



## 猶予はありません

この何年もの筆者の主張は一貫してきたつもりですが、未だ世の大勢は殆ど変化しておらず、この国はますます多面的な困難に遭遇しています。今回は 中学生にも理解できる よう切り口を少し変えて、以下に主張してみます。

北欧の高い労働の生産性は、無償のリカレント教育・生涯学習・成人教育などが大きくかかわっているとされています。

リカレント教育とは、「学校教育を一度離れて社会で活動していた人が再度教育や訓練を受ける学習機会を得ることができ、それによって自らのキャリアを高め、職業生活や社会生活に生かすことを可能とする教育」のことです。学習の目的は 仕事に生かすための知識やスキルの獲得です。

リカレント (recurrent) とは、「繰り返す」、「循環する」という意味です。生涯学習は、政府広報オンラインによると、生涯にわたり行うあらゆる学習で、学校教育や社会教育、さらには文化活動、スポーツ活動などです。ボランティア活動や趣味など仕事に無関係なことや「生きがい」に通じる内容も学習の対象に含まれます。

社会が必要とする多くの労働の実質的な内容は、次々と変化します。それに応じて、働く人も、自らの能力を転換またはスキルアップしなければなりません。北欧のリカレント教育・生涯学習・成人教育はそれらが無償で保障しようとするものです。それらに拠って、当面の労働の生産性は高い水準で維持されています。

しかし、この状況が何時までも続くとは考えられません。それらの主な目標は、仕事に生かすための知識やスキルです。端的に言えば、リカレント教育・生涯学習・成人教育の目指すものは、技能であり、「即興力」です。多くの技能・即興力に関わる能力は、ICTやAIの進展によって、次々と自動化されていきます。勿論、全ての部分がそうなることなどありませんが、人が関わらざるを得ない部分は相対的にどんどん少なくなっていくということです。すなわち、北欧の高い労働の生産性の原動力、即ちリカレント教育・生涯学習・成人教育など大きくかかわる時代は、徐々に終末を迎えつつあると言えます。それに代わって、少なくとも当面、徐々にではありますが、人が関わらざるを得ない部分、AIや自動化などだけでは対応できない「知的創造的能力」がクローズアップされてきます。勿論、北欧が「知的創造的能力」育成を怠っていると主張しているわけではありません。

現在でも人が関与しなければ、一歩も前に進まないことは無数にあります。AIであっても、徐々に「知的創造的能力」を獲得しているはずですが、現在でも人の「知的創造的能

力」の関与によって始めて解が得られるだろうことは無数にあります。AIは、主に無数のデータと過去の人間の「知的創造的実績」から学びますが、課題によっては、AIだけでは乗り越えることのできない大きな飛躍が欠かせないことも多数あるはずですが、ここにこそ、人の「知的創造的能力」の関与が欠かせません。

AIだけでは獲得できない「人の知的創造的能力の源泉」が、どこにあるのかを考えておかねばなりません。まじめに近年のデータや過去の知的実績を学習する (AIはすでにそうした能力をかなり獲得している) だけでは、AIを乗り越えることができない事は明らかです。その人の存在に関わる多様性 (ダイバーシティ)、即ちその人の持つ個性・信念・民族・経験・価値観などが一体として作用するところに、その人の「知的創造的能力」の一つの源泉があると考えられます。その人が、その時点で、AIや他の人がなし得なかった「知的創造的能力」を発揮するには、それだけの根拠があるはずだ、と考えているのです。

表層的ダイバーシティには、性別・人種・国籍・年齢・SOGI (性的指向・性自認)・障害の有無などがふくまれているといわれています。

一方、深層的ダイバーシティには、宗教・経験・嗜好・第一言語・受けてきた教育・コミュニケーションの取り方が含まれているといわれています。

即ち、個人は、自らに備わっている多様性・個性を有効に活用してこそ、AIや他の人ができなかった「知的創造的実績」を実現することが可能となります。

勿論、全ての人が、「知的創造的能力」を活用する立場になる、ことなどありませんが、自らの個性を活かした生き方こそが、その社会の活性化に結び付きます。現在の社会は、筆者の独断ですが、およそ3割の人に、「知的創造的能力」を要請している、と推測しています。

現代社会が主要に要請する「知的創造的能力」をもった多数の若者を意識的に育成しなければ、その社会は間違いなく徐々に後退を始めます。教育・学習の主要な目標を「知的創造的能力」に置くのではなく、「技能習得」や入試などの「即興力」に傾注しては、次世代の科学・技術を担う人材が育たないのは、火を見るよりも明らかです。

繰り返しますが、現代では、

知的創造的能力 → 科学技術力 → 労働の生産性

の強い因果関係を、誰も否定することはできません。にもかかわらず政策作成段階で、これを無視あるいは軽視し続けてきたこの国では、結果として、国際比較での労働の生産性は、どんどん低下し続けます。現在では、根幹部分の後退は、必然的に全ての方面での後退に結び付きます。君に、これを容認する覚悟はあるのかを問いたいのです。それぞれ自らの立場で、発信する責任があります。

## 道は一つしか残されていない！

1 当塾の HP に、6 月 14 日付けで以下の様に書きました。

(1) 5 月 4 日にアップした『春夏秋冬 422 号』の「創造性教育を！」の中で、『春夏秋冬 422 号』をアップする 5 月初旬には、3 月 10 日に実施された大阪府公立高校入試(数学 C 問題)の解答・解説が公表されるだろうが、(ここでは)3 月 11 日付の新聞発表のみに基づいて解答・解説を行ったことを記しています。もっとスマートな解法や説明があると予想されますが、筆者の実感(危機意識)をありのまま御理解いただくため、3 月 20 日までに書いた原稿を殆ど修正なしで公表する、と書いていました。

(2) 6 月 6 日にアップした『春夏秋冬 423 号』では、大阪公立高校入試の C 問題の問題 3(空間図形)では、筆者は、空間図形の台形の(それなりの精度の)展開図を描き、切り抜き、再構成(それだけでも、数分を要す)すれば、少々の学力不足であっても、殆どの生徒は時間さえかければ正解に到達できるでしょう、と書いていました。

(3) 6 月 13 日の朝刊の大手学習塾の折込ビラに、7 月 2 日に、中 3 生対象の「大阪府公立 C 問題対策模試」(無料)を行う、との広告がありました。数学は 60 分、理科は 40 分だそうです。(模試)受験を希望される生徒の皆さんは、余計なお世話だと思われるでしょうが、是非『春夏秋冬 422 号』『春夏秋冬 423 号』を読んでから、「模試」を受験されるようにお勧めします。

(4) 当塾は、高校入試はこの国の基礎科学力後退の元凶である、と考えています。憲法第二十六条には、 すべて国民は、法律の定めるところにより、その能力に応じて、ひとしく教育を受ける権利を有する。 すべて国民は、法律の定めるところにより、その保護する子女に普通教育を受けさせる義務を負ふ。義務教育は、これを無償とする。」とあります。高校教育も、実質的には、この普通教育に含まれています。高校入試は、今や完全に時代遅れの発想となっています。そうしたものにへの受験対策は、非科学的であり、現代社会が主要に要請する学力「知的創造的能力」の育成に決定的なダメージを与えてきました。

(5) この国の労働の生産性は、国際比較で、日に日に低下しています。この厳しい現実には、総力を挙げて、取り組む時ではないでしょうか。この国の将来をできるだけ多くの青少年に期待できる社会に少しでも変えていく時ではないでしょうか。少子化対策と同じで、今しか、その有効な転換は期待できません。

言いたかったことはただ一つ、高校入試や高校入試対策は、公立中学の生徒たちの「知的創造的能力」に向けての学習の決定的な阻害要因になっている、ということです。早急な改革の断行を措いて、他に道はありません。

2 6 月 4 日にアップした『春夏秋冬 423 号』の「創造性教育を！」を十分検討していただいたでしょうか。そこでは、今春の大阪公立入試の理科の C 問題(凸レンズ)について、詳しく検討しています。そして、

読者は多分、全問正解されたと予想する(これは、理科と数学との大きな違いを表しています)。それほど易しい問題です。しかし、筆者は、読者の多くがその問題設定の意義を必ずしも正確に理解されているとは思わなだけでなく、文科省の定める指導要領に基づく現行の検定教科書での教育は、「知的創造的能力の育成」と言う視点からは、全く的外れた教育が行

われている、と判断した。

と書いています。同じことをここで繰り返し書く気はありませんが、『春夏秋冬 423 号』の解説を読んでいただければ事態は明白です。検定教科書の凸レンズに関わる記述は、一貫して、凸レンズを備えた機器の使い方の説明に費やされており、凸レンズそのものについては全く記述されていません。凸レンズとは何なのか、凸レンズはどういう原理で実現できるのか、凸レンズを備えた機器で観察するとはどういうことなのか、は全く説明がなされていません。

筆者の独断ではありますが、虚像がなぜ見えるのかを確信をもって(論理的に)説明できる中学生は、一割を満たないと予想しています。なんとなく、納得しているだけだと思います。このことは、現在が要請する理科教育にとって、致命的な欠陥となっています。

即ち、理科の検定教科書は単なるマニュアル本になっています。理科は自然の理ことわりを学ぶ教科のはずです。一步一步より広く、より深く自然の仕組みを理解・解明することが、教育・研究の目標です。『春夏秋冬 423 号』の「創造性教育を！」を是非ご検討ください。筆者の中学生への呼びかけを書いたつもりです。

3 当塾は、基礎教育の抜本的改革を提唱しています。そのあらまは、『春夏秋冬 420 号』にありますから、そちらを見て下さい。

憲法は国民が、「能力に応じてひとしく教育を受ける権利」を有するとしており、意欲ある人は、「知的創造的能力」を獲得する権利を持っているはずで。そのためには、地域に住む 全ての該当する年齢の青少年を受け入れ、一貫した中等教育を行う中高一貫校を設立し、その中でも「知的創造的能力」を目標とする全ての生徒には、学年によらず中高一貫校が開講する任意の講義を受講する権利を与え、自宅から通える距離にある大学が開講する任意の基礎科学の授業に参加できるようにすることが必要になります。

「地域に住む 全ての該当する年齢の青少年を受け入れ」とは、既に述べた表層的ダイバーシティや深層的ダイバーシティのみならず、各種の障害もかけがえのない個性として、全ての青少年を受け入れることです。教科によっては、同室で学習することもあり、それぞれの違った目標に対して違った学習形態をとることもあるのは、自然なことです。

才能と意欲のある生徒が、欠陥だらけの現状の検定教科書の枠内に縛られた授業に参加し、さらに、全く意味のない高校入試を受けなければならない現状を、一日も早く変えなければなりません。

未だに、他とは違うように見える若者を「ギフティッド」などと特別視する傾向があります。確かにそうした傾向の若者はかなり存在しますが、筆者の知るところ、少なくとも日本では、そうした扱いで大成功した例はありません。当然「ギフティッド」は国の宝でもあり大切に育てなければなりません、しかし 現代では、「知的創造的能力」を持った大量の若者を必要としています。それがこの国の科学技術力、結果として労働の生産性を大きく向上させる原動力になるからです。

人の能力・才能は、結果でしか評価できません。特に、その人が将来、「知的創造的実績」を出せるかどうかなど、誰

にも分かりません。分かっていたとすれば、それは「知的創造的実績」ではないはず。若者であっても、その人は、その人なりの懸命な努力によって、自己を認識します。何よりも重要なことは、その人の意思・意欲です。それを叶えてあげることこそが、「知的創造的能力」育成の基本戦略となります。それなりの国際的評価が定まった一本の論文さえ書いたことのない人に、若者の将来の知的創造的エネルギーを見抜く力など期待できるはずはありません。

## 創造性教育を！

この1年ほど、数学教育問題で手いっぱい、殆ど理科の教育について議論してこなかった。しかし、『春夏秋冬 423号』の大阪公立高校の理科の入試問題を通して、理科教育もおよそ現代が要請する主要な教育目標（「知的創造的能力」育成）に向けた教育が行われているとはとても言えないことを主張した。以下の文章を読んでいただく前に、もう一度『春夏秋冬 423号』の「創造性教育を！」を読み返していただき、現状の指導要領による検定教科書に基づく公立の中学理科教育が、全く科学教育になっていないことを理解しておいていただきたい。

今回は、筆者が編集した『中学理科基礎』を基に、少しだけ力のつり合いの議論（静力学）、特に、質点や変形しない物体についての力のつり合いを議論する。よく知っていると思われることばかりであるが、次回の流体の力のつり合いの議論の準備だと考え、丁寧に読んでおいていただきたい。

1 初めに、現在泉南市で採用されている中学理科の検定教科書「未来にひろがるサイエンス 1 2 3」（啓林館）で力がどのように扱われているかを概観しておく。

「未来にひろがるサイエンス 1」では、

エネルギー …… 光・音・力による現象

### 3章 力による現象

1. 力のはたらき
2. 力の大きさの測り方
3. 重さと質量
4. 力の表し方 …… 力の三要素
5. 1つの物体に2つの力が働くとき、2力が釣り合う条件
  - ① 2力の大きさが等しい ② 2力の向きは反対である
  - ③ 2力は同一直線上にある（作用線が一致する）

「未来にひろがるサイエンス 2」では、

力について全く言及なし

「未来にひろがるサイエンス 3」では、

エネルギー …… 運動とエネルギー

### 1章 力の合成と分解

1. 水中の物体に働く力 …… 水圧、浮力
2. 力の合成 …… 力の平行四辺形の法則 3力のつり合い
3. 力の分解

補助教材も使っているとは思いますが、基本的な枠組みは、以上が全てだ。これらから何を学べるというのか、はなはだ疑問である。その上、現状においては、公立中学生は高校入試対策と言う極めて理不尽な状況に置かれている。自然科学の最も基礎の部分を担当する物理分野でのこうした杜撰な取り扱いの中では、生徒が余程のギフティッドであったとか、現代では殆ど見られない「知的創造的実績」を持った先生が余程の情熱を生徒に注がない限り、現代が要請する「知的創造的能力」を獲得した大量のまともな学者が育つとは到底考えられない。

通常、力は、

1. 物体を支える 2. 物体を変形させる 3. 運動の状態を変えるの3つ作用がある、と言われる。こうした働きをするものを力と定義している。何故数学のように明確な定義がなされていないのか。これは自然科学の重要な1側面である。自然を対象に学習するとき、その対象が明らかになる度合いに応じて、そこに用いられる言葉（概念）もだんだん具体性、普遍性が明確になるものだ。対象がよく理解されず、現実との対応（実験など）が不十分な段階で、いくら頑張っても定義をしたところで、意味がない。

ニュートンは、力と運動について3つの基本法則にまとめた。

慣性の法則 運動の法則 作用・反作用の法則

これが、全ての力や運動の基礎になっているが、ここでは背景としてはこれを意識しながらも、少し違ったやり方で話を進める。

従って、以下では、『中学理科基礎』で書いていることのうち、通常の説明で書かれていることはできるだけ省略し、ここで強調したいことのみを書く。読者は、できれば、『中学理科基礎』の「第2章 力、運動、エネルギー」の全体をお読みいただき、この文章で省略しているところを補っていただきたい。二十数年間、主な主張は全く変更していない。

1番わかりやすい石を持ち上げる問題を例にすると、この仕事の量は石の重さと持ち上げた高さに比例する。すなわち  

$$(\text{仕事}) = (\text{力}) \times (\text{移動距離})$$
 となる。

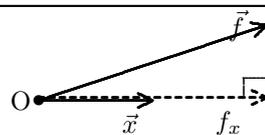
こんな仕事の定義は一見海水の淡水化や冷房の問題に全く役に立たないように見えるが、実はこれでかなりの整合性がある。もちろんはじめに指摘した力とは何かとかの曖昧さは少しずつ解消されつつ永遠に続く。仕事との関係で力がより具体的になってくる。ただ物を支えたり、そこに物があつたりしただけでは仕事にはならない。また手ぶらで力を加えないで変位させただけでは何も得られない。

ところが、力を加えた方向と変位した方向が垂直であれば何らかの成果が得られたとはいえない。したがって、移動方向と力の方向の関係も仕事に欠かせない要素になる。よって力と移動方向が平行でない一般の場合は、

### 仕事の定義

$(\text{仕事}) = (\text{加えた力の移動方向成分}) \times (\text{移動距離})$

$$W = \vec{f} \cdot \vec{x} \quad (= \vec{x} \cdot \vec{f})$$



となる。仕事  $W$  (work) は一つの数で表され、正負の符号を持つ。力  $\vec{f}$  (force) や変位  $\vec{x}$  は大きさ、方向、向きを持って

おり、そのことを明確にするため矢印の付いた文字  $\vec{f}$  や太字 (ゴシック)  $f$  で表すベクトルと呼ばれる量である。(「方向」とは、南北とか、上下などを表し、「向き」は南北の方向でも、北向きか南向きかを表すものとする)。速度や加速度は変位や速度を時間で割った量だからベクトルである。また、電場や磁場もベクトルである。「 $\cdot$ 」の意味は力  $\vec{f}$  の移動方向の大きさと移動  $\vec{x}$  の大きさの積となるようなかけ算で、ベクトルの内積といわれる。この関係は、対象が一直線上の議論に限定されるときは、 $W = fx$  と表すことができる。 $\vec{f}$  と  $\vec{x}$  が角度をもっているときは、 $\vec{f}$  の  $\vec{x}$  方向の成分を  $f_x$  とすると、 $\vec{f} \cdot \vec{x} = f_x x$  となる。

ベクトルとその内積について

変位  $\vec{x}$  と変位  $\vec{y}$  について、それらの和や何倍かしたものも変位になる。すなわち、 $\vec{x} + \vec{y}$ ,  $a\vec{x}$ ,  $0$  元が存在し、和の交換法則・結合法則、 $a$  倍について分配法則  $(a+b)\vec{x} = a\vec{x} + b\vec{x}$ , 結合法則  $a(b\vec{x}) = (ab)\vec{x}$  などが成り立つなど一連の公理を満たすものをベクトルという。変位はわれわれが最初に遭遇するベクトルである。

また  $(\vec{x} + \vec{y}) \cdot \vec{z} = \vec{x} \cdot \vec{z} + \vec{y} \cdot \vec{z}$ ,  $(a\vec{x}) \cdot \vec{y} = a(\vec{x} \cdot \vec{y})$ ,  $\vec{x} \cdot \vec{x} \geq 0$ , 等号は  $\vec{x} = 0$  の時のみ、などの性質のある演算  $\cdot$  を内積という。

ここでは、力はそれと数学的に同じ性質を持った物理量であることを主張している。厳密な議論は大学に進んでからのお楽しみだ。

簡単な例で考える。質量 10kg の物体を 5m 持ち上げるとする。

このとき力  $\vec{f}$  は上向きで、大きさは 10kg の物体を地上で支えるのと同じ大きさである。ゆっくり、時間をかけてもちあげればよい。移動  $\vec{x}$  は鉛直上方へ 5m である。したがってこのときの仕事は

$$W = \vec{f} \cdot \vec{x} = fx = 10\text{kg 重} \times 5\text{m} \\ = 50\text{kg 重 m}$$

となる。力の単位を kg 重で表したが、これでは統一的な議論に不自由するので、理科ではいまでは SI 単位系に統一されている。SI 単位系は MKS 単位系を元に構成されている。「MKS 単位系」の M は 1m, K は 1kg, S は 1 秒 (second) を表している。

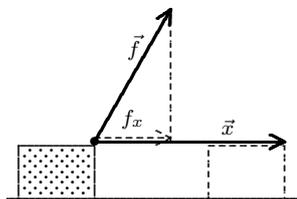
地面上にある物体の一端に水平方向と 60° の方向に 100N の力を加えて水平方向に 10m 移動させたとする。即ち

$$\vec{f} = (\text{水平方向から } 60^\circ \text{ の方向, 上向き, 大きさは } 100\text{N}) \\ \vec{x} = (\text{水平方向, 力と同じ向き, 大きさ } 10\text{m})$$

とすると、

$$\text{力の水平方向成分は } f_x = 100\text{N} \times \frac{1}{2} \\ W = \vec{f} \cdot \vec{x} = 100\text{N} \times \frac{1}{2} \times 10\text{m} \\ = 500\text{Nm} = 500\text{J}$$

となる。



「単位がわかれば、物理がわかる」といわれるほど、単位は自然の法則抜きには理解できない。物体の運動を支配する法則、「物体に運動の変化 (加速度) を与える力は、物体の加速度と質量に比例する」すなわち、 $f = ma$ ,  $a$ : 加速度 が成り立つことが知られている。これはニュートンの運動の第 2 法則だ。運動の基本法則、及びその結果を議論する学問を「力学」という。中学では、この考え方を背景にしながらも、この  $f = ma$  を直接には使わないで、運動や力の釣り合いを議論する。

物体の速度を変化させるためには力が必要である。このことを逆に利用して力の単位を定めることにしたのである。

質量 1kg の質点 (物体) に  $1\text{m/s}^2$  (毎秒毎秒 1 m) の加速度を

与える力を 1N (Newton, ニュートン)

と約束する。すなわち「 $1\text{N} = 1\text{kgm/s}^2$ 」である。地上では静止していた物体の支えをはずすと、毎秒毎秒  $9.8\text{m/s}^2$  の加速度 (重力加速度) で落下する、すなわち重力加速度を  $g$  とすると、 $g = 9.8\text{m/s}^2$  である。物体を地上で支えるということは、それが落下しないように  $g$  とおなじ上向きの加速度を与え続けていることになる。したがって

$$1\text{ kg 重} = 9.8\text{kgm/s}^2 = 9.8\text{N}$$

となる。力の MKS 単位, N (ニュートン) に対応して仕事の単位は J (Joule, ジュール) が用いられる。1N の力で 1m 移動させる仕事を 1J と定義する。すなわち、「 $1\text{J} = 1\text{N} \times 1\text{m}$ 」である。そうすると、「1kg 重  $m = 9.8\text{J}$ 」となる。

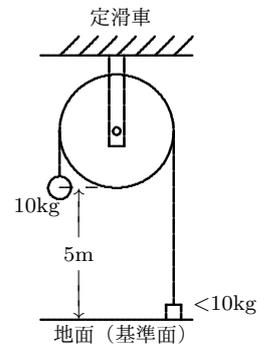
よって質量 10kg の物体を 5m 持ち上げるのに必要な仕事は

$$W = 50\text{kg 重 m} = 50 \times 9.8\text{J} = 490\text{J}$$

となる。

いま質量 10kg の物体が基準の地上から 5m の高さのところにあるとする。物体は重力に逆らって 490J の仕事をされてその位置まで引き上げられた。逆にこの物体は定滑車などを使って、限りなく 10kg に近い物体を 5m まで引き上げることができる。

したがって地上 5m にある質量 10kg の物体は仕事をする能力を持っている。一般に仕事をする能力をエネルギーという。地上 5m の物体は基準面に対する相対的な位置によってエネルギーを持っているから、位置エネルギーという。すなわち、地上 5m の 10kg の物体は 490J の位置エネルギーを持っていることになる。



一般に、基準面からの高さが  $h[\text{m}]$  の質量  $m[\text{kg}]$  の物体の位置エネルギーは  $E = mgh$  [J] となる。理科では単位を統一し、式や文字に単位を含ませた表現をする。したがって上の関係は

$$E = mgh$$

となる。それぞれの単位も同時に示したいときには、この同じ式を

$$E[\text{J}] = m[\text{kg}] \cdot g[\text{m/s}^2] \cdot h[\text{m}]$$

などと表してもよい。以上が、準備の記述の全てだ。

2 ここからが本論だ。系を一つの質点とする。力が作用するとき、大きさや方向が違えば違った効果がえられる。逆に言えば力  $\vec{f}_1$  と  $\vec{f}_2$  が等しい  $\vec{f}_1 = \vec{f}_2$  とはそれぞれの大きさと向きが等しいことだ (相等性)。別の言い方をすると、全ての の微小変位  $\vec{x}$  に対する仕事が等しいことになる。

$$\vec{f}_1 = \vec{f}_2 \iff \vec{f}_1 \cdot \vec{x} = \vec{f}_2 \cdot \vec{x}, \vec{x}: \text{あらゆる方向の微小変位}$$

$x$  軸,  $y$  軸,  $z$  軸方向の単位ベクトル (基本単位ベクトル) を  $\vec{i}$ ,  $\vec{j}$ ,  $\vec{k}$  とすると、一般の力はベクトルは  $\vec{f} = f_x\vec{i} + f_y\vec{j} + f_z\vec{k}$  と表せる。この時、任意のベクトル  $\vec{a}$  に対して、 $\vec{f} \cdot \vec{a} = 0$  ならば  $\vec{f} = 0$  が証明できる。参考書は無数にある。少しずつ三次元ベクトルに馴染み、必要なことは、自分で証明しておこう。

またある力  $\vec{f}$  を  $a$  倍した力  $a\vec{f}$  は大きさが  $\vec{f}$  の  $a$  倍で向きは  $a$  が正の時は  $\vec{f}$  と同じ、 $a$  が負の時は反対向きとする (ス

カラー倍)。すなわち

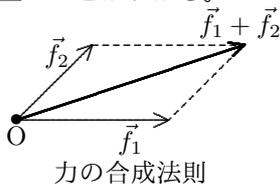
$$(a\vec{f}) \cdot \vec{x} = a(\vec{f} \cdot \vec{x}), \quad \vec{x}: \text{あらゆる方向の微小変位}$$

である。さらに、ベクトル  $\vec{f}$  の方向や向きを無視して大きさだけを表すときは、 $f = |\vec{f}|$  などと表す。すでに説明したとおり、中学で表現する変数は多くの場合、この大きさに符号も込めて表現することが多いから注意が必要である。また混乱が避けられるときは、 $\vec{f}$  を  $f$  などとあらわすことはすでにのべた。

空間内にある点（質点）に2つの力  $\vec{f}_1, \vec{f}_2$  が作用していたとする。この2つの力を一つの力と見なしたとき、これを力の合成といい、 $\vec{f}_1 + \vec{f}_2$  と表す。合力  $\vec{f}_1 + \vec{f}_2$  の意味はあらゆる方向の微小変位  $\vec{x}$  について

$$(\vec{f}_1 + \vec{f}_2) \cdot \vec{x} = \vec{f}_1 \cdot \vec{x} + \vec{f}_2 \cdot \vec{x} \quad \dots (*)$$

ということだから、いわゆる力の平行四辺形の法則（合成則）が成り立つことがわかる。

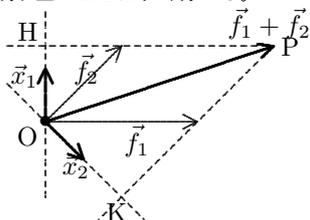


式(\*)が力の平行四辺形の法則を表していることを示しておく。

微小変位  $\vec{x}$  はあらゆる方向でよかったから、 $\vec{f}_1$  に垂直な方向の単位の変位  $\vec{x}_1$ ,  $\vec{f}_2$  に垂直な方向の単位の変位  $\vec{x}_2$  をそれぞれ考える。

$\vec{f}_1 \cdot \vec{x}_1 = 0$ ,  $\vec{f}_2 \cdot \vec{x}_1 = OH$  より、点Pは点Hを通り  $\vec{f}_1$  に平行な直線上にある。同様に点Pは点Kを通り、 $\vec{f}_2$  に平行な直線上にある。よって、点Pは1つの頂点Oと、 $\vec{f}_1, \vec{f}_2$  を2辺とする平行四辺形の頂点となる。

逆に点Pが  $\vec{f}_1, \vec{f}_2$  のなす平行四辺形の頂点であれば、全ての  $\vec{x}$  に対して、式(\*)が成り立つことはすぐ分かる。



歴史的に、力の平行四辺形の法則をすっきり「証明」したのは Stevin(1589) と言われている。Stevin は底面が直角三角形の三角柱を用いた思考実験によって力の合成が平行四辺形の法則に従うことを説明した。これは直感的で、分かりにくい原理を何も仮定せず明確な説明となっているが、かなり話が長く、その上、何が本質的なのが分かりにくい説明になっている。Galilei(1564-1642) や Newton が運動の法則を唱える直前のことだ。初等的なベクトル解析については、当塾のHPの大学生教材「電磁気学メモ」の「第3章 電磁気学のためのベクトル解析」に自己完結的に説明している。参照いただきたい。

こうした議論を整理すると、力  $\vec{f}$  は変位と同じようなベクトル量であることが分かる。

3 空間内のある点（質点）に3つの力  $\vec{f}_1, \vec{f}_2, \vec{f}_3$  が作用して質点は静止しているとする。これは3力の釣り合いである。上の場合と同様の考察により、仮想的な（任意の）微小変位を  $\vec{x}$  とすると仕事の式は、

$$\vec{f}_1 \cdot \vec{x} + \vec{f}_2 \cdot \vec{x} + \vec{f}_3 \cdot \vec{x} = 0$$

となる。すなわち、 $(\vec{f}_1 + \vec{f}_2 + \vec{f}_3) \cdot \vec{x} = 0$  である。

したがって

$$\vec{f}_1 + \vec{f}_2 + \vec{f}_3 = 0$$

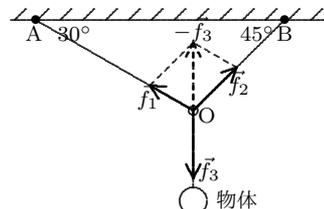
となり、3力の和（合力）は0である。

$$\vec{f}_3 = -(\vec{f}_1 + \vec{f}_2)$$

だから「 $\vec{f}_1$  と  $\vec{f}_2$  の合力は第3の力  $\vec{f}_3$  と釣り合っている」と言うこともできる。

以下は、一点に作用する3力のつり合いの例である。勿論、仮想仕事の原理など使わなくても簡単に解ける。

【例題】 図のように、天井の点A、点Bからのひもで、点Oにおいて質量  $m$  の物体がつり下げられたとする。ひもOA、OBにかかる力を求めよ。

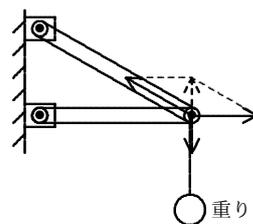


物体に加わる力は重力とひもが物体を引く力だけであり、ひもが物体を引く力は  $mg$  である。点Oでの力の釣り合いを考えると、点Oに無限に小さな質点があり、図の力、 $\vec{f}_1, \vec{f}_2, \vec{f}_3$  が作用して、その質点が静止を続ける条件と考える。その条件は  $\vec{f}_1, \vec{f}_2$  の合力が  $-\vec{f}_3$  となることである。ところが  $-\vec{f}_3$  を対角線とするOA、OB方向に2辺を持つ平行四辺形は一意的に決まるから、 $\vec{f}_1, \vec{f}_2$  が求まる。簡単な計算によって

$$f_1 = (\sqrt{3} - 1)mg, \quad f_2 = \frac{3\sqrt{2} - \sqrt{6}}{2}mg$$

ひもではなく、棒を用い、各連結を面内

で回転するように結合した構造（ピン接合）の場合も力の釣り合いだけで各力を求めることができる。連結部への各力はそれぞれの棒の向きのみ作用するからである。棒の場合は連結部への引っ張る方向だけでなく、圧縮の方向の力を及ぼすこともできる。



4 次に、変形しない広がりのある物体（剛体）の力の釣り合いを考えてみよう。

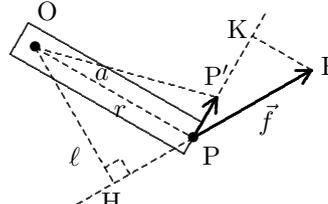
剛体のあちこちに力  $\vec{f}_1, \vec{f}_2, \dots, \vec{f}_n$  が作用していたとする。全体としての並進（平行移動によって表される運動）が起こらないためには全体の合力が0である。

$$\vec{f}_1 + \vec{f}_2 + \dots + \vec{f}_n = 0 \quad \dots (*)$$

しかしこれだけでは剛体は静止せず回転する。

今ある点Oを通る一定の面（ここでは、紙面）に垂直な軸の回りに面内を微小角  $a$  ( $a$  は弧の長さに比例する適当な単位で表されているとする) だけ回転すると点Pに作用する面内の力  $\vec{f}$  (一般には力の面への射影と考えればよい) のする仕事は、軸から点Pを通るベクトル  $\vec{r}$  の方向の直線への垂線の長さを  $\ell$  とすると

$$\vec{f} \cdot \vec{PP}' = \frac{PK}{PF} f \times PP' = \frac{\ell}{r} f \times ra = f\ell a \quad \text{となる。}$$



したがって、 $n$  個の力が一つの剛体に作用している系について、一定の軸の周りの任意の微小な角度  $a$  の回転について、

仕事は0という条件は

$$f_1 l_1 a + f_2 l_2 a + \dots + f_n l_n a = 0$$

$$\text{よって } f_1 l_1 + f_2 l_2 + \dots + f_n l_n = 0$$

ここでは力  $\vec{f}$  はその大きさ  $f$  のみによる表現を用いている。ベクトルの表現では新しい定義が必要になる (外積)。

ここで、力の能率を、一つの面内で面に垂直な回転の軸が与えられたとき、

$$N = fl$$

$l$  は点Oから力  $\vec{f}$  の作用線に下ろした垂線の足の長さとして定義する。したがって、剛体が回転しない条件は

$$N_1 + N_2 + \dots + N_n = 0 \quad \dots \text{ (** )}$$

すなわち軸の周りの力の能率の和が0ということになる。

ここで一つの疑問がわいてくる。回転の軸は任意としていたが、無数の軸に対して、力の能率の和が0であることを確かめなければならないのだろうか。実は、 $N$  がベクトルであることを知っている人はこの疑問に簡単に答えることができる。

google で Wikipedia, Wikipedia で力のモーメントと検索してほしい。

剛体に加わる全ての力の合力が0であるという条件  $\sum_i \vec{f}_i = 0$  … 式 (\*\* ) の下では、一点での軸の周りの力の能率の和が0ならば、他の全ての点での力の能率の和も0となることが簡単に証明できる。

点Oの周りの作用点  $\vec{r}_i$  の力  $\vec{f}_i$  の力のモーメントを

$$\vec{N}_i = \vec{r}_i \times \vec{f}_i \quad (\times \text{ は外積, 外積は自分で学習してほしい})$$

と定義する。点Oと異なる基準点  $Q(\vec{q})$  での力のモーメントは  $(\vec{r}_i - \vec{q}) \times \vec{f}_i$  と書けるから、

$$\vec{N}_Q = \sum_i (\vec{r}_i - \vec{q}) \times \vec{f}_i = \vec{N}_O - \vec{q} \times \sum_i \vec{f}_i$$

となる。条件、式 (\*\* ) の下では  $\vec{N}_Q = \vec{N}_O$  となる。

よって、回転しない条件は、 $\vec{N} = \sum_i \vec{N}_i = 0 \dots \text{ (***)}$  の一般化

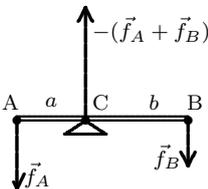
中一の二学期ぐらいになると、初等的な線形代数、微積、ベクトル解析を学習したい、と思うようになる生徒が かなり多数 出てくるだろう。当塾は、そうした生徒の育成を目標にしている。中学生でも、『春夏秋冬 420号』で書いたように、自らの責任で、事前に公開されたシラバスと講義要綱から判断して、大学学士課程の講義さえも無償で受講可能なような柔軟な教育制度、即ち、生徒の意欲と能力に誠実に応える社会に直ちに改革すべきだ。「知的創造的能力」を否定する高校入試は即刻全廃すべきだ。

上の課題には、google 検索, Wikipedia の検索などを用いたが、数学的課題だけでなく一般の自然科学的課題 (最近、他の多くの分野に拡張され、ChatGPT の機能も一部兼ね備えるようになってきたが、真偽は保障できない) にも、計算知能 WolframAlpha を用いることができる。google 検索で“WolframAlpha”とすれば、直ちに日本語サイトの WolframAlpha が立ち上がる。『春夏秋冬 418号』で報告した通り、“WolframAlpha”は筆者が作成した「複雑  $3064p + 2776q = 2024$ ,  $p, q$  は整数」の一般解を瞬時に正解した。上手く利用すると、既に解かれた課題については、殆ど解を見出すことができ、基礎科学の学習には、極めて有用である。

次に、剛体の力の釣り合いのはじめの例として、簡単な天秤を考えてみよう。

棒ABの両端に  $\vec{f}_A, \vec{f}_B$  の力が鉛直下方に作用し、両端から  $a, b$  の距離の点Cで支えられている。

このとき支点Cでは式 (\*\* ) より  $\vec{f}_A + \vec{f}_B$  に釣り合う力が鉛直上方に作用する。



点Cの周りでは、点Aでは反時計回りに、点Bでは時計回りに力の能率があり、それらが釣り合っている。

$$f_A \times (-a) + f_B \times b = 0 \quad \text{よって } f_A \times a = f_B \times b$$

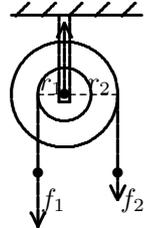
また、このとき点Aの回りの能率は

$$-(f_A + f_B) \times a + f_B \times (a + b) = -f_A \times a + f_B \times b = 0$$

となり、点Aの回りでも回転が起こらないことを示している。

天秤の釣り合いの原理はてこの原理でもある。てこの原理を考えると、各力が平行ではないから、力の能率はそれぞれ支点からの距離と力の軸に垂直な成分の積で表しておく必要がある。

また、図のように、輪軸の力の釣り合いも同様に考えて、輪軸の原理「 $f_1 r_1 = f_2 r_2$ 」が導ける。図では、輪軸を引くロープの力は平行にとつてあるが、これは必ずしも必要ではないことはすぐわかるだろう。輪軸は張力の変換に用いられるものであり、力の大きさだけでなく、向き (方向) の変換にも利用される。定滑車はもっぱら力の向きを変える機能を持っている。



『中学理科基礎』では、剛体の重心の問題、長さ  $l$  の様な棒の左端を台で支えたとき、左端から  $a$  のところでは上向きにかける力を求める問題なども議論している。

5 釣り合った状態では仮想的な変位に対して系にされる仕事は0である、という考え方で力の釣り合いを考える方法を「仮想仕事の原理」という。いろいろな力が釣り合っている、ということは結果として力が働いていないことと同じである。力が働いていなければ、止まっている物体はそのまま止まっているだろう。力が釣り合っていないならば動き出す。したがって、力が釣り合っているかどうかを知ろうと思えば、仮想的にちょっと動かしてみようか。釣り合っていないならばどんなことが起こるのだろうか。こんな発想から人は「仮想仕事の原理」を考えつく。

### 仮想仕事の原理

力の釣り合い  $\leftrightarrow$  仮想仕事は0である。

4 では、天秤の釣り合いの条件を力の能率の考えで議論した。同じ課題を、「仮想仕事の原理」を直接用いて求めておこう。

点Aを微小距離  $x$  だけ下げると、点Bは  $-\frac{b}{a}x$  だけ下がる。したがって、仮想仕事の原理は

$$f_A \times x + f_B \times \left(-\frac{b}{a}x\right) = 0 \quad \times \text{ は普通の掛け算}$$

これより、 $f_A \times a = f_B \times b$  がえられる。

極めて簡単である。ノーベル物理学賞受賞のファインマンは、今から70年以上前に、一般大衆向けの講演の中で、エネルギー保存則の適用例として、「てこの原理」 $f_A \times a = f_B \times b$  を示している。その考え方は、仮想仕事の原理そのものであった。

岩波現代文庫「物理法則はいかに発見されたか」

R.P. ファインマン 江沢洋訳

次回は、流体における力のつり合いの問題を考える。この時、「仮想仕事の原理」は、絶大な威力を発揮する。