

不定方程式…(複雑) について 『春夏秋冬 418号』で複雑として掲げ、『中学数学基礎 2023年版』に掲載する問題の、筆者が考える模範解答を示します。“模範”は、いろいろなことを意味しますが、ここでは、解が必ず存在し、その解に至る手続きが標準化されるような解法を意味すると考えます。したがって、これは、計算知能“WolframAlpha”が、正解に達することを意味します。

- 1 問題…  $3064p + 2776q = 2024$  の整数解を求めよ。  
 右辺の 2024 は、3064 と 2776 の最大公約数 8 の倍数であるはずであり、問題は、  
 $383p + 347q = 253$  の整数解を求めよ  
 となる。

- 2 互いに素な 383, 347 には、ベズーの等式  
 $383p + 347q = 1$  の整数解  $(p, q)$  が存在する。  
 (『春夏秋冬 412号』や『中学数学基礎』に詳しい解説在り)

一般に整数  $a$  を整数  $b$  で割って、商が  $q$ 、余りが  $r$  とすると、

$$a \div b = q \text{ 余り } r \iff a = qb + r, (0 \leq r < b)$$

$A = 383, B = 347$  にユークリッドの互除法を適用する。

$$(1) A = q_0 B + r_0 \quad 383 = 1 \times 347 + 36 \quad A \text{ を } B \text{ で割った商が } q_0, \text{ 余りが } r_0$$

$$(2) B = q_1 r_0 + r_1 \quad 347 = 9 \times 36 + 23 \quad B \text{ を } r_0 \text{ で割った商が } q_1, \text{ 余りが } r_1$$

$$(3) r_0 = q_2 r_1 + r_2 \quad 36 = 1 \times 23 + 13$$

$$(4) r_1 = q_3 r_2 + r_3 \quad 23 = 1 \times 13 + 10$$

$$(5) r_2 = q_4 r_3 + r_4 \quad 13 = 1 \times 10 + 3$$

$$(6) r_3 = q_5 r_4 + r_5 \quad 10 = 3 \times 3 + \textcircled{1} \quad A, B \text{ は互いに素だから、最大公約数は}\textcircled{1}$$

各  $q_i$  にそれぞれの値を代入して、(6) から (1) に向かって逆算する。

$$\begin{aligned} \textcircled{1} &= r_5 = r_3 - 3 \times r_4 \\ &= r_3 - 3(r_2 - 1 \times r_3) = 4r_3 - 3r_2 \\ &= 4(r_1 - r_2) - 3r_2 = 4r_1 - 7r_2 \\ &= 4r_1 - 7(r_0 - r_1) = -7r_0 + 11r_1 \\ &= -7r_0 + 11(B - 9r_0) = -106r_0 + 11B \\ &= -106(A - B) + 11B = -106A + 117B \end{aligned}$$

よって、 $-106A + 117B = 1$

即ち  $383 \times (-106) + 347 \times (+117) = 1$  ベズーの等式は解けた。

- 3 両辺に 253 をかけて、

$$383 \times (-106) \times 253 + 347 \times 117 \times 253 = 253$$

任意の整数  $n$  に対して、

$$383 \times \{(-106) \times 253 + 347n\} + 347 \times \{117 \times 253 - 383n\} = 253$$

$n = 78$  を代入すると、一つの解 (特解) が得られる。

$$383 \times 248 + 347 \times (-273) = 253$$

もう一度、任意の  $n$  に対して、

$$383 \times \{248 + 347n\} + 347 \times \{-273 - 383n\} = 253$$

従って、一般解は、 $p = 347n + 248, q = -383n - 273$  ( $n$  は整数)

- 4 “複雑”であっても、時間はかかっても、訓練さえすれば、誰でも解けます。一般的には、確立した手法を修得することが必要な場合が多くありますが、それだからと言って、その人に現代が要請する主要な能力である「知的創造的能力」があることは全く別問題です。筆者は、教育の軸を「知的創造的能力」育成に転換することを主張しています。

しかし、上の解法に、筆者の独創性、すなわちオリジナリティは全く存在しません。学習したことを適用しただけです。

『春夏秋冬』のある読者(平野進氏)は、全く違った方法で、この“複雑”に正解しました。氏の方が、筆者を遥かに凌ぐ「知的創造的能力」があるのかもしれませんが。