



何が問題なのか

1 未だに中国は、資金力のみを基に应用技术をはじめとする多方面での実績を出し、結果として生産性を高めているだけであり、従って近年、物理・化学・医学生理学などの基礎科学のノーベル賞の受賞者もほとんどいない、と思っている人が多数います。

その一方で日本は、限られた研究開発費の中でも、21世紀に入って世界で2番目に多数のノーベル賞受賞者を輩出してきた科学技術先進国であり、そうした基調は少し弱まりはしているが現在も続いている、と未だに思っている人が多数います。

しかし、21世紀に入って世界で2番目に多くのノーベル賞を受賞していた日本が、2年続けて誰一人ノーベル賞を受賞できなかったことで、少し空気が変わってきました。即ち、2年続きで誰一人のノーベル賞受賞者も輩出できなかった現実によって、やっと、この国の基本的な研究開発に対する基礎的な環境が極めて貧弱であることが理解され始めたのです。

「日本の研究は、もはや世界トップクラスではない」、イギリスの科学誌『ネイチャー』の公式ウェブサイトは10月25日(現地時間)、そう題した記事を掲載したそうです。記事は文部科学省が同日に発表した報告書をもとに、「(日本には)世界最大級の研究コミュニティがあるにもかかわらず、世界レベルの研究への貢献は減少し続けている」と指摘したそうです(ネタ元は、ハフポスト日本版だそうです。今後も、常識化していることについては、引用元は省略します)。

しかし、『ネイチャー』は、既に2017年、特集して、日本の科学技術の急速な後退に警鐘を鳴らしていました。これらの詳細は、『春夏秋冬349号』(2017年5月号)をはじめ何度も取り上げてきました。

泉南市の在住者には、『春夏秋冬349号』をプリントでお渡すことができます。また、要望が多ければ、再度当塾のHPにアップするかもしれません。

基礎科学・基礎技術に関わる研究開発の資金・組織・科学技術者の待遇などどの面を見ても、残念ながら、既に現在の中国の方が遥かに日本より優れていることが分かります。ことは明白ですから、読者自身が多様な資料に触れ、現実から目を逸らさず明確に把握しておいて頂きたいものです。

勿論、この傾向が永遠に続く、と言っているのではありません。私見ですが、もう中国には、李克強氏はいないからです。

ここでの主張の根拠にはなりません、以下のような報

道もあります。

中国は人工知能(AI)特許出願件数で米国に対するリードを拡大している。世界の先進国経済に広範な影響を及ぼし得るAI技術を方向付け、影響力を確保しようとする中国の決意を如実に示している。国連の専門機関、世界知的所有権機関(WIPO)からブルームバーグに提供されたデータによると、中国の研究機関による2022年のAI関連特許出願は2万9853件と、前年の2万9000件を上回った。これは前年比5.5%減となった米国の出願件数の約1.8倍に当たる、そうです。

こうした議論を行う上で、まず基礎とすべき事実を確認しておきます。それは、何度も引用してきた、2018年度ノーベル生理学・医学賞受賞の本庶佑氏の言葉

「アカデミアがシーズを生めば、長期的に、しかも桁違いの経済効果を生むことは歴史が証明している。」に表されています。

さらに、これも繰り返しますが、

「知的創造的能力→科学技術力→労働の生産性」の強い因果関係は、社会学的に証明された真実です。

(参照:「科学立国の危機」豊田長康著)

先月号の『春夏秋冬427号』では、政府の「国際卓越研究大学」構想が基礎科学・基礎技術の研究・開発に否定的な役割を果たすことをはじめ、日本の科学技術政策・教育政策が現代に全く適合していないと書きました。即ち、日本の閉塞・後退は然るべき原因によって起こったのです。

筆者は勿論そうした分析の専門家ではなく、かつ、資料は無数に出てきていますから、読者は自らの責任で、そうした報告に十分注視しておいていただきたいと考えます。

これは、民主主義国家か独裁国家という分別と相対的に独立した議論です。従って現状では、当面、日本は何をやっても中国に負けるような原理・政策を採用していることを覚悟しなければなりません。あらゆる方面での危機が迫っているのです。そしてこの国は現在、不可避的にどんどん貧しい国になっています。GDPも米国、中国、日本の順位になっていたものが、ドイツに抜かれ4位となり、間もなくインドにも抜かれると言われています。

ついでに以下の本も参照しておいて下さい。

「世界で最初に飢えるのは日本」鈴木宣弘著(講談社)

この国では、既に、あってはならないことも起こり得るのです。また、ノーベル経済学賞は他のノーベル賞と全く異質のものであり、その評価は人によって大きく違いますが、事実として、現在まで93人に授与されています。しかし、日本には掃いて捨てるほど経済評論家が多数いますが、誰一人ノーベル経済学賞を受賞していません。理系の仕事をしてきた筆者には、非常に気になります。

今国会(衆・参の予算委員会)における教育問題の議論を注意深く見ていましたが、ただの一度も、当塾が主張する「知的創造的能力」の育成に関わる質問・答弁は行われませんでした。与党も野党も、殆どそうした基本問題に全く関心がないのです。

筆者は、当塾が理想とする教育(『春夏秋冬 427号』)を当塾がある泉南市で少しでも実現するため、当塾の至近に事務所を構える市議員(それぞれ別の会派の4議員)に、当塾の考えの実現にご努力願いたい、と申し入れました(4で少し詳しく書く)。4人とも、時間を取って、当塾の考えを熱心にお聞きいただき、非常に感謝しています。これが、法的に国会における請願・陳情・嘆願などどう対応するのか、筆者にはわかりません。市議員は、まだ検討中だと思いますが、11月8日現在、議員からのリアクションは筆者には全く伝わってきていません。

ここではその意味を明示的に書くことはできませんが、デッドラインが近づいてきました。このままでは、全て時間切れとなりそうです。この現状を打開するための、皆様のご支援をお願い申し上げます。

もともと、一気に理想的な改革などが行えるものではありません。あらゆる手立てを工夫して、少しずつ、できることから進めるしか仕方ありません。時間をかけ、工夫を積み重ねて、徐々に成果を重ねて、その目標「知的創造的能力」を備えた人材育成に成功すればよいのです。

詳細は書けませんが、ただ当塾の意見を聞くだけなら聞いてみよう、という人が現れました。非常に感謝申し上げます。しかし、残念ながら、事態は進展しそうにありません。筆者らは他のルートの追求も続けるつもりです。

2 思いがあって、久しぶりに大阪府教育委員会のHPで、「令和6年度入学者選抜」の関心があるところのおよそ全てに目を通しました。年々、記述は膨大になり、隅々まで押さえている人は少ないのではないかと思います。随分時間を要しました。

令和6年度入学者選抜で注目すべきは、既にご存知の通り、大阪の公立高校の入試には各受験生の調査書が伴い、その中の「各教科の学習の記録」欄には、府内統一ルールに従って、中1、中2、中3時のチャレンジテスト結果を記入する、となっています。要するに、府内公立中学生が府の公立高校への進学には、中1、中2、中3の成績が影響します。

勿論、他のいろいろな条件、例えば府への転入者などには、それぞれに対応して、詳細に記述されています。

言い換えれば、大阪の公立中学生が大阪の公立高校に進学するためには、中1の初めから、公立高校への受験対策を強えられるのです。理不尽極まりません。

10月から11月初めにかけての大手塾の新聞折込ピラには、小学生や公立中学生への高校受験対策・学力診断テストなどが盛んに謳われていました。上記のような大阪府公立高校の入試がある限り、こうした対応は当然の帰結です。

また、ある大手塾の小1～中3の全学年生に対する公開

テストの広告で、「『弱点』を知ることで『強み』になる」とありました。現代が要請する主要な学力は、間違いなく「知的創造的能力」そのものです。弱点ではなく、強みを活かすことこそが重要です。しかし、受験対策的視点から見れば、「弱点」を知ることで「強み」になります。そして、これは「知的創造的能力」の獲得に大きな障害をもたらします。

即ち、公立中学生がそれなりのレベルの公立高校へ進学するためには、中学入学当初から公立高校受験対策(「即興力」、即ちここでは限られた時間に課題にマニュアルに従って正答する能力)が要求されているのです。普通の公立中学生がトップクラスの公立高校に進学するためには、より徹底した「知的創造的能力」の獲得に反する努力を強いられています。ここには「知的創造的能力の育成」と言う視点の欠片も見えないだけでなく、公立中学生の「知的創造的能力」の伸長を妨害するという極めて悪質な差別が実現しているのです。許されざる差別です。

よくご存じの通り、デンマークでは、小・中学校では、ペーパーテストが法的に禁止されています。

同じことを繰り返し主張します。いずれの地域でも公立中学には、いわゆるギフテッドやIQが非常に高い生徒、各種の障害を持った生徒、将来に大きな夢とその意志を持った生徒、言われるままに素直に小学校のカリキュラムを真っ当に処理してきた生徒など多種多様な生徒が入学します。そして、殆どの中学生は高校に進学することになります。即ち、実質的には、高校教育は義務教育化しています。そして、中高六年一貫教育を受けない全ての公立中学校の生徒は何らかの高校入試対策を強いられているのです。それを、中1からしっかりやりなさい、というのが「各教科の学習の記録」欄に中1、中2、中3時のチャレンジテスト結果を記入する、と言う意味です。

中1から、入試対策的な訓練＝「即興力」修得を目指した学習をしなさい(「平易な難問」(物江潤氏)に取り組む)、と言うことは一体何を意味するか、冷静に考えて頂きたく思います。深く考えたり、物事の実像や根拠こたわに拘ったり、疑問点にぶつかれば立ち止まったりしていたら、「即興力」テストの成績は伸びず、高校進学には、極めて不利な状況となります。どんな平易な問題やいわゆる難題であっても、自らの個性を押し殺して、マニュアルに従って短時間に正答する習慣が身につきます。その方が高得点となるからです。

そんな習慣が身に付いた生徒からは、現代が主要に要請する「知的創造的能力」を発揮できるような若者を育てることは極めて困難です。「知的創造的能力」は、遅くとも中等教育の段階から、明確にそれを主要な目標にして教育し、また生徒もそれを目標に着実に学習しなければ、修得することは困難です。

21世紀に入って、日本は世界で2番目の多数のノーベル賞を受賞してきましたが、この2年続けて誰一人受賞者を出すことはできませんでした。これを偶然のことと見なすのか、公立中学・公立高校の「知的創造的能力」育成に向けた中高一貫教育への再編の遅れが関わっていると見なすのか、はたまた私立中高一貫校の隆盛とそこへの入学やそこでの

教育の歪んだ目標の当然の帰結と見なすのか、はここまで読んで頂いた皆さんの判断に委ねます。

しかし、公立中学校が、その生徒に高校進学のための「即興力」育成＝高校受験対策を一瞬たりとも要請するならば、如何なる将来ビジョンを持った公立中学校の生徒にも、取り返しのつかない禍根を残すことを忘れることは許されません。公立中学校へは、例えば、いくつかの私立中学校と同様に、将来はプロスポーツ選手になりたい、と考えている少年も入学してきます。そうした生徒には、誰もが中学生段階では身に付けておくべき教養、社会のルール、何らかの文化的・芸術的感性については、他の生徒と同様にしっかり教育しておかねばなりません。数学や理科など科学的理解については、それぞれの個性によって、大きく差があるのは自明のことだからです。

強制された学習は、言い換えれば、その教養に従う能力を身に付けることです。これが「知的創造的能力」の育成の基礎になるとの考えは、単純な論理矛盾に過ぎません。戦略的に、時代が強く要請している多数の「知的創造的能力」を持った若者を育成することを考えねばならないにもかかわらず、事態は真逆を向いているとしか思えません。以下のような最近のニュースもありました。

○ 世界標準入試システム「TAO」は、東京大学グローバル教育センターにサービス提供を開始する。

○ 文科省は、全国の小学6年生と中学3年生を対象とした2025年度「全国学力・学習状況調査(全国学力テスト)」の中学理科をCBT(Computer Based Testing)方式で実施する、と発表した。

この国では、未だ、「知的創造的能力」育成を主要な目標に教育を行う、という志向性が全く見られません。高校入試や大学入試も全く同様です。

3 この項は、筆者としては重要な議論を含んでいると考えますが、伝聞に基づいた主張を含み、お忙しい人は読み飛ばしていただいても構いません。

コロンビア大学教授・政策研究大学院大学客員教授の伊藤隆敏氏は以下の様に主張されているようです。

9月末に発表されたTHE(Times Higher Education)「世界大学ランキング2024年版」によると、東京大学は29位、京都大学が55位、東北大学は130位である。アジア地域のなかでも、中国やシンガポールの大学の後塵を拝している。日本の国立大学の研究力・教育力の急低下は、2004年の「国立大学法人化」、およびそれと同時に始まった「運営費交付金の一律削減」と考えられる。

THE(世界の大学のランキングの基礎となる指標スコア)では、東京大学、京都大学、東北大学を、上位12大学と比較すると、教育、研究、産業界からの収入では上位12校とそこそ競っている。しかし、研究の質と国際性で、日本の3大学は大きく劣っている。論文数が多くても、その成果が世界で引用されていない。日本における研究が世界の研究フロンティアにインパクトを与えていないといってもよい。

『春夏秋冬』はこの十年、殆ど毎年、THEやQS世界大学ランキング

の結果を紹介してきた。

このような状況を大きく変える可能性を秘めているのが、大学ファンドからの巨額の支援である。ただし、懸念材料もある。

第一に、最近20年間に急速に社会の需要が高くなったのは、コンピュータ科学、情報、生命科学など自然科学系分野と、統計手法を駆使する一部の社会科学分野である。需要のシフトに日本の大学は追い付いていない。大胆に学部定員を変える発想が必要だ。

第二に、ここ数十年で世界的な競争分野で使われる言語は英語に統一された。自然科学はもちろん、経済学や公共政策の分野でも英語で教育、研究が行われるのが世界中で当たり前となった。卓越大学では教育研究をすべて英語で行う覚悟が必要だ。

ここ数十年で世界的な競争分野で使われる言語は英語に統一された。自然科学はもちろん、経済学や公共政策の分野でも英語で教育、研究が行われるのが世界中で当たり前となった。卓越大学では教育研究をすべて英語で行う覚悟が必要だ。

以上が、伊藤氏の主な主張です。

「国立大学法人化」と「運営費交付金の一律削減」は、この国の大学の研究に壊滅的な影響を与えたことは誰もが理解しています。しかし、10大学程度に絞った大学への大学ファンドの運用資金の集中投入のやり方では、『春夏秋冬427号』などで記した通り、この国の低迷を脱することはできない、と言う主張が既にあちこちで行われており、『春夏秋冬427号』でも詳しく書いていました。

研究においては、何よりもオリジナリティーが重要です。オリジナリティーは、個人の科学的認識の進歩そのものであり、確立した科学の正確な理解だけではなく、その進歩の原動力は、多分、他の多くの人の何らかの相違、その人の個性・多様性などが機能しているはずで

今頃、英語力を問題にするのは、アナクロニズム・偏見であり、人の多様性こそ強調しなければならないはずで。確信を持って言えることですが、少なくとも自然科学の分野では、伊藤氏の主張など絶対にありえません。母語・民族文化・生活様式などは、人の多様性の宝庫であり、間違いなく創造性の源泉の一つです。少なくとも自然科学におけるコミュニケーションは、外国語として修得できる英語力で行うより、機械翻訳を通じて行う方が迅速・正確に行える時代となっています。況してや、より理論に近い議論を行うには、数学がコミュニケーションの道具になります。即ち、数学はそれ自身科学であると同時に、コミュニケーションや表現の道具でもあります。確信を持って言えることは、英語力をつけることよりも、数学的表現力を身に付けることの方が遥かに重要です。現在の研究では、多くの場合AIと協働しなければなりません。AIに自らの思いを伝えるためには、数式的的確な表現法が欠かせません。何度も書いてきましたが、「四技能英語力」ではなく、たとえば標準的なTeXの修得の方が重要ではないでしょうか。

筆者の少ない経験を繰り返し書きます。今からちょうど

40年前に、米国機械学会での共著での論文講演で、拙い筆者の英語での講演を終えたとき、その分野の最も権威のある米国の研究室から、「共同研究」の打診がありました。自信がなかったのと、筆者単独で既により進んだ研究成果を出しつつあり、うやむやのまま、対話を終えました。少なくとも、理系の議論では、昔から、英語力など殆どどうでもよかったのではないのでしょうか。機械翻訳はこの40年で見違えるように進歩しました。何度も引用してきましたが、「人工知能は人間を超えるか」(松尾豊著、2015年初版)には、2025年には機械翻訳が「実用的なレベルに達するため、翻訳や外国語学習という行為そのものなくなるかもしれない」とあります。少なくとも「四技能英語力」は、間違いなく過去の遺物です。理系の学者・研究者になろうと思う人は、コミュニケーション・表現の手段としての数学を可能な限り広く・深く学習しておくことが重要であるだけでなく、AIと協働するためには、AIが正確に理解できる数式の表現たとえばTeXなどを遅くとも大学1年生になるまでに修得しておくの方が重要だと考えます。『春夏秋冬427号』を是非読み直してください。

最先端の研究・開発では、** AIは、決定的な役割を果たさないことが多いのではないかとさえ予想しています。人の思い付きなど人間の個性・多様性を源泉とする「人の知的創造的能力」による貢献が大きいのではないのでしょうか。例えば真鍋淑郎氏は、地球温暖化の予測モデルを提唱して2021年ノーベル物理学賞を受賞しましたが、そこに、** AIがどう関わるのか、筆者には想像さえできません(もちろんその頃は、AIは現代の様に発達していませんでした)。また、確信はありませんが、本年の気象の長期予報はことごとく外れ、その原因が徐々に明らかになりつつありますが、** AIがそれに寄与したという話は全く聞こえてきません。

11月半ばの現在に至るまで、筆者を納得させてくれる議論は、どこからも聞こえてきません。繰り返しますが、この国の再生には、

知的創造的能力→科学技術力→労働の生産性の強い因果関係に、真正面から取り組むことなくしてはあり得ません。したがって、このままでは、この国のじり貧の回避などあり得ません。

4 1で書いた通り、当塾は泉南市に公立の中高六年一貫校が設置されるよう、努力しています。当塾は設備も老朽化し、2人の教師も高齢化し、当塾の閉鎖は時間の問題で、このままでは、当塾の目標は何一つ実現しないで終わるのが目に見えるからです。

この数年、この国の科学技術政策・教育政策や教育論・科学技術論を批判してきました(3もその一つ)が、この国の凋落を食い止める展望は未だどこにも見えていません。ささやかではあっても、泉南市に、とりあえず一つだけでも当塾が目指す公立中高六年一貫校を設立し、現代が主要に要請する「知的創造的能力」の育成に貢献できるならば、閉塞し

た現状を打破する糸口となり得るのではないかと考えました。そして、可能なところから順次、泉南市だけでなく、府下の全公立中学を公立中高六年一貫校に改編すればよいと考えました。

泉南市では現在、小中一貫教育を強力に推進しようとしています。当塾が考える公立中高一貫教育は、それと何ら矛盾するものではなく、補いあうことが可能です。

”幸”い泉南市には、来年度の募集定員に満たない、したがって大阪府教育委員会の方針で廃校を含む再編の危機にある大阪府立りんくう翔南高校があります。形の上では、これと市内の隣接する2つの中学を合わせて一つの中高一貫校に再編できるのではないかと、言うものです。泉南中学校は数年前から「教科センター方式」を導入しており、もう一つの中学校にもそれを導入すれば、府と市の連携が不可欠でいろいろな工夫が必要になりますが、全体として、新たなコストをあまりかけることなく、形だけですが中高六年一貫校への移行は比較的少ない改編で可能となるはずで。ただし、生徒数によっては、泉南中学だけを中高六年一貫校の一部に、あるいは、泉南中学以外の2つの中学もこの中高一貫校に、あるいは大阪府立りんくう翔南高校の定員を倍増させる必要があるかもしれません。移行期には、複雑な問題が多数発生するはずで。

公立中高六年一貫校の生徒は、当面、理系の授業は、自らの意志・能力に基づいて、高校受験という全く「知的創造的能力」の獲得上の障害物を気にせず、自らの学力を伸ばすことが可能となる、と予想されます。これは「知的創造的能力」の獲得を目指す中高一貫校の生徒にとって大きな前進です。中学の3年間、高校入試対策という全くあってはならない差別的な「即興力」獲得の努力・時間・無駄を省くことができるからです。

しかし、ここまでだけでは、公立中高六年一貫校の意義は半減します。平行して、公立中高一貫校の生徒が、少なくとも数学・理科は、学年によらず、自らの意欲・能力に基づいて、私立中高一貫校や国・公・私立の大学の講義を受講できるようにしておかねば、大きな前進にはなりません。すなわち、公立中高六年一貫校の生徒が意欲・能力に応じて自由に羽ばたけるよう環境を整えておかねばなりません。

ただし、この作業は、公立中高六年一貫校が一つでも動き始めてから取り掛かることが可能はずで。

繰り返します。ここでは大阪府、文科省が関わる改革が欠かせませんが、公立中高六年一貫校の生徒が、他の私立・公立・国立の高校・大学学士課程の、少なくとも半年前に公開されるシラバス・講義要綱を基に、自らの意欲と能力のみにしたがって判断して、その講義を受講できるようにしておかねばなりません。詳細については『春夏秋冬427号』を是非御参照ください。

何をやるにも、一度に全てのことが実現できるわけではありません。改革のビジョン・方向性を明確にした上で、できることから部分的にでも実施し、実績を挙げながら、「知的創造的能力」育成のグランドビジョンを実現していけばよい、と考えています。

泉南市だけでなく大都市近郊以外の全ての地域の活性化にとって、残された時間は殆どありません。あらゆる契機を活用して、前進していかねばなりません。

その見通しが明確になった段階では、筆者と当塾の使命は、自然に消滅することになります。

創造性教育を！

前回と同様、筆者は数学者でも論理学の専門家でもなく、基本的展開についてのオリジナリティーはどこにもないはずだが、筆者なりの工夫を行って、読者の論理的思考力を鍛えることを目指す。

前回と同様に自著の『中学数学発展』（塾生以外には非公開）に基づいて、議論を進める。

1 前回の続きのベン図の議論から始める。

[例題1] 全体集合を $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ とする。

偶数の集合 A は

$A = \{0, 2, 4, 6, 8, 10\}$ または $A = \{x | x \in U \text{ かつ } x = 2y, y \text{ は整数}\}$ である。3の倍数の集合を B とすると

$$A \cup B = \{0, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 10\}, \quad A \cap B = \{0, 6\}$$

また、 $\bar{A} = \{1, 3, 5, 7, 9\}$

空集合 ϕ には一つも要素を含んでいないから、 $n(\phi) = 0$ である。

集合 A の個数は $n(A) = 6, \quad n(\bar{A}) = 5$

[例題2] 次のことを証明しておこう。

(1) $A \cup (A \cap B) = A, \quad A \cap (A \cup B) = A$ (吸収法則)

$A \supset A, \quad A \supset A \cap B$ より $A \supset A \cup (A \cap B)$ 。

また、 $A \cup (A \cap B) \supset A$ 。よって $A \cup (A \cap B) = A$

$A \subset A, \quad A \subset A \cup B$ より $A \subset A \cap (A \cup B)$ 。

また、 $A \cap (A \cup B) \subset A$ 。よって $A \cap (A \cup B) = A$

(2) $A \subset B \iff A = A \cap B \iff B = A \cup B$

$A \subset B$ とする。 $A \subset A, \quad A \subset B$ より $A \subset A \cap B$ 。

また $A \supset A \cap B$ 。したがって $A = A \cap B$

(3) $A \subset B \implies A \cup C \subset B \cup C, \quad A \cap C \subset B \cap C$

$B \cup C \supset C, \quad B \cup C \supset B, \quad B \supset A$ より $B \cup C \supset A$ 。

したがって、 $B \cup C \supset A \cup C$

$A \cap C \subset C, \quad A \cap C \subset A, \quad A \subset B$ より $A \cap C \subset B$ 。

したがって、 $A \cap C \subset B \cap C$

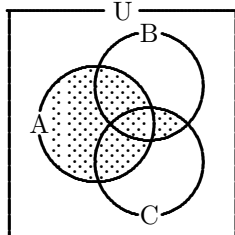
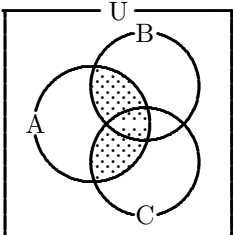
集合の和と積にまたがる演算には分配法則、

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

が成立する。

分配法則はベン図を用いると分かりやすい。
 $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$



分配法則 $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ を”証明”し

ておこう。

$x \in A \cap (B \cup C)$ は、 $x \in A$ かつ ($x \in B$ または $x \in C$) を意味する。一方 $x \in (A \cap B) \cup (A \cap C)$ は、($x \in A$ かつ $x \in B$) または ($x \in A$ かつ $x \in C$) を意味する。これらは論理的に同じことを意味する。もう少し丁寧に説明する。

(1) $x \in A \cap (B \cup C)$ とする。 $x \in A, \quad x \in B \cup C$

$x \in B$ ならば、 $x \in A \cap B$ 、よって $x \in (A \cap B) \cup (A \cap C)$

$x \notin B$ ならば、 $x \in B \cup C$ より $x \in C$ 、よって $x \in A \cap C$ 、したがって、 $x \in (A \cap B) \cup (A \cap C)$

いずれにしても、 $x \in (A \cap B) \cup (A \cap C)$

(2) $x \in (A \cap B) \cup (A \cap C)$ とする。 $x \in A \cap B$ または $x \in A \cap C$

$x \in A \cap B$ ならば、 $x \in A, \quad x \in B, \quad x \in B \cup C$ 、したがって $x \in A \cap (B \cup C)$

$x \in A \cap C$ ならば、 $x \in A, \quad x \in C, \quad x \in B \cup C$ 、したがって、 $x \in A \cap (B \cup C)$

いずれにしても、 $x \in A \cap (B \cup C)$

[演習] 分配法則 $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ を証明せよ。

(1) $x \in A \cup (B \cap C)$ とする。 $x \in A$ または $x \in B \cap C$

$x \in A$ ならば、 $x \in A \cup B, \quad x \in A \cup C$ 、よって、 $x \in (A \cup B) \cap (A \cup C)$

$x \in B \cap C$ ならば、 $x \in B, \quad x \in C, \quad x \in B \cup C$ より $x \in A \cup B, \quad x \in A \cup C$ 。よって、 $x \in (A \cup B) \cap (A \cup C)$

いずれにしても、 $x \in (A \cup B) \cap (A \cup C)$

(2) $x \in (A \cup B) \cap (A \cup C)$ とする。 $x \in A \cup B, \quad x \in A \cup C$

$x \in A$ ならば、 $x \in A \cup (B \cap C)$

$x \notin A$ ならば、 $x \in A \cup B$ より $x \in B, \quad x \in A \cup C$ より $x \in C$ 。よって $x \in B \cap C$ したがって、 $x \in A \cup (B \cap C)$

いずれにしても、 $x \in A \cup (B \cap C)$

ド・モルガンの法則が成り立つ。

$$\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}, \quad \overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$$

二つのド・モルガンの法則もベン図を用いると分かりやすい。

$$\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}$$

$$\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$$

$$\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}$$

$$\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$$

$$\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}$$

$$\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$$

$$\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}$$

$$\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$$

$$\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}$$

$$\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$$

$\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}$ は次のように”証明”する事もできる。

(1) $x \in \overline{A \cup B}$ とする。いま仮に、 $x \in A$ とする。

したがって $x \in A \cup B$ 。これは $x \in \overline{A \cup B}$ に矛盾する。よって、 $x \in \bar{A}$ 。

同様に、 $x \in \bar{B}$ 。したがって、 $x \in \bar{A} \cap \bar{B}$

(2) $x \in \bar{A} \cap \bar{B}$ とする。したがって $x \in \bar{A}, \quad x \in \bar{B}$ 。いま仮に、 $x \in A \cup B$ とする。

$x \in \bar{A}, \quad x \in A \cup B$ から $x \in \bar{A} \cap (A \cup B)$ 。分配法則 $\bar{A} \cap (A \cup B) = (\bar{A} \cap A) \cup (\bar{A} \cap B) = \phi \cup (\bar{A} \cap B) = \bar{A} \cap B$ より、 $x \in \bar{A} \cap B$ 、よって $x \in B$ 。これは $x \in \bar{B}$ に矛盾。したがって $x \in \overline{A \cup B}$

[演習] ド・モルガンの法則 $\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$ が成り立つことを証明せよ。

(1) $x \in \overline{A \cap B}$ とする。

$x \in \bar{A}$ ならば、 $x \in \bar{A} \cup \bar{B}$

$x \in A$ ならば、 $x \in B$ とすると、 $x \in A \cap B$ となり矛盾。

したがって、 $x \in \bar{B}$ 、よって $x \in \bar{A} \cup \bar{B}$

いずれにしても, $x \in \bar{A} \cup \bar{B}$

(2) $x \in \bar{A} \cup \bar{B}$ とする。

$x \in \bar{A}$ または $x \in \bar{B}$ すなわち, $x \notin A$ または $x \notin B$

$x \notin A$ のとき, $x \notin A \cap B$. $x \notin B$ のとき, $x \notin A \cap B$

いずれにしても $x \notin A \cap B$, よって $x \in \overline{A \cap B}$

前回の議論と同様, 筆者のオリジナリティーはどこにもない。もともと, 定理などの配列は複数の他の人の著作(昔のことで, 全て忘れた)を踏襲したものであり, 中学生には国語の学習(読解力の育成)の一助となればとの思いで塾の内部資料として編集したものの一部である。前回も含め公開には躊躇した。しかし, 著作権上の問題もあるだろうが, 全ての生徒に未だ「英語四技能」を強制している現実に対して, 敢えてその前にやるべきことがもっとあるのではないか, との思いで公開している。

2 集合の要素の個数を求めるには次の公式が役立つ。

- (1) $n(\bar{A}) = n(U) - n(A)$
- (2) $A \cap B = \phi$ のとき, $n(A \cup B) = n(A) + n(B)$
- (3) $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$
- (4) $n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cup B) - n(B \cup C) - n(C \cup A) + n(A \cap B \cap C)$
- (5) $n(A \cap \overline{B \cup C}) = n(A) - n(A \cap B) - n(A \cap C) + n(A \cap B \cap C)$

集合演算の練習のため, (1), (2) を使って, (3) 以下を証明しておこう。

- (3) $X \cap Y = \phi$ のとき,
 - $n(X \cup Y) = n(X) + n(Y) \dots (a)$
 - $A \cap (\bar{A} \cap B) = (A \cap \bar{A}) \cap B = \phi \cap B = \phi \dots (b)$
 - (a), (b) より $n(A \cup B) = n(A \cup (\bar{A} \cap B)) = n(A) + n(\bar{A} \cap B) \dots (c)$
 - $(\bar{A} \cap B) \cap (A \cap B) = ((\bar{A} \cap B) \cap A) \cap B = (\bar{A} \cap (B \cap A)) \cap B$
 $= (\bar{A} \cap (A \cap B)) \cap B = ((\bar{A} \cap A) \cap B) \cap B$
 $= (\phi \cap B) \cap B = \phi \dots (d)$
 - $(\bar{A} \cap B) \cup (A \cap B) = (\bar{A} \cup A) \cap B = U \cap B = B \dots (e)$
 (分配法則を逆に用いる)
 - (a), (d), (e) より $n(B) = n((\bar{A} \cap B) \cup (A \cap B)) = n(\bar{A} \cap B) + n(A \cap B)$
 よって $n(\bar{A} \cap B) = n(B) - n(A \cap B) \dots (f)$
 - したがって, (c), (f) より
 $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \dots (g)$

- (4) (4) は (3) を繰り返せばよい。
 $n(A \cup B \cup C) = n(A \cup B) + n(C) - n((A \cup B) \cap C)$
 $= n(A) + n(B) - n(A \cap B) + n(C) - n((A \cap C) \cup (B \cap C))$
 $= n(A) + n(B) - n(A \cap B) + n(C) - \{n(A \cap C) + n(B \cap C) - n((A \cap C) \cap (B \cap C))\}$
 $= n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$

- (5) $(A \cap \overline{B \cup C}) \cup (\bar{A} \cap \overline{B \cup C}) = \overline{B \cup C}$
 $(A \cap \overline{B \cup C}) \cap (\bar{A} \cap \overline{B \cup C}) = \phi$ より
 $n(A \cap \overline{B \cup C}) = n(\overline{B \cup C}) - n(\bar{A} \cap \overline{B \cup C})$
 $= n(U) - n(B \cup C) - \{n(U) - n(A \cup (B \cup C))\}$
 $= -n(B \cup C) + n(A) + n(B \cup C) - n(A \cap (B \cup C))$
 $= n(A) - n((A \cap B) \cup (A \cap C))$
 $= n(A) - n(A \cap B) - n(A \cap C) + n((A \cap B) \cap (A \cap C))$
 $= n(A) - n(A \cap B) - n(A \cap C) + n(A \cap B \cap C)$

実用にはベン図を活用すればよい。(北海道薬大の入試問題をチャート式が取り上げた) 古い例題を借用する。筆者が作っても, これ以上適切な例題を作れないだろう。

【例題1】学生 100 人中の野球 (A), ゴルフ (B), スキー (C) の愛好者数 (A の愛好者数を $n(A)$ で表す) を調べたところ, 次の結果を得た。

$$\begin{aligned} n(A) &= 40, n(B) = 46, n(C) = 46, n(B \cap C) = 12 \\ n(A \cap C) &= 13, n(A \cap \bar{B} \cap \bar{C}) = 16, n(A \cap B \cap C) = 5 \end{aligned}$$

このとき, 次の愛好者数を求めよ。

$$n(\bar{A} \cap B \cap \bar{C}), n(\bar{A} \cap \bar{B} \cap C), n(A \cap B), n(\bar{A} \cap \bar{B} \cap \bar{C})$$

各集合の人数を図のように定める。

$$n(A) = a + d + f + g = 40 \dots \textcircled{1}$$

$$n(B) = b + d + e + g = 46 \dots \textcircled{2}$$

$$n(C) = c + e + f + g = 46 \dots \textcircled{3}$$

$$n(B \cap C) = e + g = 12 \dots \textcircled{4}$$

$$n(A \cap C) = f + g = 13 \dots \textcircled{5}$$

$$n(A \cap \bar{B} \cap \bar{C}) = a = 16 \dots \textcircled{6}$$

$$n(A \cap B \cap C) = g = 5 \dots \textcircled{7}$$

$$n(U) = a + b + c + d + e$$

$$+ f + g + h = 100 \dots \textcircled{8}$$

これを解く。

$$\begin{aligned} \textcircled{7} \text{ から } g &= 5, \textcircled{4} \text{ から } e = 7, \textcircled{5} \text{ から } f = 8, \textcircled{6} \text{ から } a = 16, \\ \textcircled{1} \text{ から } d &= 11, \textcircled{2} \text{ から } b = 23, \textcircled{3} \text{ から } c = 26, \textcircled{8} \text{ から } h = 4 \end{aligned}$$

$$\text{よって, } n(\bar{A} \cap B \cap \bar{C}) = b = 23, n(\bar{A} \cap \bar{B} \cap C) = c = 26$$

$$n(A \cap B) = d + g = 16, n(\bar{A} \cap \bar{B} \cap \bar{C}) = h = 4$$

【例題2】1 から 100 までの自然数の中で, 次のような数はいくつあるか。

- (1) 2 でも 3 でも 5 でも割り切れる数
- (2) 2 でも 3 でも割り切れない数
- (3) 2 では割り切れるが, 3 でも 5 でも割り切れない数

1 から 100 までの自然数の集合を全体集合 U とする。また, U の要素のうち, n で割り切れる数の集合を A_n で表す。

$$(1) \text{ 求める集合は } A_2 \cap A_3 \cap A_5 = A_{30} \\ A_{30} = \{30 \cdot 1, 30 \cdot 2, 30 \cdot 3\} \text{ よって } n(A_{30}) = 3$$

$$(2) \text{ 求める数の集合は } \overline{A_2 \cap A_3} \text{ すなわち } \overline{A_2 \cup A_3} \\ A_2 = \{2 \cdot 1, 2 \cdot 2, \dots, 2 \cdot 50\} \text{ から } n(A_2) = 50 \\ A_3 = \{3 \cdot 1, 3 \cdot 2, \dots, 3 \cdot 33\} \text{ から } n(A_3) = 33 \\ A_2 \cap A_3 = A_6 = \{6 \cdot 1, 6 \cdot 2, \dots, 6 \cdot 16\} \text{ から } n(A_6) = 16 \\ \text{よって, } n(\overline{A_2 \cup A_3}) = n(U) - n(A_2 \cup A_3) = 100 - 67 = 33 \\ \text{ゆえに, } n(\overline{A_2 \cup A_3}) = n(U) - n(A_2 \cup A_3) = 100 - 67 = 33$$

$$(3) \text{ 求める数の集合は } A_2 \cap \overline{A_3 \cap A_5} \text{ すなわち } A_2 \cap \overline{A_3 \cup A_5} \\ A_2 \cap A_5 = A_{10} = \{10 \cdot 1, 10 \cdot 2, \dots, 10 \cdot 10\} \text{ から } n(A_{10}) = 10 \\ \text{よって, } n(A_2 \cap \overline{A_3 \cup A_5}) \\ = n(A_2) - n(A_2 \cap A_3) - n(A_2 \cap A_5) + n(A_2 \cap A_3 \cap A_5) \\ = 50 - 16 - 10 + 3 = 27$$

以上の議論も, 当塾の中学生向きの内部資料 として編集したものの一部である。複数の読者に読んで頂けているようならば, 次号には同様の趣旨で改めて「命題論理」を展開するかもしれない。「英語四技能」(チャラチャラと英語で対話できることばかり) が重要視されている現状からは, 多くの「知的創造的能力」は絶対に育たない。したがって, 安定した労働の生産性の向上は望めない。2 年続けてノーベル賞受賞を逃した現実をもっと直視すべきだ。