



猶予は在りません

読者の皆様は、以下の最近のニュースに接して、どう感じられたでしょうか。

○ 2023年2月7日、三菱重工グループの三菱航空機が手掛けるジェット旅客機、MSJこと三菱スペースジェット(旧称:MRJ)の開発終了が正式に発表された。日本初のジェット旅客機を製造するプロジェクトは、国費の500億円も含む開発費は1兆円規模に膨らんでいたが、実用化することなく終わった。

○ H3 ロケットは2014年に開発が始められ、2020年には第一号機を打ち上げる計画だった。既にH3ロケットの多くの優位性は殆ど失われていたが、3月7日、遅れに遅れていたH3ロケットの打ち上げにさえ失敗した。

最先端技術ではなく、国産ジェット旅客機挫折・H3ロケット開発の遅れなどは、日本の有能な理系人材の決定的不足が原因であり、科学技術立国神話はもはや幻想だったのです。

もっとショッキングなニュースもあります。オーストラリアのシンクタンク・豪戦略政策研究所(ASPI)が3月2日、経済や社会、安全保障などの基盤となる重要な技術の国別競争力のランキングを公表した中で、全44項目のうち37項目で中国が1位となっており、日本がトップのものは、一つ存在しなかった。

ただ、経験的あるいは試行錯誤的なノウハウが多数必要な半導体製造装置の分野では、未だ日本のメーカーが活躍している。

こうした状況の中で、さらに、読者の皆様は、以下のニュースに接して、どう感じられたでしょうか。

○ 政府が日本学術会議の組織改革の法案を通常国会に提出する方針であることに對し、歴代会長5人が2月14日、岸田文雄首相に対して「根本的に再考することを願う」などとする声明を連名で発表した。

○ 大西氏は「地球環境問題や原子力などエネルギー問題をはじめ、文明が抱える大きな問題を、さまざまな分野の知見を総合して整理できる場合は学術会議以外にない。法制化によって学術会議の体質が変われば、そのような発信がなくなり、暗く、あやうい社会になっていくだろう」と警鐘を鳴らした。

○ 内閣府の方針では、会員選考の際に外部の第三者委員会が介入する仕組みを導入する。これに對し、声明では、アカデミーの世界では自律的な会員選考こそが「普遍的で国際的に相互の信認の根拠となっている」とし、「内閣府案はこれを毀損する」と批判。「長期的視野の公平な検討のしくみ^{きそん}の下で、科学者を含めた社会や、与野党を超えた国会での議論が必要」とした。

日本を含む世界では、ロシアのウクライナ侵攻を契機に、原発の再利用を進めようとしています。この是非は、もはや筆者の判断能力を超えますが、しかし、福島原発事故の後処理が未だ見えていないことには変わりません。

○ トリチウムの半減期12.3年で、比較的短い。廃炉による高放射性汚

染物の処理とは本質的に異なります。トリチウムが $\frac{1}{100}$ になるには、80年あまりで済みます。人の一生分程度保存した後、必要ならさらに希釈して放出すれば、コスト的にも大幅な削減となります。ただ問題は、80年ほどどこに保存しておくかです。

最近になって、やっと以下のような議論がされるようになってきました。

○ この国の学生の理系率はOECD平均よりはるかに低い。「現在35%にとどまっている自然科学(理系)分野の学問を専攻する学生の割合についてOECD諸国で最も高い水準である5割程度を目指すなど具体的な目標を設定し、今後5~10年程度の期間に集中的に意欲ある大学の主体性をいかした取り組みを推進する」

しかし、相変わらず、ピント外れの「主体性をいかした取り組み」に焦点を当てています。問題は中身です。この国のこの40年の教育と科学技術力の低下の現実から、何も学んでいません。既にしつこく指摘してきましたが、現代が要請する主要な目標「知的創造的能力」の教育に焦点を当てない限り、この国の再生はあり得ません。

もう一度、原点に戻って、この国の「困難」を冷静に反省してみるべきではないでしょうか。

『春夏秋冬418号』では、経済評論家の加谷珪一氏の、

○ 短期的にはともかく、長期的な成長というのは、財政や金融といった経済政策ではなく企業の競争力で決まる。経済政策には成長を側面支援する効果しかなく、それ自体が成長の原動力にはならない。日本経済がゼロ成長に陥ったのは、日本企業の競争力が低下したことが原因であって、経済政策でどうにかなるものではない。

を取り上げました。

『春夏秋冬419号』では、野口悠紀雄氏の主張、

○ 日本経済の活性化は金融政策ではできない。賃金上昇するには、企業の付加価値が増加しなければならない。それは、金融政策で実現することではない。企業の競争と、高度な専門教育による人的能力の向上によって実現したのである。

は疑う余地はありません。

既に何度も報告しましたが、昨年の8月9日の朝日新聞には、以下のような記事がありました。

○ 日本の注目度高い論文数 韓国、スペインに抜かれ12位に

注目度が高い科学論文の数で、日本が上位10カ国から転落した。文部科学省が9日、「科学技術指標2022」で公表した。前回の調査(17~19年平均)では10位だったが、18~20年平均を調べた今回はスペインと韓国に抜かれ、12位になった。担当者は、「数を見ると、日本はここ数年は横ばいだが、他の国の論文数がどんどん増えており、相対的に順位が下がっている」と説明した。

事態は明白であり、かつ、猶予はありません。

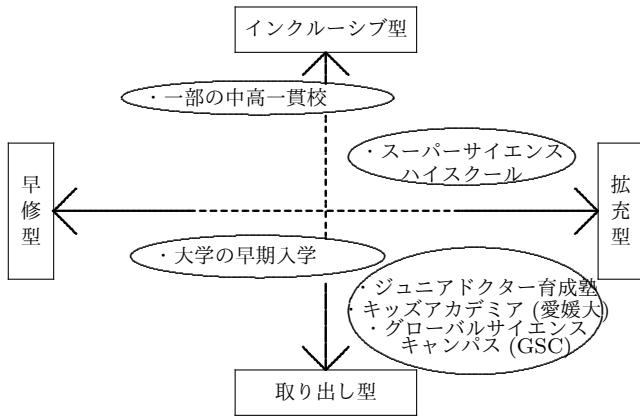
知的創造的能力 → 科学技術力 → 労働の生産性

の強い因果関係の「時代認識」を基礎にすれば、現代の教育問題の根幹、即ち現代が要請する主要な教育目標「知的創造的能力」の育成に全力を集中して取り組む以外に、この国の展望を切り開く手立てはあり得ません。

にもかかわらず、この国では、相変わらず「即興力」を軸とする「競争と選抜」の論理に拘泥し、「知的創造的能力」を軸とした力強いこの国の発展を毀損しようとしています。

現代が要請する教育を！

- 1 朝日新聞の別冊 EduA(2月号) 特集「才能の育み方」
「才能ある子どもを支援しようという取り組みが広がっています。輝きを埋もれさせず、伸びやかに開花させるにはどうすればいいのでしょうか。」
には、以下のような
「才能ある子どもを対象にした教育実践例」が書かれている。



この図は、岩永雅也・放送大学長への取材を基に作成した日本の才能教育の主な実践例としている。縦軸の「インクルーシブ型」は他の子供と一緒に学び、「取り出し型」は他の子と分けて指導する仕組み。横軸の「早修型」は上級学年の内容を先取りして学び、「拡充型」は通常の進展のままでもより深く体系的に学ぶ、とある。

そして、脳研究者・池谷裕二氏(東大大学院薬学系研究科教授)の次のようなコメントがつけられている。

「ギフティッド」と言われる子供は、脳の多様な働きを特定の行為に活用する能力を持っている。画一的な評価で、そうした才能が毀損されている。

上の図は、現実に行われている「才能ある子ども」を対象とした各種の教育プロジェクトをかなりの確に表現している。しかし、人の知的創造的活動は、人の活動の主要な一部分となりつつあり、「才能ある子ども」だけを対象としたこれらのプロジェクトでは、現実が要請する教育目標に全く応えることはできない。

- 2 同じ EduA には、以下の様に書かれている。

「特異な才能」を持つ子供は、学校の授業で好奇心を満たせず、周囲との関係に苦しむことがある。文部科学省の有識者会議は昨年、「特異な才能」を持つ子供たちの指導や支援の方法について議論を重ね、以下のような提言に至った。

「習熟度に応じた自由度の高い学習を」
文部科学省有識者会議の提言

支援策	取り組み例
教員の周知・研修の促進	オンデマンドが視聴できるような動画など、教員向けの研修教材を作成し、教員養成段階でも活用する
多様な学習の場の充実	空き教室や図書館など、安心して過ごせる場を提供する。養護教諭、スクールカウンセラー、学校司書も活用する
特性を把握するためのサポート	子供の発達や特性を把握するためのツールについての情報を整理し、学校で活用できるように共有する
学校の機関についての情報提供	学校で行われているプログラムについての情報を集約・提供する。そのためのオンライン上のプラットフォームを構築する
実証研究を通じた事例の蓄積	授業や学級経営のありかた、学校外の機関との連携、教員研修などの事例を蓄積し、共有していく

これは、現状を基礎にした、次善の実現可能な努力目標の提言と言える。しかし、これでは現実が強く要請する「知的創造的能力」の育成に、とても応えることはできない。

- 3 岩永氏の分析と言い、有識者会議提言と言い、かなり一貫した分析と主張となっている。

現代では、多くの確立した技術は自動化され、知的創造的分野においても、ICTとAIは実績を出し続けている。その一方で、人の「知的創造的能力」の関与が不可欠な事態も次々と現れてくる。そう簡単には、シンギュラリティなど実現しない。知的創造的能力 → 科学技術力 → 労働の生産性の強い因果関係を支配するのは、現代のAIも及ばない人の「知的創造的能力」である。

確立したICTとAIは、直ちに「普遍化」する。特定の国や地域のみがその恩恵を享受し続けることは考えにくい。人が、AIを活用しながらも絶えざる「知的創造的能力」を発揮するところこそ、アドバンテージを維持し続けることができる。

しかし、筆者が理解する現実、即ち、現代が要請する主要な教育目標「知的創造的能力」の獲得は、限られたギフティッドや選ばれた一部の若者にのみに要請されるのではない。「知的創造的能力」を要する労働に就く人の割合は、ますます増大し、当面でも、同世代のおよそ3割を超えると予想する。ICTとAIの進歩は、多くの物的生産労働の自動化を推し進めているが、人には、ますます主要には当面のAIだけではなし得ない人の「知的創造的能力」を要請する状況になってきたのだ。

- 4 何度も書いた、当塾の改革案をもう一度示す。

(1) 「現代が要請する主要な教育目標」は「知的創造的能力育成の教育」であり、その実現は僅かでも「知的創造的実績」を持った教師によってしか実現できない。「知的創造的成果(基礎科学)」を理解すること、自らが知的創造性を発揮することとは、天と地ほどの隔りがある。確立した科学をいくら正確に理解していても、自らが創造的実績を出せる保証はどこにもない。「知的創造的実績」を出す確かな方策は、科学を正確に理解するだけでなく、どうした具体的(歴史的)契機を媒介にして創造性が獲得されるのか、創造性を発揮した人たちは他の人が持っていなかったどんな多様性・個性(特異性)がその実績に寄与したのか、を学んでおかねばならない。確立した科学を正確に修得し、如何に要領よく「即興的」に既に解かれた課題にマニュアルに従って応えることができたとしても、その人の

「知的創造的能力」を検定したことにはならない。現代の教育の主要な目標は「知的創造的能力」自身であり、実績を持たない人の基礎科学教育の担当能力は未知数である。現代でも当然のごとく多くは大学院では創造的実績を持った人が教授を務めている(怪しげな教授も多数いる)ことになっているが、それは全く同様の理由によって、中等教育や大学の学士課程教育においても創造的実績をもった人でなければ、創造性教育を担当することはできないことを意味する。

(2) この国の低迷は、高度な知的創造的活動に専念できる人が少ないことに起因する。研究開発費の倍額ではなく、多様な課題に応え得る大量の創造的能力を持った人材の育成こそが必要である。一方で、研究開発者は、広い意味で常に何らかの自らの後継者の養成に関わらざるを得ない。それを、大学院の教授だけでなく、中等教育、大学学士課程の教師にも拡張すればよい。したがって、中等教育、大学学士課程の「創造性教育」における教師の資格は、「知的創造的実績」のある人である。

(3) 中等教育、大学学士課程の教師の教育ノルマを週2日程度以内に制限し、残りの全ての時間を研究・開発的労働に従事させる。身分保障・生活保障は、教育ノルマだけで行う。

一般に、どの教科においても、教育には多くの補助的な労働が伴う。そうした労働には、現在の学卒程度の学力を持ち、少々の教師としての訓練を受けた多くの人たちが分担すればよい。広い意味での教育は、従って、学校教育は国民全体の課題であり、それぞれは、自らの能力に応じた貢献ができるよう組織しなければならない。

(4) 「知的創造的能力」の重要な要素の一つは、基礎科学を完璧な完成したもとしてではなく、進歩・発展の歴史(論理)の中で理解すること、二つ目には、各自の創造性の源泉は各自を特徴づける多様性・個性にある。同じことを学んでも、同じ現実に接しても、他の人とは異なる受け止め・理解ができる。自らの持つ多様性・個性は感性と言われることもあり、それが合理性と結合したとき、創造性に発展する可能性を持っている。

(5) 母語や地域は多様性の宝庫である。初等・中等教育は自力で通える距離に、大学学士課程の大学は自宅から通える距離に、当面理学教育においては(いずれ社会科学においても)それぞれ個人の意欲と能力に応じた最適の教育コース・カリキュラムを開発しておく必要がある。

(6) 中等教育においても、半年前にはシラバスや講義要綱(参照:当塾のHPの「電磁気学メモ」「電磁気学講義詳細」)を公開し、受講選択の指導はあっても、最終的には受講者の責任において受講する、という形式にすればよい。

現在、「デジタル教科書」の導入が準備されている。「デジタル教科書」は、教育の無償化に大きく貢献できる。普及すれば、授業の進め方は、一変するだろう。基礎科学教育、即ち大学学士課程教育にまでそうしたものが進行すれば、学びは大きく変わるだろう。しかし、対面での、原理の確認・ディベート・実験観察資料の整理などの従来からの学びの基礎は欠かせない。

「即興力」を検定する各種入学テスト、各種学力テストは、全面的に廃止すべきだ。

(7) 現代の学校は非常に多くの、しかも重要な任務を持っている。また、どの教科においても、教育には多くの補助的な労働が伴う。それぞれには、それぞれの課題を熟知した専門家を配すべきだ。教育レベルを向上させるためには、教師の任務を「知的創造的能力の育成」のみに絞るべきだ。

(8) 現在、私立中学校・高校や一部の公立中学校では「教科センター方式」の授業が行われている。これを中学、高校、大学学士課程教育全体に拡張すればよい。

直ちに、一部のカリキュラムは、公・私、中・高・大の壁を越えて、多

様な生徒・学生の要望に応えられるよう改革すべきだ。勿論、教育は、全て無償が原則である。優れた教育への投資は、十数年後には、二倍どころか、何十倍もの経済効果を必ずもたらす。

(9) 生徒は、意欲と能力に応じて、最大限、教科書のレベルを超えて自主的に学習できる体制に移行すべきである。指導用書籍等の全面的な公開(誰でも適切に入手できることを含む)は、直ちに実現できる改革の重要な一歩となりえる。デジタル教科書は、自動的に、そうしたことが可能なように、編集することができる。あらゆるところ、あらゆる局面で、学校や大学の枠を飛び越えて、生徒・学生が、自らの意欲と能力に応じた学習が無償でできるように組織すべきだ。

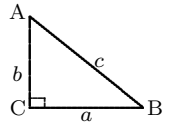
可能などころから、直ちに取り組みを始めて頂きたい。後の祭り、の可能性が増大している。

創造性教育を！

1 はじめに、前回書いた整数問題について、スペースの関係で跳ばしたこと、即ちピタゴラス数について、『中学数学基礎』に従って書く。ただし、この話題は、筆者のオリジナルなものではなく、殆どは、よく知られた内容である。

ピタゴラスの定理(Pythagorean theorem)は三平方の定理とも呼ばれ、以下のものである。証明は、無数にあるが、『中学数学基礎』にも何種類かを書いている。

三平方の定理
 直角を挟む2辺を a, b , 斜辺を c とすると
 $a^2 + b^2 = c^2$
 となる。また逆も成り立つ。



どんな有理数の組が直角三角形の3辺となるかを調べるとする。しかし、こうした議論は全て整数の範囲で行えばよい。なぜなら、分数が関わるとしたら、3数の分母の最小公倍数をかけて、整数の組にしておけば、それは元の三角形と相似となるからである。

三平方の定理を満たす 整数の組 をピタゴラス数という。

m, n は互いに素な自然数とし、

$$a = d(m^2 - n^2), b = d \times 2mn, c = d(m^2 + n^2)$$

とすると、 (a, b, c) はピタゴラス数である。

$$\begin{aligned} \text{なぜなら, } & a^2 + b^2 \\ &= d^2(m^2 - n^2)^2 + d^2(2mn)^2 \\ &= d^2(m^4 + 2m^2n^2 + n^4) \\ &= d^2(m^2 + n^2)^2 = c^2 \end{aligned}$$

表は最も簡単な比となる場合のピタゴラス数の組である。

原始ピタゴラス数

m	n	a	b	c
2	1	3	4	5
3	2	5	12	13
4	1	15	8	17
4	3	7	24	25
5	2	21	20	29
5	4	9	40	41
...

もう少し詳細にピタゴラス数について議論しておく。

最大公約数が1であるようなピタゴラス数は素あるいは原始的(primitive)であるという。

全ての原始ピタゴラス数が、

$$a = m^2 - n^2, b = 2mn, c = m^2 + n^2$$

(m, n は互いに素で、一方が偶数、他方は奇数の自然数)で求められることは次のように証明できる。

a と b がともに偶数、 a と b がともに奇数、の場合 a, b, c は原始ピタゴラス数にはならない。したがって証明では b を偶数、 a, c は奇数としておく。 $c+a, c-a$ ともに偶数となるから、 $c+a=2p, c-a=2q$ (p, q は $p > q$ の自然数) とおく。ところが、 p, q の最大公約数を G とし、 $p = Gp', q = Gq'$ (p', q' は $p' > q'$ の互いに素な自然数) とおくと、 $c = p + q = G(p' + q')$ 、 $a = p - q = G(p' - q')$ となって、 $G = 1$ でなければならない。

$b^2 = c^2 - a^2 = (c+a)(c-a) = 2p \times 2q$ より、 $(b/2)^2 = pq$ となり、 pq は平方数である。ところが、互いに素な2数の積が平方数のときは、それら2数はともに平方数でなければならないから、 $p = m^2, q = n^2$ (m, n は互いに素な自然数) とおける。よって、 $(c+a)/2 = m^2, (c-a)/2 = n^2, b/2 = mn$ である。したがって、 $a = m^2 - n^2, b = 2mn, c = m^2 + n^2$ となる。 m, n がともに奇数の場合、ともに偶数の場合は a, b, c が全て偶数となるので省いて、 m, n は一方が偶数、他方は奇数とする。

原始ピタゴラス数が無数に存在することは次のような場合を考えると簡単にわかる。

正の整数 n にたいして、 $(n+1)^2 = n^2 + 2n + 1$ となるが、

$2n + 1 = k^2$ となる正の整数 k が存在すれば、

$$(n+1)^2 = n^2 + k^2$$

となり、 $(n+1, n, k)$ はピタゴラス数となる。

ところが、任意の $k \geq 3$ の奇数 k を選ぶと、

$$n = \frac{1}{2}(k^2 - 1), n - k = \frac{1}{2}\{(k-1)^2 - 2\} > 0$$

各組で k は最小の数だから、これらは全て別の組であり、

原始ピタゴラス数は無数に存在することになる。

また、上のことを用いると、次のような性質があることがわかる。

a, b, c がピタゴラス数のとき、

- ① a か b は3の倍数である (関西学院大)、
- ② a か b は4の倍数である、
- ③ a か b か c は5の倍数である。

という性質がある。これらは、「文字を使った説明」の問題としてよい練習問題である。

①について… a, b ともに3の倍数でないときは $a = 3m \pm 1$ (m は整数)、 $b = 3n \pm 1$ (n は整数) と表せる。したがって、 $a^2 + b^2 = 3(3m^2 + 3n^2 \pm 2m \pm 2n) + 2$ (3で割ったとき余りが2) となる。ところが、 $c = 3p, 3p \pm 1$ (p は整数) とすると、 c^2 はいずれも3の倍数か、3で割ったとき余りが1の場合のみで、余りが2にならない。よって a か b のいずれかは3の倍数である。

②について、 b は $2mn$ で求められ、 m か n は偶数だから、 b は4の倍数となる。

③について、 a, b, c のいずれも5の倍数でないとする。 a^2, b^2 をそれぞれ5で割った余りは、1または4である。したがって、 $a^2 + b^2$ を5で割った余りは、0または2または3となるが、 c^2 を5で割った余りは1または4であり、矛盾する。したがって、 a, b, c のうち少なくとも一つは5の倍数である。

「抽象数学のてざわり ピタゴラスの定理から圏論まで」

斎藤毅著 岩波科学ライブラリー 305

2021年7月第1刷発行

には、第0章で原始ピタゴラス数の全く違った証明を与え、

それを手掛かりに、現代の抽象数学への道が開けることを示唆している。そして、第0章のまとめには、「現代数学は線形代数と微積分で支えられています」とあり、中学数学を一通り学んだあとは、全力で、線形数学と微積分を学ばねばならないことを教えている。どの科学の分野も、歴史から発展の契機を理解することは、極めて重要である。

余談だが、最近になって「フェルマーの最終定理」

「3以上の自然数 n に対して、

方程式 $x^n + y^n = z^n$ は自然数解を持たない。」

が証明された。こんな定理が成り立つことはギリシャ時代から関心が持たれ、17世紀にフェルマーが定式化したものとされているが、多くの数学者の努力の結果、1994年10月ワイルズによって最終的に証明された。見かけ上、こんな簡単なことも、数学的に厳密に証明することの難しさを示した例であり、一方で一見どうでもよいような定理の証明を通じて、数学は大きく進歩したと言われている。ただし筆者は原論文を読んでもいないだけでなく、読んでも分からないだろう。解説に目を通したに過ぎない。たとえ中学生でも、ピタゴラス数について話を聞こうと思うならば、フェルマーの最終定理をよく理解している先生の話の方が間違いなく有益だろう。学問とはそういうものであり、教育はそれを一緒になってみんなのものにすることだ。中学の先生も楽ではないはずだ。

「フェルマーの最終定理」

サイモン・シン著 青木薫訳 新潮文庫

には、面白い話が満載されている。

さらに余談だが、「フェルマーの小定理」というのもある。

「 p が素数ならば、任意の自然数 n について、

$$n^p - n \text{ は } p \text{ で割り切れる。}」$$

多分自分で証明できないだろうと思うが、ネットで調べてみれば分るだろう。

「中学数学基礎」は、整数問題、不定方程式の問題について、精々バズーの等式レベルまで学習したに過ぎなく、こうした分野を含め、続けて学習・研究すべき基礎数学は無限に広がっており、先を急がず、着実なレベル向上に邁進して頂きたい。研究だけでなく学習も、人によって、大きくその進め方が変わってもいいと感じている。教育は、それぞれの人の「知的創造的能力」形成上の関心事に如何に適切に対応するかである。各個人が伸びようとする意欲に、社会が十分に応えることが、現代の教育の主要な使命である。些細なことで、個人を振り分け、画一的な技能を押し付けることではない。

② 既に『春夏秋冬417号』をはじめ何度も書いたが、『原論』の第二番目の定理

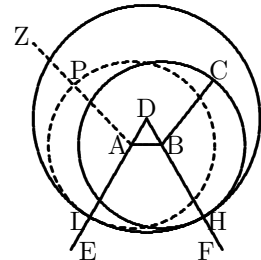
「与えられた点において

与えられた線分に等しい線分を作ることができる。」の証明を諄い^{くど}がもう一度示しておく。これが、図形の合同(したがって、相似)の条件の出発点になるからだ。

与えられた点を A 、与えられた線分を BC とする。このとき点 A において、与えられた線分 BC に等しい線分を次

のように作図することができる。もちろん、前回『春夏秋冬417号』で詳しく説明した通り、「作図とは、定規とコンパスを公法通りに用いて、有限回の操作によって図形を描くこと」とを意味する。

点Aから点Bへ線分ABを描き、その上に正三角形DABを作ることができ、DA、DBの延長上にE、Fをとり、線分AE、BFを描く。半径BCの円Bを描き、線分BFと円Bの交点をHとし、半径DHの円Dを描く。線分AEと円Dとの交点をLとする。



点Bは円Bの中心だから、 $BC=BH$ 、点Dは円Dの中心だから、 $DL=DH$ 、また $DA=DB$ 、 $AL=DL-DA=DH-DB=BH=BC$ 。よって、与えられた点Aにおいて与えられた線分BCに等しい線分ALが作図できた。線分をAZ方向に移動するのならば、半径ALの円Aを描き、半直線AZとこの円Aとの交点を点Pとすれば、線分APは線分BCに等しい線分である。

これを移動の言葉で言えば、①線分BCを点Bの周りに線分BHへ、②線分BHを点Dの周りに線分ALへ、③線分ALを点Aの周りにAPへ、回転移動した形になっている。線分は思い通り「移動」(合同変換)できたのだ。図の場合、3度の回転移動によって、線分BCは線分APに移動した。一般には、回転移動だけでなく、(線)対称移動を必要とする場合もある。(『中学数学基礎』は、(線)対称移動は、作図の公法にしたがって、作図でき、平面図形の全ての移動は、(線)対称移動の繰り返しで行えることを示している。)

これを定理として、明確にしておこう。

線分の移動

線分は作図の公法に従って任意の位置に移動できる。

注目すべきは、本来、コンパスは円を描くだけの道具であり、長さを移動させる道具ではないのだが、上の手続きは、通常やるように、円の中心を任意に移動して、円を描き、長さを移動させる道具に利用しても良い、ということを示したことになる。

これが、三角形の合同条件とどうかかわるかが問題である。線分BCを1辺に持つ $\triangle BCQ$ の点Qがこの①②③の移動によって、どこに移動するかである。

3 以下、『中学数学基礎』にしたがって、

三角形の合同条件

2つの三角形において、次のいずれかが成り立てば、その2つの三角形は合同である。

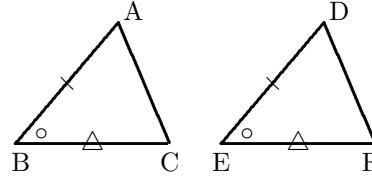
- (1) 3組の辺がそれぞれ等しい。(三辺相等)
- (2) 2組の辺とその間の角がそれぞれ等しい。
(二辺夾角相等)
- (3) 1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しい。
(一辺両端角相等)

を証明する。

はじめに、「二辺夾角相等」を証明しておく。

図において、 $BC=EF$ 、 $AB=DE$ 、 $\angle B = \angle E$ とする。

$\triangle ABC$ を辺BCが辺EFに重なるように移動させる。移動は平行移動、回転移動、対称移動を含んでもよい。この移動に伴って、点Aも移動する。移動によって、角度の大きさは変わらず、 $\angle B = \angle E$ だから、辺BAが半直線EDに重なる(点AがEFに関して点Dと反対側に移動するときは、EFに関して対称移動すれば済むことだ)。半直線ED上で $BA=ED$ となる点はただ一つだから、点Aは点Dに重なる。



したがって、辺ACと辺DFも重なり、結局 $\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ は重なる。これを一般的に述べたのが、2つ目の合同条件「2辺夾角相等」、すなわち「2組の辺とその間の角がそれぞれ等しい」、である。これで、「2辺夾角相等」は完璧に証明できた。

次に「三辺相等」である。 $AB=DE$ 、 $BC=EF$ 、 $CA=FD$ とする。「二辺夾角相等」と同様に、 $\triangle ABC$ を辺BCが辺EFに重なるように移動させる。2点から距離が決まった点は2点を結ぶ直線の両側にできるが、それはその線に対称移動させれば重なるから、ただ一つの点がきまる(証明は後述)とする。 $BA=ED$ 、 $CA=FD$ だから、BCのEFへの移動によって、同時に、点Aは点EからBAの距離、かつ点FからCAの距離である点Dに重なる。よって、「三辺相等」が成り立つ。

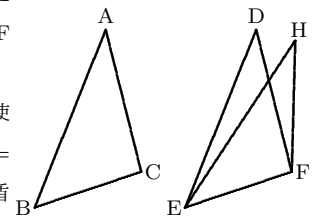
『原論』の三辺相等では、「ただ一つの点」に関して、およそ次のように書かれている。

$\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ において、 $AB=DE$ 、 $BC=EF$ 、 $CA=FD$ とする。線分BCを線分EFに移動したとする。この時、BA、ACもED、DFに重なる。

なぜなら、辺BCが辺EFに重なり、辺BA、ACがED、DFに重ならずEH、HFのようにずれたとする。

DHを結ぶと、二等辺三角形の性質を使うと、 $ED=EH$ 、 $FD=FH$ より $\angle DHE = \angle HDE > \angle HDF = \angle DHF$ となり、矛盾する。

よって、点Dと点Hは重なる。



『原論』では「二辺夾角相等」と「三辺相等」の証明の間に「二等辺三角形の性質の定理」を証明している。「二等辺三角形の性質の定理」の証明には、「二辺夾角相等」のみを用いる。「三辺相等」は、「二等辺三角形の性質の定理」を用いて証明する「ただ一つの点」が存在することを基に証明されているのだ。どこにも、不具合はない。

ところが、当塾がある泉南市が採用している教科書

未来に広がる数学1、数学2、数学3 啓林館

だけでなく、筆者の知る限り、全ての検定教科書には、この証明がない。合同とは、移動によって「ピッタリ重なり合

う」と書かれており、「ただ一つの点」の根拠が不十分である。もっと明確に言おう。現在の検定教科書は、論理的に、合同条件の確定には、上の「ただ一つの点」の証明は必要ではない、とでも考えているのだろうか。もしそうならば、『原論』と検定教科書の間には、論理構成上極めて大きな隔りがある、と結論せざるを得ない。

筆者は、これを確認するため、この十年余り全く利用していなかった泉南市立図書館にお世話になった。以前には検定教科書は、当事者でなくとも三冊そろえて簡単に購入できたが、現在は、かなり面倒な手続きが必要となる。泉南市立図書館の係員は、失くしていた貸出券の代わりに、仮・貸出券を作成してくれ、二度にわたり三冊の検定教科書の閲覧の面倒を見てくれた。教育改革は容易いことではなく、多くの人の努力の結集がなければ成就出来ない。図書館と係員には深く感謝している。

学校の先生は、度を越した長時間労働の中で、画一的な「即興力」育成の教育の使命を負わされている。学校の先生の中から、学校教育の改革のエネルギーを見出すことは、困難である。創造性教育は、創造的実績のある人によってしか実現できず、現在の学校の先生は、補助的な役割(これが非常に重要なことであることは何度も述べた。)しか果たせない。

同様に、「一辺両端角相等」である。 $BC=EF$, $\angle B = \angle E$, $\angle C = \angle F$ とすると、辺 EF の両端からそれぞれ、 $\angle B$, $\angle C$ に等しい角の方向の点は ただ一つ (証明は後述) だから、 BC の移動によって点 A は点 D に重なる。

「一辺両端角相等」については、『原論』では次のように書いている。

$\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ において、

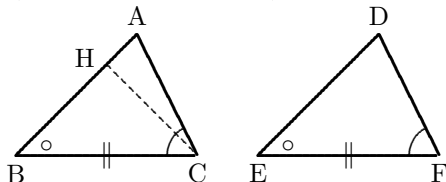
$BC=EF$, $\angle ABC = \angle DEF$, $\angle ACB = \angle DFE$ とする。

$AB \neq DE$ と仮定し、いま、 $AB > DE$ とする。

AB 上に、 $BH=ED$ となる点 H をとり、 HC を結ぶ。

$\triangle HBC$ と $\triangle DEF$ は、「二辺夾角相等」で合同となる。

したがって、 $\angle HCB = \angle DFE$ 。これは、条件 $\angle ACB = \angle DFE$ に反する。



他の場合も同様である。よって、「一辺両端角相等」は証明された。

4 この教科書だけでなく、筆者の知る限り、全ての検定中学数学教科書には、数学の論理構成上の問題が多数ある。

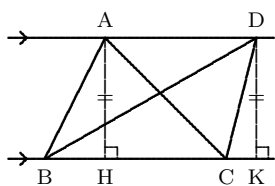
面積を持つ図形についての等号(=)は、面積が等しい事を表す。以下にその問題例を示す。

一つの直線上の2点 B, C と、その直線の同じ側にある2点 A, D について、

① $AD \parallel BC$ ならば、 $\triangle ABC = \triangle DBC$

② $\triangle ABC = \triangle DBC$ ならば、 $AD \parallel BC$

が自明の様に使われている。



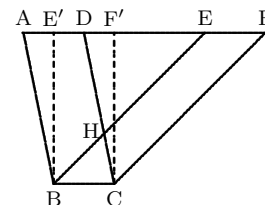
即ち、三角形の面積は、

$$\text{三角形の面積} = (\text{底辺} \times \text{高さ}) \div 2$$

が自明のごとく使われている。

しかし、ここには論理構成上の大きな欠陥がある。そもそもこの公式の根拠がどこにあるかの考察が全くなされていないのだ。

右図において、 $AF \parallel BC$, $AB \parallel DC$, $EB \parallel FC$ である。四角形 $ABCD$ は平行四辺形だから、 $AD=BC$, $AB=DC$ 。同様に $EF=BC$, $BE=CF$ 。ゆえに $AD=EF$ 。両辺に DE を加えて、 $AE=DF$ 。



しかも、 $AB=DC$, $BE=CF$ 。 $\triangle EAB$ と $\triangle FDC$ において、対応する3組の辺がそれぞれ等しいから、 $\triangle EAB \cong \triangle FDC$ (ユークリッドは、 $\angle EAB = \angle FDC$ を用いている)。ゆえに $\triangle EAB = \triangle FDC$ 。両辺から、共通部分 $\triangle DHE$ を引き去ると、四角形 $ABHD =$ 四角形 $EHCF$ 。両辺に $\triangle HBC$ を加えると、平行四辺形 $ABCD =$ 平行四辺形 $EBCF$ 。

さらに、 E, F を点 B, C を通る直線 BC の垂線と AD との交点に選ぶ(図では E', F') と、四角形 $EBCF$ は長方形となる。

この定理と「長方形の面積 = たて \times 横」を用いると、

$$\begin{aligned} \text{平行四辺形 } ABCD &= (\text{一般の}) \text{ 平行四辺形 } EBCF \\ &= \text{長方形 } E'BCF' = BC \times BE' \\ &= (\text{底辺}) \times (\text{高さ}) \end{aligned}$$

が得られる。

$\triangle ABC \cong \triangle CDA$ より $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times$ 平行四辺形 $ABCD$ 。同様に $\triangle EBC = \frac{1}{2} \times$ 平行四辺形 $EBCF$ 。しかも、平行四辺形 $ABCD =$ 平行四辺形 $EBCF$ 。よって、 $AE \parallel BC$ のとき、 $\triangle ABC = \triangle EBC$ 。

しかも $\triangle ABC = (\text{底辺}) \times (\text{高さ}) \div 2$ 。これが『原論』に基づいた三角形の面積の公式の展開である。

『原論』が絶対である、ということではなく、ここでは、算術ではなく数学的展開とは、如何なるものか、をしっかりと学んでほしい。注意すべきは、ユークリッド幾何学の立場からは、三角形の面積の公式は、平行四辺形の学習の後に導かれるものである。

前掲の2年向けの教科書には、

「1つの直線上の2点 B, C とその直線の同じ側にある A, D について、

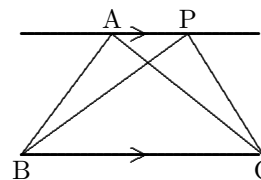
① $AD \parallel BC$ ならば、 $\triangle ABC = \triangle DBC$

② $\triangle ABC = \triangle DBC$ ならば、 $AD \parallel BC$ 」

とある。これは、証明すべきことであつたのだ。

上のことから、三角形は、面積を変えずに変形させることができる。

三角形の等積移動
点 A を通り BC に平行な直線上に点 P をとるとき
 $\triangle PBC = \triangle ABC$



逆に、 $\triangle PBC = \triangle ABC$ とすると、 A, P から BC までの距離が等しくなり、 $AP \parallel BC$ となる。

ここでは省略するが、三角形の等積移動は相似の議論や三平方の定理の証明においても、極めて重要な働きを行う。

「即興的」にテキパキと問題に答えることではなく、歴史的に理論はどういう組み立てで出来上がったのか、現代の数学がどういう契機を媒介にして成立したのかを理解することこそ、「知的創造的能力」の獲得に重要である。