c.$$

したがって、 $x \times a = \frac{a}{b}, y \times c = \frac{c}{d}$ が存在する。

$$\{b \times (x \times a)\} \times \{d \times (y \times c)\} = a \times c$$

$$\{b \times (x \times a)\} \times \{d \times (y \times c)\} = (b \times d) \times \{(x \times a)(y \times c)\}$$

したがって、 $bd \times \{(x \times a)(y \times c)\} = ac$

$$\text{すなわち } (x \times a)(y \times c) = \frac{ac}{bd}$$

$$\text{よって, } \frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$$

さらに、上の式で、 $c = d$ の場合を考える。

$$\text{左辺は } \frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times 1 = \frac{a}{b} \quad \text{右辺は } \frac{ac}{bc}$$

$$\text{よって, } \frac{a}{b} = \frac{ac}{bc}$$

これを、「大人のための数学① 数と量の出会い 数学入門」志賀浩二著 2007年11月 紀伊国屋書店では、以下の様にして「簡潔に証明」している。

$\frac{a}{b} = x, \frac{ac}{bc} = y$ とおくと定義から、 $bx = a, bcy = ac$ 。2番目の式を c でわると $by = a$ 。1番目の式と見比べて、 $x = y$

基本的には、これでいいのだが、公理系がどうかかわっているのかの理解のためには、上記のような証明の方が分かりやすい。ついでにこの志賀氏の本についてコメントすれば、無限にかかわる難解な議論を、常に具体例を使いながら、明示的な証明を心がけられており、筆者のような無学な大人にも何とかその世界に入れるよう書かれている優れた本だ。

志賀氏の本のシリーズの「無限の飛翔 集合論の誕生」には、自然数の濃度を \aleph_0 、実数の濃度を \aleph とすると、 $\aleph_0 + n = \aleph_0$ や $\aleph_0 + \aleph = \aleph$ などが何度も出てくる (\aleph はアレフと読む)。伊達や酔狂で、体の公理系を議論しているのではないことを理解頂きたい。

〔例題 3〕 公理系を用いて、一般的に、 $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+bc}{bd}$ が成り立つことを証明しておこう。

(相等性の法則、和及び積の交換法則は、断りなく使う)

$\square \times b = a, \bigcirc \times d = c$ となる \square, \bigcirc が存在し、

$$\text{割り算の定義より, } \square = \frac{a}{b}, \bigcirc = \frac{c}{d}$$

等式の基本性質より、

$$(\square \times b) \times d = a \times d, (\bigcirc \times d) \times b = c \times b$$

積の結合法則より、

$$\square \times (b \times d) = (\square \times b) \times d, \bigcirc \times (d \times b) = (\bigcirc \times d) \times b$$

等式の基本性質より、 $\square \times (b \times d) = ad, \bigcirc \times (d \times b) = cb$

したがって、〔例題 1〕の結果を用いて、

$$\square \times bd + \bigcirc \times bd = ad + cb$$

分配法則より、 $(\square + \bigcirc) \times bd = \square \times bd + \bigcirc \times bd$ 、

$$\text{よって } (\square + \bigcirc) \times bd = ad + cb$$

割り算の定義より、 $\square + \bigcirc = \frac{ad+cb}{bd}$ 、

また〔例題 1〕の結果より $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \square + \bigcirc$

したがって、 $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+bc}{bd}$

また演習には、以下の例を挙げている。

〔演習〕 〔例題 3〕より、一般に、 $\frac{a}{b} = \frac{ac}{bc}$ が成り立つ。

これを用いると、 b, d が整数で、その最大公約数が G

$$b = Gb', d = Gd', b', d' \text{ は互いに素}$$

の時、通常の通分の公式

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad' + cb'}{Gb'd'}$$

が成り立つ。

〔2〕 和や積、特に積の交換法則は、数学の多くの分野で成立しない。既に『春夏秋冬 416号』の二次曲線の議論で用いた正方行列を思い出してほしい。中学生にも十分理解できることだ。

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} e & f \\ g & h \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} i & j \\ k & \ell \end{pmatrix} \text{ とすると,}$$

2つの行列の和は、

$$A + B = \begin{pmatrix} a+e & b+f \\ c+g & d+h \end{pmatrix}$$

と定義され、交換法則、結合法則が成り立つことは、自明である。

しかし、2つの行列の積は、

$$A \cdot B = \begin{pmatrix} ae+bg & af+bh \\ ce+dg & cf+dh \end{pmatrix}, B \cdot A = \begin{pmatrix} ea+fc & eb+fd \\ ga+hc & gb+hd \end{pmatrix}$$

$$B \cdot C = \begin{pmatrix} ei+fk & ej+f\ell \\ gi+hk & gj+h\ell \end{pmatrix}$$

となる(通常、積の記号 \cdot あるいは \times は書かない)。よって一般には、積の交換法則は成立しない ($A \cdot B \neq B \cdot A$)。

また、3つの行列の積は、

$$(A \cdot B) \cdot C = \begin{pmatrix} (ae+bg)i + (af+bh)k & (ae+bg)j + (af+bh)\ell \\ (ce+dg)i + (cf+dh)k & (ce+dg)j + (cf+dh)\ell \end{pmatrix}$$

$$A \cdot (B \cdot C) = \begin{pmatrix} a(ei+fk) + b(gi+hk) & a(ej+f\ell) + b(gj+h\ell) \\ c(ei+fk) + d(gi+hk) & c(ej+f\ell) + d(gj+h\ell) \end{pmatrix}$$

である。各成分を比較することより、

$$\text{積の結合法則 } (A \cdot B) \cdot C = A \cdot (B \cdot C) \text{ がえられる。}$$

一般の正方行列についても関の結合法則が成り立つことは、比較的簡単に証明できる(そのためには、行列の積の (i, j) 成分の一般的な表現を定義しておかねばならない)。

単位元は、 $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ である。

(単位元とは、全て要素が 0 と言うのではない任意の A に対して、

$$A \cdot E = E \cdot A = A \text{ となる行列である。})$$

行列 A の行列式を $|A| = ad - bc$ と定義すると、 $|A| \neq 0$ のとき、

$$A \cdot X = X \cdot A = E \text{ となる行列 } X, \text{ 即ち } A^{-1} \text{ が存在する。}$$

一般の n 次の正方行列についても、行列式が 0 でなければ、逆行列が存在し、一意的であることが証明できる(どこにでも書いてあるが、これも、先に示した志賀氏の本にも示してある)。

有限次元および無限次元の線形空間は、物理学にとって、最も身近な空間である。無限次元の線形空間は微積の予備知識が必要となる。機会があれば、少し詳しく解説するかもしれない。

早い高校では、高校 1 年で行列が取り入れられる。したがって、一度は中学生の段階で、「有理数体」の全ての公理を整理しておくべきである。

繰り返すが、中学で行う全ての計算(数学における計算とは、推論である。数学は科学の言葉である。言葉があいまいでは、科学的推論は不可能である)は、これらの公理の上で成り立っている。数学を科学の言葉として利用しようと思うのなら、一度はその公理系を確認しておかねばならない。

〔3〕 正・零・負の整数、それらによって表すことのできる分数、即ち $\frac{\text{整数}}{\text{整数}}$ の形で表現できる数を有理数と言う。

有理数の四則演算を繰り返しても、結果は、有理数とな

る。こうした有理数の集まりを「有理数体」と言う。前回示した計算規則は、^{たい}「体」の持つ性質である。しかし、 $\sqrt{2}, \pi$ などは、 $\frac{\text{整数}}{\text{整数}}$ の形では表すことはできない。有理数体には、属さない。 $\sqrt{2}, \pi$ などを含む、前回示した計算規則に従う数の集まりを実数体と言う。実数体は、極限とか連続などの考えを用いて、有理数と結びついている。文字式で扱うときは、その数が無理数か有理数かに関わらず同じような演算規則で計算できる。その意味で、前回に示した計算規則は、実数にもそのまま使える。

実数については、『春夏秋冬 411号』に、詳しく書いているから、そちらを参照されたい。

さらに、そこには、複素数体についての重要な定理、「代数学の基本定理」の証明も書いている。高校数学と言えども、これ抜きには、代数の議論はほとんど進まない。実数、複素数の連続性の議論抜きには、殆ど議論が進まない。有理数体には、連続性の公理は含まれていない。

「数学は言葉」(新井紀子著 東京図書)は、何度も引用してきた。360号, 379号, 391号, 397号, その他を是非参照されたい。

4 次回の準備をしておく。かつて、以下のような問題が出題された。

つぎの等式が成り立つような、整数の組 (a, b) を求めよ。ただし、 a は 34 より大きい自然数、 b は 32 より小さい自然数である。

$$20a + 33b = 1085 \quad (2015 \text{ 大阪後期改})$$

しかし、これは極めて簡単に解ける。もっと言えば、極めて簡単に解けるように、出題を工夫している。

20 と 1085 の最大公約数が 5 だから、 $33b$ は 5 の倍数、したがって、 b も 5 の倍数で、 $b = 5b' < 32$ とおく。問題は、 $4a + 33b' = 217, b' \leq 6, a > 34$ となる。 b' は奇数だから、 $b' = 5, 3, 1$ のいずれかで、 $b' = 1$ 、よって、 $a = 46, b = 5$ となる。

さらに、整数の性質など殆ど勉強しなくても、 $a = \frac{1085 - 33b}{20} > 34$ より、 $b \leq 12$ だから、 $b = 1, 2, \dots, 12$ を順次代入して、 $b = 5, a = 46$ を得ることもできる。

しかし、これさえ、数分で確実に正解するには、訓練が必要である。入試は、数学的な力を検定するものではない。全ての入試は、馬鹿になるのを覚悟して、しかも金と時間をかけて、入試対策をやった人が選抜される、というシステムである。マイケル・サンデル氏の主張をしっかり受け止めて頂きたい。

要するに、入試問題は、短時間にマニュアルに従って、解ける問題を出題しているだけで、数学的能力や問題に秘められた一般的な数学的構造の理解を必要としない、学習レベルの向上を促さないように工夫された問題ばかりである。受験産業の利益を守り、教育・学習レベルの向上と「知的創造的能力」の向上を抑圧するように工夫された問題である。

次回の「創造性教育を！」では、『中学数学基礎 2023 年度版』の以下の問題の解説を予定している。この十数年間、似

たような問題を作成してきた。もちろん、(複雑)とした問題は、手計算で、10分や20分では、解けないように工夫しておいた。しかし、何れも、AIの「解答器」を使うと、瞬時に解ける。複雑ではあるが、パターン化された問題なのだ。勿論、前記の大阪後期の問題も、AIが一般解を瞬時に答えてくれる。

2024年2月, 3月入試対策問題

整数 p, q を求めよ。

(簡単) $3256p + 3608q = 2024$

(一般解 $p = 41n + 25, q = -37n - 22, n : \text{整数}$)

(複雑) $3064p + 2776q = 2024$

(一般解 $p = 347n + 248, q = -383n - 273, n : \text{整数}$)

この(複雑)とした問題を、10分や20分で正解できる人は、次回の「創造性教育を！」を読む必要はない。整数について、筆者より、優れた数学的能力を既に獲得している人と考えられるからである。

繰り返すが、筆者は、数学者ではない。理学においても、工学においても、共同研究では、全て理論分野を担当してきた。理論分野とは、結局「数学的分野」と言うことになる。その都度、基礎数学の基礎を学習し直さねばならなかった。大学では、「応用数学」の講義を20年余り担当したが、確信のある講義を実施するためには、全て基礎から、復習しなければならなかった。したがって、例えば、フーリエ解析の講義を一貫するためには、一度は、FFT(フーリエ変換のアルゴリズム)のプログラムを自力で書かねばならなかった。各種のフィルターをプログラムし、自らの声の再現でテストした。そうしていると、ある種の積分方程式は、数値的に見事に解けることが分かった。そのいくつかは、当塾のHPの大学生向けのテキストに紹介している。議論を進めていくと、多くの人が理解していない、あるいはまったく誤解している多くのことが明らかになってきた。自己完結的な学習をやらない限り、「知的創造的な能力」は獲得できない。

これまで、『中学数学基礎』は、毎年更新し、そして、そのすべての内容を公開してきた。勿論、筆者の主張通り、現実の入試では、ここで学習しておくべきであると主張している知識を必要とする問題が出題されたことはない。入試は学習レベルを抑圧する機能を果たしているのだ。

『春夏秋冬 419号』が届くまでに、上記の問題に挑戦しておいてほしい。

その前に、塾の小学生向けのテキストの計算問題、 $\frac{3}{437} - \frac{2}{589}$ など、当塾のHPに公開している小学生向けのテキスト「小テスト」の通分のところを学習しておいてほしい。ユークリッドの互除法は、小学算数の基本技術だ。しかし、それは小学生段階では、証明できない。

次回の『春夏秋冬』で、きっちり学習しよう。さらに、現在のところ、2025年向けの問題を作成するつもりはない(右辺が $2025 = 5^2 \times 3^4$ となるかなり特殊な数で、総合的な能力が要請される問題を作成しにくい、ということも筆者の頭の隅にある)。

『中学数学基礎 2023 年度版』では、かなり多くの点で改良を行っている。勿論、まだまだ改善しなければならないところは多数ある。

余りにも改革が遅く、苛立ちを覚える。