

高校進学に備える

中学理科基礎

(物理, 化学, 地学分野)

2023年

これは、中学卒業時点でこれくらいは理解しておいてほしい、という視点で中学理科を整理したものです。したがって、これは受験勉強の基礎となりますが、あくまで基礎を説明したものであり、教科書や問題集の代用にはなりません。生物分野については、図のリアルな展開ができなく、このメモからはずしてあります。

(2023.6.11 改訂)

由良忠義

名	前

概要

私には「理科」が面白くない、という人を理解できない。その人は一体何に興味があるのだろうか、自分と自分を取り巻く全ての事について、その基本的な原理や意味を知りたい、と思うのだが。「人生は短く学成り難し」、何らかの特化なしにはその一部さえ理解することも叶わない。そのことを踏まえた上で、何を主張するにも、その主張のレベルに応じた統一した世界観が不可欠である。物まね、受け売り、隷属した生き方には科学 (science 理科) は要らない。ただ単に知っている、というだけで満足したいならば、サルトルが「嘔吐」で皮肉ったような人生をおくればよい。物事の面白さは、それが身近になったときに起こる。スポーツやゲームであっても同じ事だ。身近な事であるかどうかは自ら接していかななくてはいつまでたっても実現しない。そして自己の統一的な世界観による咀嚼、葛藤、またその発展の楽しみが味わえる。

アリストテレス的な天動説も立派な科学である。しかし天動説で天体の運行を記述していると精密な観測に合致するような計算は困難になり、説明不可能な事実も現れてきた。ガリレオの地動説はそうした歴史的な流れの中で確立していった。中学理科であっても、その段階で可能な限り整合性と統一した世界観を自己のものにしたいという欲求を無視しては成り立たない。教科書のままでは「ウソ」が多すぎる。「どうせ中学生ぐらいにはこれでよいだろう」と安易に論理の一貫性を放棄している。にもかかわらず、問題にたいしては一意的な解答を要求する。たとえば、流体の圧力に関する「パスカルの原理」をうまく説明できる人は少ない。案の定、高校の教科書でも全く訳の分からない説明をしている。いったい彼らはものごとを自分で考えたことがあるのだろうか。私の最も尊敬する物理学者の一人、R.P. ファインマンは「ご冗談でしょう、ファインマンさん」(下)のなかで、ブラジルの1950年頃の物理教育の事情について述べている。

「今ただ当てずっぽうにバラバラとページをめくって指の止まったページの一節を読んでみただけで、これは科学と呼べるようなものではなく、どれもこれも例外なくただの暗記物に過ぎないことを皆さんにこの場ではっきりお見せできます。」

日本の科学教育はもっとひどい状態に陥っている。教える側は、教えること以前に、まず自分自身がじっくり考える習慣を身につけて欲しいものだ。理科嫌いが騒がれているが、その主な原因は教える側にある。

自然を対象とする科学においても、もっとも「正しい」原理や法則が始めから知られているわけではない。現象を不思議に思い、あるいは観察や実験を通じて少しずつ蓄積された考えを整理し、データと整合性がある記述を獲得していく。教科書の展開も基本的にはこの流れであり、学習の合理的な方法である。しかし、これで中学を卒業し、理科を学習した、という今の体制では人は育たない。それらをまとめ、できるだけ整理して基本的な原理や法則性の認識に高める作業をどこかで行わなければ、理科は自然の「認識」ではなく、「記述」に終わる。このままで終われば学習の価値はなく、高校での飛躍も期待できない。このメモは私の中学理科のメモであって、他の人とずれている部分もあるかも知れない。しかし、可能な限りの統一した論理は、学習項目をより精選し、応用を広げる力になるはずだ。バラバラに覚え、公式を適用してひたすら問題を解く、というのは面白くないだけでなく、受験勉強の効率も良くない。それは、「理科」の発展の原理に反するからだ。学習は、特に理科の学習は楽しんでやるもので、学習を楽しめるような工夫がないところに成果は期待できない。

まだまだ内容的に完成というにはほど遠い。順次追加、修正、推敲し、より生徒諸君の受験勉強の一助となるよう改良していきたい。意見、助言をいただきたい。残念だが、この数年、大きな改訂はできていない。

このテキストは学習塾 樽井文化センター のホームページにアップされています。

URL <http://taruibunka.la.coocan.jp>

目次

第 1 章	身近な物理現象	3
1.1	時間, 空間, 物質	3
1.1.1	時間, 空間, 物質の計量	3
1.1.2	等式と単位	4
1.2	光	7
1.2.1	光, 光速, 直進性, 反射	7
1.2.2	光の屈折	11
1.2.3	凸レンズ	12
1.2.4	他の光学機器	19
1.2.5	光の散乱, 光の回折, 偏光, 干渉	21
1.3	音	21
第 2 章	力, 運動, エネルギー	30
2.1	離れて働く力	30
2.2	力の表現と仕事	30
2.3	力の計測	33
2.4	力の釣り合い	33
2.5	圧力	42
2.6	流体(液体, 気体)による圧力	43
2.7	浮力	47
2.8	運動とエネルギー	50
2.8.1	等速直線運動と慣性の法則	50
2.8.2	等加速度運動と力学的エネルギー保存の法則	50
2.8.3	力と運動の関係—運動の法則	56
2.8.4	等速円運動	61
2.8.5	振動	63
2.8.6	ボールが壁に衝突	64
2.8.7	波動	65
2.9	熱エネルギーと温度	65
2.10	いろいろなエネルギーとその間の変換	67
2.11	物質の特性	68
2.11.1	相変化… 固体, 液体, 気体	68
2.11.2	温度, 圧力などによる状態変化	71
2.11.3	気体の状態変化	72
第 3 章	電気・磁気	76
3.1	電流, 電場, ジュールの法則	76
3.2	オームの法則	78
3.3	抵抗回路	80
3.4	電流が作る磁場	84
3.5	電磁誘導	89

第 4 章	化学分野	94
4.1	物質	94
4.1.1	物質の三態	94
4.1.2	物質の分類	94
4.2	原子, 分子	94
4.3	気体の発生方法, 集め方, 性質	98
4.3.1	気体の捕集法	98
4.3.2	各種の気体	99
4.4	化学変化の様相	104
4.4.1	質量保存の法則, 定比例の法則, 原子価	104
4.4.2	酸化, 還元	104
4.4.3	いろいろな分子と化学反応	107
4.5	イオン	111
4.5.1	水溶液とイオン	111
4.5.2	酸とアルカリ, 中和	113
4.5.3	イオン化傾向と電池	117
4.5.4	化学の総合問題	122
第 5 章	地球	124
5.1	地球の構造	124
5.2	気象	124
5.2.1	気象観測, 記述	124
5.2.2	大気の動き	127
5.2.3	日本の気象… 四季	129
5.2.4	天気予報	131
5.3	大地の変化	132
5.3.1	地殻変動と地震	132
5.3.2	火山, 火成岩	136
5.3.3	岩石の風化, 川・海による浸食・運搬・堆積, 堆積岩	138
5.3.4	地質時代	140
5.4	環境	141
第 6 章	宇宙と天体	142
6.1	宇宙	142
6.2	太陽系	142
6.3	恒星, 太陽, 月の年周運動, 日周運動	145
6.4	天体の運動の理解を深める問題	147

第1章 身近な物理現象

1.1 時間, 空間, 物質

1.1.1 時間, 空間, 物質の計量

私たちの住む世界の現象は、全て特定の時間、空間において起こっている。時間は全ての人に一律に流れ、その人がどんな状況にあっても共通の時間が進行しているように思われる。空間は縦、横、高さなどの3つのそれぞれ独立(互いに他の量に無関係)の量によって指定されるようである。そして、空間と時間もそれぞれ全く独立に存在すると感じられる(現在ではこうした考えは一部修正されなければならないことがわかっている)。こうした立場をとったとして、時間、空間およびその中での運動やその他の現象をどう記述すればよいか、を考えよう。

時間について、世界のどんな状況でも共通の時間が存在するという事だから、同じ時間間隔を刻むような現象をもとに、時間の単位を決めればよいことになる。

地球の自転によって、1日を定義し、それを細分して、他の単位を決める、という方法は、「地球の自転は常に一定である」ということが前提になる。しかし、地球の自転は歴史的にどんどん速くなっていたり、また日々変化することがわかっている。

1956年国際度量衡委員会は地球の公転を基準に1秒(=1s)を定義した。現在は、原子時計と呼ばれるもので時間を定義する。セシウム133の原子の振動数 $9\,192\,631\,770\text{s}^{-1}$ は、温度などの外界の状態にほとんど影響されないことがわかっている。そのため、1967年国際度量衡総会で、この原子時計の使用が採択され、日本でも、1972年からこの原子時計を用いている。

1856年メートル条約によって、白金90%、イリジウム10%の合金でつくられた「メートル原器」の示す長さを1mと定義された。現在では、1mを「真空中で1秒の $299\,792\,458$ 分の1の時間に光が進む行程の長さ」と定義している。すなわち、真空中の光速を $299\,792\,458\text{m/s}$ と定義する。空間的な広がり、縦、横、高さなどの3方向の長さがそれぞれこの1mの何倍かで表すことができる。

これらを用いると、どこ(向きも含む)、どの時刻、かを基準(原点)にすれば、この宇宙の全ての「位置」は座標点たとえば、 (x, y, z, t) などによって一意的に表現されることになる。また簡単のため、空間的にはただ一つの数で表せる場合をよく取り扱う。こうした扱いを「空間1次元とする」という。このとき、位置は数直線上の点で表現できる。従ってこのとき、時空の位置は (x, t) で表せる。

物体を記述する上で、共通に欠かせない量が質量である。1889年、1kgは「国際キログラム原器の質量」と定義された。国際キログラム原器は、プラチナ(白金)を主とする合金でできており、直径・高さともに39mmの円柱で、これが1kgの質量を示すものとして1870年代に作成されたものであり、日本にもそのコピーがある。

2017年10月28日の朝刊には、日本の産総研が「エックス線結晶密度法」という方法で、プランク定数を 2.4×10^{-8} の精度で特定した、と報じた。プランク定数の単位は、 $\text{m}^2\text{kg/s}$ である。これより、高精度の質量の単位kgが定義できる。

2018年2月に決定され、2019年5月20日に施行される新SI単位では、質量の次元を含むプランク定数を $h = 6.62607015 \times 10^{-34}\text{kgm}^2\text{s}^{-1}$ と定義することによって、1kgを確定する。

従来は、1mの間隔で平行に置かれた2本の直線状導体に同じ大きさの電流が流れたとき、導体の単位長さ当たり $2 \times 10^{-7}\text{N}$ の力を及ぼし合う電流を1Aと定義し、電荷の量はクーロン(C)を用いるが、1Cは、1秒間に1アンペア[A]流れる電荷量を1[C]としていた。

新SI単位では、素電荷(電子の電荷)を $e = 1.602176634 \times 10^{-19}\text{C}$ と定義する。

理科では、他に温度のケルビン[K](摂氏温度と273.15度ずれているだけ)、物質量のキロモル[kmol]、光度のカンデラ[cd]などの基本単位が準備されている。

以下に、単位確定のための物理定数の定義値を示す。

プランク定数	$h = 6.62607015 \times 10^{-34}$ ジュール秒 (J·s)
電気素量	$e = 1.602176634 \times 10^{-19}$ クーロン (C)
ボルツマン定数	$k = 1.380649 \times 10^{-23}$ ジュール毎ケルビン (J·K ⁻¹)
アボガドロ定数	$N_A = 6.02214076 \times 10^{23}$ 毎モル (mol ⁻¹)
基底状態のセシウム 133 原子の超微細構造の周波数	$\Delta\nu(^{133}\text{Cs})_{\text{hfs}} = 9192631770$ ヘルツ (Hz)
光速	$c = 299792458$ メートル毎秒 (m·s ⁻¹)
540 × 1012Hz の単色光の発光効率	$K_{\text{cd}} = 683$ ルーメン毎ワット (lm·W ⁻¹)

他の量はこれらの基本単位の組み合わせで表すことができ、それぞれに応じた単位が定義されている。例えば力の単位ニュートンは $1\text{N}=1\text{kg} \times 1\text{m/s}^2$ ，エネルギーの単位ジュール [J] は $1\text{J}=1\text{N} \times 1\text{m}$ ，仕事率の単位ワット [W] は $1\text{W}=1\text{J}/1\text{s}$ ，電気量クーロン [C] は $1\text{C}=1\text{A} \times 1\text{s}$ である。基本単位の理解には、時空、質量についての本質的な理解を伴うはずだが、それらによって合成された単位について、たとえば、なぜ力の単位 [N] が $1\text{N}=1\text{kg} \times 1\text{m/s}^2$ などと定義されるのかは、力とは何か、それを支配している法則は何かなどの理解と表裏をなしている。

物理量は混乱を避けるため、かなり統一した文字で、しかもイタリックで表すことが多い。ギリシャ文字は中学教科書ではあまり使わないが、混乱を避けるため極一部ではあるが使用した方が便利である。

文字	読み	文字	読み	文字	読み	文字	読み
α	アルファ	η	イータ	ν	ニュー	τ	タウ
β	ベータ	θ	シータ	ξ	グザイ	υ	ウブシロン
γ	ガンマ	ι	イオタ	\omicron	オミクロン	ϕ	ファイ
δ	デルタ	κ	カッパ	π	パイ	χ	カイ
ϵ	イプシロン	λ	ラムダ	ρ	ロー	ψ	プサイ
ζ	ゼータ	μ	ミュー	σ	シグマ	ω	オメガ

大文字も一部必要になる。

文字	読み	文字	読み	文字	読み	文字	読み
Δ	デルタ	Ω	オメガ	Σ	シグマ	Φ	ファイ

さて、これらの単位で現実の現象の記述を行うと、非常に大きな値になったり、小さくなったりすることがある。このときは、新たな単位を導入するのではなく、以下の接頭語を使って簡潔に表現する。

代表的な 10 のべき乗を表す接頭語

べき	接頭語	記号	べき	接頭語	記号
10^{-18}	atto アト	a	10^1	deka デカ	da
10^{-15}	femto フェムト	f	10^2	hecto ヘクト	h
10^{-12}	pico ピコ	p	10^3	kilo キロ	k
10^{-9}	nano ナノ	n	10^6	mega メガ	M
10^{-6}	micro マイクロ	μ	10^9	giga ギガ	G
10^{-3}	milli ミリ	m	10^{12}	tera テラ	T
10^{-2}	centi センチ	c	10^{15}	peta ペタ	P
10^{-1}	deci デシ	d	10^{18}	exa エクサ	E

例えば $1\text{ mm} = 1 \text{ milli meter} = 10^{-3}\text{m}$ という意味である。単位は通常のアルフabet (ローマン体) で書き、大文字、小文字の区別をする。m と M, k と K ではそれぞれ違う意味となる。

また割合を表す単位、 $1\% = 1 \text{ percent}$ は百を表す cent, 当たりを表す per からなるイタリア語の per cento が元になっているようだ。また、 $1 \text{ ppm} = 1 \text{ part(s) per million}$, $1 \text{ ppb} = 1 \text{ part(s) per billion}$ のことである。

1.1.2 等式と単位

① 理科での数式の取り扱い

数学と同様に、理科でも、量の扱いは等式で与えられる場合が殆んどである。式の計算は、ほとんど等号(=)をつけて書かねばならない。方程式はそれぞれ”=”で式をつないだものだ。等号は、必ずそれぞれの場合、何が等しい、という明確な意味を表している。

具体的な例で考えてみる。

「時速 72km は秒速何 m ですか」

に答えよう。時速 72km は、72km/時と書くこともある。問題は、72km/時は何 m/秒に 等しい か、と言
い換えることができる。

$$\begin{aligned} \text{時速 72km} &= 1 \text{ 時間に } 72\text{km 進む速さ} \\ &= 60 \text{ 分間に } 72 \times 1000\text{m 進む速さ} = 1 \text{ 分間に } \frac{72 \times 1000}{60} \text{m 進む速さ} \\ &= 60 \text{ 秒間に } 1200\text{m 進む速さ} = 1 \text{ 秒間に } 20\text{m 進む速さ} = 20 \text{ m/秒} \end{aligned}$$

この考えで正しいのだが、複雑な単位になるとややこしくなる。重要なことは、議論の出発点にはかならず、それぞれに関する言葉の定義(約束)や基本的な法則・定理・関係が関わることである。ここでは速さを考えるから、速さの定義を明確にしておかなければならない。

$$(\text{速さ}) = \frac{(\text{道のり})}{(\text{かかった時間})}$$

したがって、定義に従うと、時速 72km は

$$\text{時速 72km} = \frac{72 \text{ km}}{1 \text{ 時間}} = \frac{72 \times 1\text{km}}{1 \text{ 時間}} = \frac{72 \times 1000 \times 1\text{m}}{3600 \times 1 \text{ 秒}} = 20 \times \frac{1\text{m}}{1 \text{ 秒}} \quad (= 20 \text{ m/秒})$$

とすればよいことになる。次に、

「時速 120km の特急くろしおが x 分間に進む距離を求めなさい」

を考える。道のり、速さ、時間の関係は

$$(\text{道のり}) = (\text{速さ}) \times (\text{時間})$$

だから、

$$\begin{aligned} (\text{道のり}) &= \text{時速 } 120\text{km} \times x \text{ 分} = \frac{120\text{km}}{1 \text{ 時間}} \times x \text{ 分} = \frac{120 \times 1\text{km}}{60 \times 1 \text{ 分}} \times x \times 1 \text{ 分} \\ &= 2 \times 1\text{km} \times x = 2x \text{ km} \end{aligned}$$

となる。単位の 1 分を約分していることに注意してほしい。このように単位もつけて計算すると、式の意味がよくわかる。

2 中学生にわかりにくい単位は力、圧力などだから、これらの取り扱いを説明する。

理科の基本の量は長さ、時間、質量、その他(電流、温度、粒子の数、光度)だった。他のすべての量はこれらを組み合わせて表すことになる。その組み合わせ方には、

$$(\text{速さ}) = \frac{(\text{道のり})}{(\text{かかった時間})}$$

のような関係を使って決めるものもあるが、この関係は、速さの定義(約束)だから疑問の余地はない。

ところが、力の定義は、簡単なようで、なかなかうまく定量的に定義できない。したがって、自然の法則を使って、力の大きさを表す単位を決めることになる。

まず、加速度の計算を試みよう。

「秒速 10m で走っていた自動車がアクセルを踏んで 5 秒後に秒速 30m になった。

一定の割合で速くなったとして、加速度はいくらか。」

加速度は 1 秒間に速さがどれ位速くなったり遅くなったりするかだから、加速度と速さの関係は

$$(\text{加速度}) = \frac{(\text{速さの変化量})}{(\text{かかった時間})}$$

である。これより、

$$\begin{aligned} (\text{加速度}) &= \frac{(\text{秒速 } 30\text{m}) - (\text{秒速 } 10\text{m})}{5 \text{ 秒}} = \frac{30 \times \frac{1\text{m}}{1 \text{ 秒}} - 10 \times \frac{1\text{m}}{1 \text{ 秒}}}{5 \text{ 秒}} = \frac{20 \times \frac{1\text{m}}{1 \text{ 秒}}}{5 \times 1 \text{ 秒}} \\ &= 4 \times \frac{1\text{m}}{(1 \text{ 秒})^2} = 4 \times 1\text{m/秒}^2 = 4 \text{ m/秒}^2 \quad (= 4 \text{ m/s}^2) \end{aligned}$$

となる。答えは、「毎秒毎秒 4m の加速度」と読む。

計算の意味を説明するために詳しく書いているが、問題を解くときには、もっと簡便に計算すればよい。

例えば、1m と書いているところは数学の表記法に従って、m とだけ書いてもよい(この方が普通です)。km などを使う接頭語 k は $k=1000$ だから、例えば 5km は、

$$5\text{km} = 5 \times 1\text{km} = 5 \times 1\text{k} \times 1\text{m} = 5 \times 1 \times 1000 \times 1\text{m} = 5000 \times 1\text{m} = 5000\text{m}$$

となる。

さて、誰でも、重いものほど急激に動かしにくいことを知っている。これを満たす最も簡単な定量的な関係は、物体の運動状態の変化の割合(加速度)は力に比例し、質量に反比例する、となる。すなわち

$$(\text{物体に加わった力}) = k \times (\text{物体の質量}) \times (\text{加速度})$$

これが、ニュートンの運動の法則である(詳しくは、「運動とエネルギー」のところを見てください)。重要

なことは、「 k は普遍定数」であり、単位系をきめれば、どんな場合でも k は同じであることである。これを用いて逆に力の単位を決める。一番簡単な場合は、 k は単位をもたず、 $k = 1$ となる場合である。このとき、ニュートンの運動の法則は

$$f(\text{力}) = m(\text{質量}) \times a(\text{加速度})$$

と表すことができる。

通常、力 (f)、質量 (m) がわかって、加速度 (a) を求め、それから物体の運動の状態を求めることが多いから、運動の法則は

$$m(\text{質量}) \times a(\text{加速度}) = f(\text{力})$$

と書き、運動方程式と言う場合の方が多い。

物体の質量を 1kg、加速度が $1\text{m}/\text{秒}^2$ のときに必要な力を 1N(ニュートン) と定義する。すなわち、

$$1\text{ N} = 1\text{ kg} \times 1\text{ m}/\text{秒}^2$$

である。

3 例を使って力の単位を確認しておこう。

「500g の物体に $20\text{cm}/\text{秒}^2$ の加速度を与えるにはどれだけの力が必要か。」

$$\begin{aligned} f = ma &= 500\text{g} \times 20\text{cm}/\text{秒}^2 = 500 \times 1\text{g} \times 20 \times 1\text{cm}/\text{秒}^2 = 500 \times \frac{1}{1000} \times 1\text{kg} \times 20 \times \frac{1}{100} \times 1\text{m}/\text{秒}^2 \\ &= 0.1 \times 1\text{kg} \times 1\text{m}/\text{秒}^2 = 0.1 \times 1\text{N} = 0.1\text{N} \end{aligned}$$

となる。

「真空中で 100g の静止している物体を静かに離したら、2 秒後に速さが $19.6\text{m}/\text{秒}$ になった。

物体の加速度はいくらか。また物体に加わった重力はいくらか。」

加速度 a を求める。

$$a = \frac{19.6\text{m}/\text{秒} - 0\text{m}/\text{秒}}{2\text{秒}} = 9.8\text{ m}/\text{秒}^2$$

質量 $m = 100\text{g}$ だから、物体に加わった力 f は

$$\begin{aligned} f = m \times a &= 100\text{g} \times 9.8\text{m}/\text{秒}^2 = 100 \times \frac{1}{1000} \times 1\text{kg} \times 9.8 \times 1\text{m}/\text{秒}^2 \\ &= 0.98 \times 1\text{kg} \times 1\text{m}/\text{秒}^2 = 0.98 \times 1\text{N} = 0.98\text{ N} \end{aligned}$$

となる。地上においては、空気の抵抗を無視すると、質量にかかわらず、物体はおよそ $9.8\text{m}/\text{秒}^2$ の加速度で落下する。この加速度を重力加速度 g といい、地上の点では、 $g \approx 9.8\text{m}/\text{秒}^2$ となる。しかし、この値は、場所によって、あるいは高度によって変わるから、多くの場合、記号 g のままで議論する。上の例では、地上の 100g の物体は 0.98N の重力を地球から受けることを示している。100g の物体に加わる力を 100g 重と言う。

$$100\text{g 重} = 0.98\text{N} \approx 1\text{N}$$

これが、教科書などで、「100g の物体に加わる重力を 1 N とする。」と言う意味である。

重力を基準に単位を決める方法を重力単位系と言い、これに従うと、多くの公式の表現が違った形になり、ずいぶん長く科学の進歩の障害になっていた。私たちが現在採用している単位系 (kg, m, 秒) を MKS 単位系と言う。ニュートン (N) は MKS 単位系における力の単位だったのだ。MKS 単位系を中心に整備したのが、SI 単位系 (The International System of Units) である。法則や最も基本的な関係を用いて単位系を構成しているから、いろいろな公式は、単位を考えないで書き下すことができる。言い換えたら、変数には、単位を含めて書く。例えば、質量を表す変数 m は $m = 300\text{g}$ とする。これまでの議論は、 $m = 300\text{g} = 0.3\text{kg}$ と変換してもよい、と言うことが前提になっていた。単位もこれまでの説明のように計算することができる。中学では $m = 0.3$ として、「質量を $m\text{kg}$ とする」とし、変数の中に単位を含めない方が多い。これをできるだけ早く、改めた方がよい。そのままでは、複雑な議論は難しくなる。単位系によって式が変わるからである。単位ニュートン (N) の導入は、その複雑さを全て払拭する方法となっている。

4 圧力は単位面積当たりの力、すなわち、

$$\text{圧力 } (p) = \frac{\text{面を垂直に押す力 } (f)}{\text{接触面積 } (S)}$$

である。1m² に 1N の力が加わるときの圧力を 1Pa(パスカル) と言う。したがって、

$$1\text{Pa} = \frac{1\text{N}}{1\text{m}^2} = 1\text{ N}/\text{m}^2$$

である。

「縦横高さがそれぞれ、20cm, 10cm, 30cm の直方体の木材を机の上に置いた。木材は机にいくらの

圧力を加えているか。木材は均一で、密度は $\rho = 0.5\text{g/cm}^3$ とし、重力加速度を $g = 10.0\text{m/s}^2$ とする。」
 ρ はギリシャ文字で、ローと読みます。質量は英語で mass ですから、 m をよく用いる。重力は gravitation で、重力加速度は g を用いる。加速度 a は acceleration, f は force, s は second で、圧力は pressure で p をよく用いる。ちなみに、Pa は、Pascal という人の名前から取ったので、頭文字の P は大文字になっている。

重力加速度を $g = 10.0\text{m/s}^2$ とすることは、100g 重 = 1N を意味する。

密度とは、単位体積あたりの質量だから

$$\text{密度 } (\rho) = \frac{\text{物質の質量 } (m)}{\text{物質の体積 } (V)}$$

である。したがって、物質の質量は $m = \rho V$ である。

$$m = 0.5\text{g/cm}^3 \times 20\text{cm} \times 10\text{cm} \times 30\text{cm} = 3000\text{g} = 3\text{kg}$$

木材にかかる重力 f は

$$f = mg = 3\text{kg} \times 10.0\text{m/s}^2 = 30\text{kg m/s}^2 = 30\text{N}$$

接触面積 S は、

$$S = 20\text{cm} \times 10\text{cm} = 200\text{cm}^2 = 0.02\text{m}^2$$

圧力 p は、

$$p = \frac{f}{S} = \frac{30\text{N}}{0.02\text{m}^2} \\ = 1500\text{ N/m}^2 = 1500\text{ Pa} \quad (= 15\text{hPa})$$

となる。もちろんこれを、

$$p = \frac{f}{S} = \frac{mg}{S} = \frac{\rho V g}{S} = \frac{0.5\text{g/cm}^3 \times 20\text{cm} \times 10\text{cm} \times 30\text{cm} \times 10.0\text{m/s}^2}{20\text{cm} \times 10\text{cm}}$$

と表して、すでに練習した単位も量として一気に計算すれば同じ答えが出る。

質量の変数 m 、長さの単位 m などが区別しにくいことがある。通常、変数はイタリック (筆記体のように、少し斜めに表す)、単位は立体 (普通の印刷で用いる字体) で表し、これを区別する。ただ、手書きのときは混乱が予想されるから、変数を決めるときに工夫を行う。あらゆる科学的表現は、一定の約束事の上に成り立っている。これを無視した記述は、誤解を招き、思考の進展の障害になる場合がある。

1.2 光

1.2.1 光, 光速, 直進性, 反射

光は電波などと同じ電磁波の一種で、通常は目に見える可視光線のことをさす。可視光線の波長は、おおよそ短波長側が $360\text{nm} \sim 400\text{nm}$ 、長波長側が $760\text{nm} \sim 830\text{nm}$ である。逆に、可視光線の外に位置する赤外線と紫外線を指して、不可視光線と呼ぶ場合もある。光は、電磁波だから、波の伝播についての理解が必要になるが、波であっても、粒子の性質も持っているということがわかっている。このことが、歴史的には「光の波動説」と「光の粒子説」の長い論争をもたらした。現在ではこれは統一されて、同じことの二つの側面の表現であると考えられている。

電磁波は横波であるから、そのことによってもいろいろな特性も現れてくる。

縦波, 横波

縦波は、波の振動方向と波の進行方向が平行である波をいう。音波がその代表である。

横波は、波の振動方向と波の進行方向が垂直である波をいう。池に石を投げたら、水面波が現れる。これは横波の代表である。

一般には、物質に歪み (ひずみ) を与えると、元に戻そうとする力が働き、歪みと逆の運動が起こるが、それが慣性で行き過ぎ、また逆の運動が続く。こうして振動が発生するが、その振動は垂直応力 (変形方向に垂直な力、圧力)、や変形に平行な力 (剪断力 せんだんりょく) によって伝わる。地震波は縦波、横波の両方の成分を持っている。電磁波は真空を伝わり、横波であることがわかっている。

光の「なぜ」については中学、高校のレベルではほとんど答えられない。しかし、光の本性に深く踏み込まずとも、光の性質を整理して、かなりのレベルまで実用に供することができる。それが次の「光の性質」である。

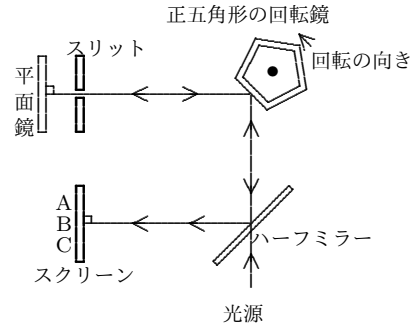
光には、直進性(と逆進性)、反射、屈折、(散乱、回折、干渉、偏光)などの特性がある。

光速

光は真空を光速 $c = 2.99792458 \times 10^8$ m/s(約 30 万 km/秒, 地球 7 回り半と覚えておこう)の速さで進む。運動している座標系で計測しても光速は変わらないことがわかっている。また物質の中では光速は遅くなる。

〔例題〕 光の速さは無限か有限かを調べるために、次のような実験を考える。

レーザー光源、ハーフミラー(光の半分が透過し、あとの半分は反射する鏡)、側面が平面鏡の正五角柱、スクリーン、スリット(細長いすき間)のあるスリット板、および平面鏡を図のように配置する。スリットは回転鏡の回転軸と平行にする。



回転鏡が図の位置で静止した状態では、光源からでた光がハーフミラーを透過し、回転鏡で反射し、平面鏡に垂直に到達して逆向きにハーフミラーまでもどり、反射してスクリーンに垂直に B 点に到達した。

次の (1), (2) の問いに答えよ。ただし、光の速さを v [m/秒], スクリーンとハーフミラーとの距離を a [m], ハーフミラーと正五角柱の鏡との距離を b [m], 正五角柱の鏡と平面鏡までの距離を c [m] とする。なお、以下では、スクリーンに映る光はハーフミラーで反射した光だけを考える。(東大寺学園高)

(1) 光の速さが無限に速い、つまり、光はどんなに速くであっても届くのには時間を要しないと仮定する。正五角柱の回転鏡が反時計回りにゆっくり回転を開始した。回転が徐々に速くなると、レーザー光はスクリーン上のどの位置に映ると予想できるか。次のアからエから 1 つ選び、記号で答えよ。

- ア B 点に映る。 イ B 点より上、つまり A 点寄りに映る。
ウ B 点より下、つまり C 点寄りに映る。 エ スクリーンにはまったく映らない。

(2) 実験を行ってみたところ、(1) で予想した通りにはならなかった。このことから光の速さは有限であると考えられる。次の①から④の問いに答えよ。

① 正五角柱の回転鏡が反時計回りにゆっくり回転を開始し、回転が徐々に速くなると、レーザー光はスクリーン上のどの位置に映るか。次のアからエから正しいものを 1 つ選び、記号で答えよ。

- ア B 点に映る。 イ B 点より上、つまり A 点寄りに映る。
ウ B 点より下、つまり C 点寄りに映る。 エ B 点付近で上下に振動して映る。

② 次に回転鏡の回転数をさらに増加していったところ、スクリーンに映らなくなった。さらに回転数を増加すると、やがてスクリーンの B 点に光が映るようになった。そのときのようすを記述した文として、次のア～エから正しいものを 1 つ選び、記号で答えよ。

- ア 突然 B 点付近に映り、そのまま B 点で静止した。
イ A 点から映り始め、徐々に B 点へ移動した。
ウ C 点から映り始め、徐々に B 点へ移動した。
エ B 点付近で上下に振動しながら、徐々に B 点で静止した。

③ ②の場合で、スクリーン上の光が再び B 点に映ったときの回転数を調べると毎秒 n 回であった。このとき、光の速さ v [m/秒] はどのような式で表すことができるか。 a, b, c, n の中から必要なものを用いて表せ。

④ $a = 4$ m, $b = 3$ m, $c = 1$ 万 m として実験を行うと、③の現象が起こるのは、 n をいくらにしたときか。ただし、 $v = 3$ 億 m/秒とする。

解説は不要だろう。丁寧にどういうことが起こっているかを追跡すればよい。③では、回転鏡が $\frac{1}{5}$ 回転する間 ($\frac{1}{5n}$ 秒) に、光は回転鏡と平面鏡を往復(道のり $2c$) すればよい。

- (1) ア (2) ① イ ② ウ ③ $v = 10cn$ (m/秒) ④ 3000(回転)

光の明るさ

光度とはある方向の広がりに対して、光源が出す光のエネルギーに人の目の補正を加えた、光源の明るさの指標で、単位はカンデラ [cd] で表す。一方、光源からの光を受けて、照射面で実際にどれだけの明るさが得られるのかは、照度で表され、単位はルクス [lx] である。光源が 1 つの点で表されるとき、照度は光源からの距離の 2 乗に反比例する。照度は「照度計」で測れる。読書・勉強の机の上の適正照度は 550

～1000 ルクスだといわれている。

光の明るさには、4種類ある。(https://ec.smartlight.jp/ から)

1 全光束 ルーメン (lm)

光源から出る、全方向に放射される光の総量を「全光束」と言い、単位を lm (ルーメン) で表す。一般的に全光束の数値が大きい光源 (電球) を明るい光源と言います。

例えば 白熱電球 消費電力：54W 全光束：810 ルーメン
電球型蛍光灯 消費電力：10W 全光束：810 ルーメン
(ネット通販で売られている LED の充電式投光器のカタログによると
消費電力：30W 全光束：3600 ルーメン)

2 照度 ルクス (lx)

光源によって照らされている面の明るさを照度という。照明設計の基本になるもので、場所や作業内容ごとに照度基準が JIS 規格で定められている。

例えば 事務所 (オフィス) の照度は 750 ルクス～1500 ルクス (労働基準法に準ずる)
バーやクラブなどの夜のお店の照度 5 ルクス以上 (風営法に準ずる)

3 光度 カンデラ (cd)

光源から出る、光の強さ (ある方向に放射される光の量) を光度という。中心光度、最大光度という使われ方が一般的である。

4 輝度 カンデラ (cd/m^2)

照度 (ルクス) とは照射面の明るさを表すが、輝度とは、照射面を別のある方向から見た時にどれだけ明るく見えるかを表す値である。言葉の通り、輝きやまぶしさを表す数値。

波動の伝播

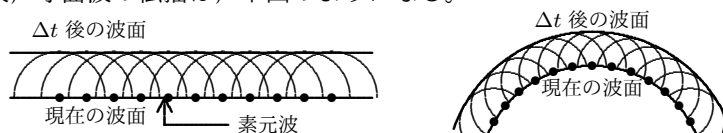
大まかに、光はどのように進むのか、また光の反射、屈折、干渉、回折などは、電磁波が均一な物質、あるいは異なる媒体の境界でどういうことが起こるのかについて少し詳しく検討すると説明できる (大学での電磁気学の学習を楽しみにしておいて欲しい)。しかし、ここまで学習を進めなくても、波動を支配する方程式 (波動方程式) の解に基づいた、波動の伝播の一般的説明法、

ホイヘンスの原理

「ある時刻の波面から出される素元波の包絡面が新しい波面になる」

と、波の重ね合わせの原理を用いてこれらのことは説明できる。

たとえば、平面波、球面波の伝播は、下図のようになる。



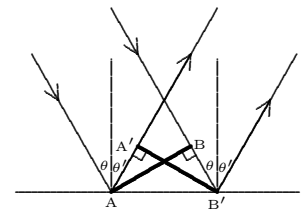
光の直進性はフェルマの原理「光は2点間を結ぶ経路のうち、最も時間のかからない経路を通る」と言い換えることもできる。均一な物質の中ではこれは直ちに最短距離を意味するが、屈折のところでみるように、媒質が変わると、光速が変わり、最短時間は最短経路と必ずしも一致しない。

光がなぜ直線的に進むのか、特に波長が短くなればなるほどあまり広がらずに直進するするのかの説明は、ホイヘンスの原理でも説明できる。平面に垂直に進行する平面波が、平面にある小さな穴、あるいはスリット (狭い隙間) を通過して、平面から距離 d の平面に平行なスクリーンに到達したとする。ホイヘンスの原理によると、穴の各点での素元波がスクリーンに到達したときの波を重ね合わせたものがスクリーンに到達する。「光の直進性」は、この光の強さが、穴の位置の面に垂直な直線とスクリーンとの交点に集中する、と表現できるが、これは干渉 (色々な波を重ねてできるパターンのこと) の計算ができるようになると簡単に証明できる。これは高校で学習する。同じ距離 d でも、波長が長くなると、波の広がりが大きくなる。

光の反射

光の反射は、光を粒子のように考え、鏡の面による完全弾性衝突(運動とエネルギーの項参照)と同じである。これを、波動の伝播の「ホイヘンスの原理」で説明すると以下ようになる。

波面が AB に達した後、点 B から発した素元波が B' に達する間に点 A で反射した素元波が A' に達したとすると $BB' = AA'$ となり、 $\triangle ABB' \equiv \triangle B'A'A$ となり、 $\angle AB'B = \angle B'AA'$ 、 $\theta = 90^\circ - \angle AB'B = 90^\circ - \angle B'AA' = \theta'$ が得られる。



光の反射は、「反射の法則」に要約できる。

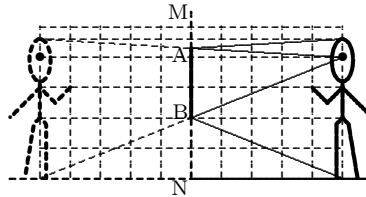
「光が媒質の境界面で反射すると、

反射は入射光と面の法線のなす面内でおこり、入射角と反射角は等しい」

ここまでのところを次の例題で確認しておこう。

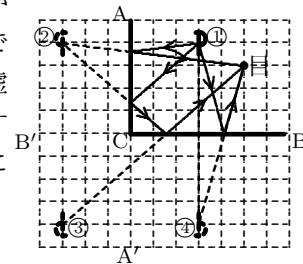
〔例題1〕 鏡 MN で自分の姿を見た。

図のように全身を見るためには、身長
の半分の長さの鏡(鏡 AB)があればよい。
鏡像は、左右が逆になる。



〔例題2〕 図は、文字 P が直角に折れ曲がった鏡の面 ACB に映った像を見た様子を
示している。

①が実物であり、②は鏡 AC による像、④は鏡 CB による像である。像が
目に見えるかどうかは、鏡の面で光が反射されて、目に到達するかどうかで
あって、光源がそこに存在するのではない。したがって、はじめに可能な虚
像をすべて作図し、その後、光の進行を追跡して、見えるかどうかを判定す
ればよい。像②の鏡面 B'B による像が③であるが、これは像④の鏡 AA' に
よる像でもある。3つの像が見える。



〔演習1〕 図のように長さ 30cm の鏡アーイから 15cm 離れた所に物体 P がある。これについて問に答えなさい。

ただし、図の 1 目盛りは縦、横とも 10cm とする。(羽衣学園高)

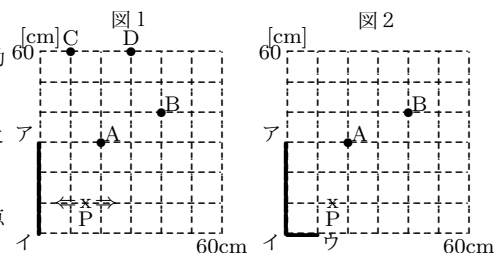
問1 B 点, C 点, D 点について次の問に答えなさい。

(i) 物体 P の像を見ることができないのはどの点ですか。

(ii) (i) の点から P の像を見るために、物体 P を矢印(⇒)の方向に動かした。左右どちらに何 cm 動かしたときに、P の像が見えますか。

問2 図2のように、長さ 10cm の鏡イーウを点イでアーイに直角に組み合わせた。A 点から物体 P の像を何個見ることが出来ますか。

問3 図2で、鏡イーウを長さ 20cm のものに取り替えると、A 点から物体 P の像は何個見えますか。



答え 問1 (i) C (ii) 左に $\frac{25}{3}$ cm 問2 2個 問3 3個

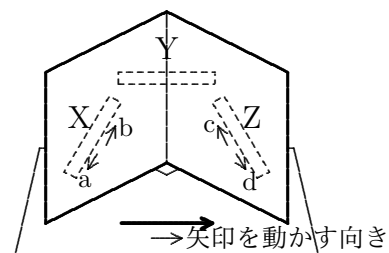
〔演習2〕 図のように、水平な台の上に、 90° に開いた 2 枚の鏡を置き、台に鉛筆(矢印)を置いて、その正面に観察者が立ったところ、X~Z の 3 つの位置に鉛筆が映って見えた。(兵庫県)

(1) Y の位置の鉛筆の像として適切なものを、次のア~エ から 1 つ選びなさい。

ア. ←→ イ. — ウ. → エ. ←

(2) 鉛筆を矢印の向きに動かしたとき、X, Z の位置に映った鉛筆は、どの向きに動くか。次の文の ①, ② に入る適切なものを、図3の a~d から 1 つ選びなさい。

X の位置に映った鉛筆は ① の向きに動き、Z の位置に映った鉛筆は ② の向きに動く。



答え (1) エ (2) ① b ② d

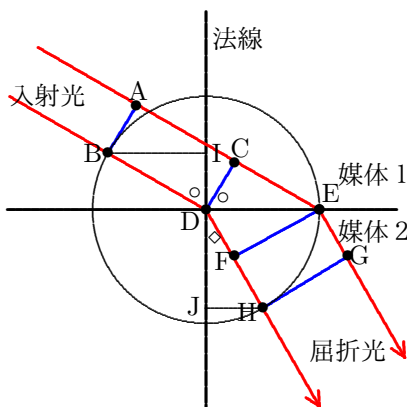
1.2.2 光の屈折

光の屈折は、異なる媒体が境を接し、光が一方から他方へ進行するとき、その境界で進行方向を変えることをいう。

光が空気中からガラスに入射するとき進行方向が曲がる場合を考える。

光が通過する空間(物質)を光の媒体という。真空も媒体と考える。媒体1から入射し境界面を通して媒体2に屈折して進むとする。屈折の法則は次のように解釈できる。進行方向と境界面の法線がなす面を入射面という。

入射面内で、進行方向に垂直な波の面 AB は媒体1の中を直進し境界面に達し CD になる。光 AC は更に直進し CE と進んで境界面に達するが、その間 BD を進んだ光は媒体2の中を DF だけ進む。その後波は媒体2の中を波面 EF に垂直な方向に進み GH となる。境界面に垂直な直線(法線)と入射光のなす角(図では \circ)を入射角、法線と屈折光とのなす角(図では \diamond)を屈折角と言う。屈折光は入射光と法線のなす面内を進む。点 B, 点 H から法線への垂線と法線との交点を I, J とすると $\triangle DEC \equiv \triangle DBI$, $\triangle EDF \equiv \triangle DHJ$ より $CE = BI, DF = HJ$ となる。



光は媒体1を CE 進む間に媒体2を DF 進むのであるから各々の媒体を進む光の速さを v_1, v_2 とすると

$$n = \frac{BI}{HJ} = \frac{CE}{DF} = \frac{v_1}{v_2}$$

したがって $n = \frac{BI}{HJ}$ (通常、円の半径を1にしておく)は入射角によらず一定となることがわかる(スネルの法則)。この比の値 n を媒体1に対する媒体2の相対屈折率と言う。屈折率は媒体1, 2によるが、通常は、媒体1を真空にして、媒体2の屈折率(絶対屈折率)をいう。ところが空気(絶対)屈折率は1.00028とほとんど1なので区別なく用いることができる。屈折率は物質によって変わるだけでなく、用いる光の色(波長)、温度などによっても変化する。水は1.3330、光学ガラスは1.46~2.0、ゲルマニウムは4.09、また結晶などには等方的でないものもある。

高校では、同じことを、入射角を θ_1 , 屈折角を θ_2 とし、 $n = \frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{v_1}{v_2}$ と学ぶ。

媒質 A の媒質 B に対する相対屈折率 $= \frac{v_B}{v_A} = \frac{c}{v_A} \cdot \frac{v_B}{c} = \frac{\text{媒質 A の屈折率}}{\text{媒質 B の屈折率}}$ c : 真空の光速

光の屈折は、水中のものが浅くに見えることで経験している。

【例題】 次の文を読んで後の(問1)~(問3)に答えなさい。(13 大阪桐蔭高 改)
水中にある物体を空気中から見ると、実際の位置よりも浅いところにあるように見える。このときの深さを、「見かけの深さ」という。これについて考えてみよう。

図のように、点 O を中心とする半径 1[m] の円周上の水中にある点 P においた物体を空気中の観測者から見る。物体 P からの光は点 O を通り、点 S の方へ進む。これを観測者から見ると物体は点 P の真上にある点 P' に見える。物体 P および点 S から点 O までの水平距離をそれぞれ a [m], b [m] とおく。

このとき(表)のように様々な入射角 i にたいして、

$$\frac{b}{a} = n(\text{一定値})$$

となる関係が成立する。この n を「空気に対する水の屈折率」といい、表は入射角 i に対する $a, b, b \div a$ の値の関係を示したものである。

さて、物体の水面からの深さ h は、 a を用いて

$$h = \textcircled{1} \dots (1)$$

また、 $\triangle ORS$ と $\triangle P'OQ$ は相似であるので、

$$OP' = \textcircled{2}$$

であることから、見かけの深さ h' は、 a, b を用いて

$$h' = \textcircled{3} \dots (2)$$

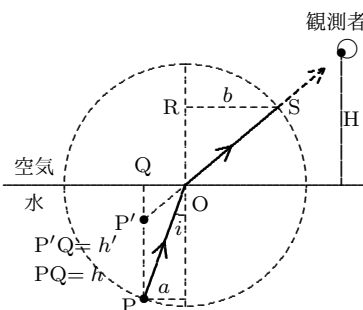
となるので、式(1)と式(2)より $\frac{h'}{h} = \textcircled{4}$

である。

(表)のように i が小さな角度のとき、 a^2 や b^2 は1に比べて非常に小さくなる。このような場合、 $\sqrt{1-a^2}$ や $\sqrt{1-b^2}$ はほぼ1と見なしてよい。このことから、 n を用いて、

$$\frac{h'}{h} = \textcircled{5}$$

という関係があることが分かる。



i [度]	a [m]	b [m]	$b \div a$
1	0.0175	0.0233	1.33
2	0.0349	0.0464	1.33
3	0.0523	0.0696	1.33
4	0.0698	0.0928	1.33
5	0.0872	0.1160	1.33
6	0.1045	0.1390	1.33
7	0.1219	0.1621	1.33
8	0.1392	0.1851	1.33
9	0.1564	0.2080	1.33

以上から、水中の物体を見るときの見かけの深さ h' は実際の深さ h の (⑥) 倍になることが分かる。逆に水中の点 P にある物体側から見ると観測者の水面からの見かけの高さは、実際の高さ H の (⑦) 倍になると考えられる。

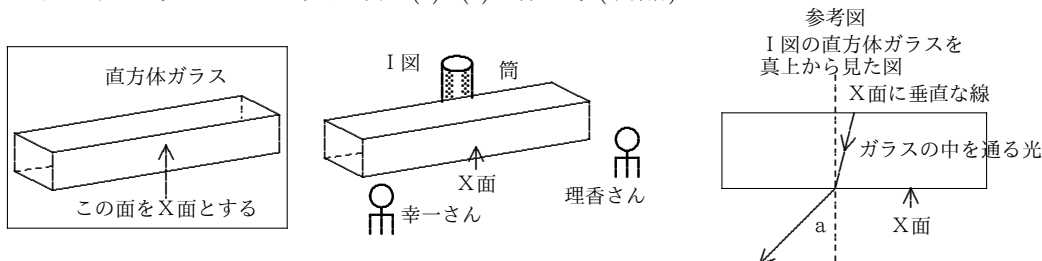
(問 1) 文中の空欄①～④に入る式を求めなさい。

(問 2) 文中の空欄⑤に入る数式を、 n を用いて答えなさい。

(問 3) 文中の空欄⑥, ⑦に入る数値を、四捨五入して小数第 2 位まで答えなさい。

問 1 ① $\sqrt{1-a^2}$ ② $\frac{a}{b}$ ③ $\sqrt{\frac{a^2}{b^2}-a^2}$ ④ $\frac{a\sqrt{1-b^2}}{b\sqrt{1-a^2}}$ 問 2 $\frac{1}{n}$ 問 3 ⑥ 0.75 ⑦ 1.33

〔演習〕 幸一さんと理香さんは、直方体ガラスを用いて光の進み方について調べた。I 図のように、直方体ガラスの後ろに黒色の筒を置き、直方体ガラスの X 面をそれぞれ図のようになめ方向から観察した。すると 2 人が X 面に見た筒の像は実際の筒の位置からずれて見えた。これについて、下の問い (1)・(2) に答えよ。(京都府)



(1) 次の文は、I 図で X 面に映る筒の像が、実際の位置からずれて見えることを参考図を見ながら説明したものである。①に入る語句を下の①群の (ア)～(ウ) から、②に入る内容を下の②群の (エ)～(カ) から、1 つずつ選んで記号で書け。

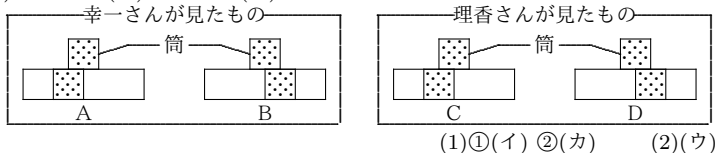
X 面に映る像が、このようにずれて見えるのは、光の①という現象のためである。参考図のようにガラスの中を通った光が空気中を進むとき、この光が面に入射するときの角度 (入射角) の大きさと参考図の角 a の大きさを比べると、角 a は②となり、X 面に映る像は、ずれて見えることになる。

①群 (ア) 反射 (イ) 屈折 (ウ) 直進

②群 (エ) 入射角より小さい (オ) 入射角に等しい (カ) 入射角より大きい

(2) I 図で、幸一さんの位置から見た筒とその X 面に映った像を下の A・B から、また、理香さんの位置から見た筒とその X 面に映った像を下の C・D から選ぶとき、正しい組み合わせはどれか、次の (ア)～(エ) から 1 つ選べ。()

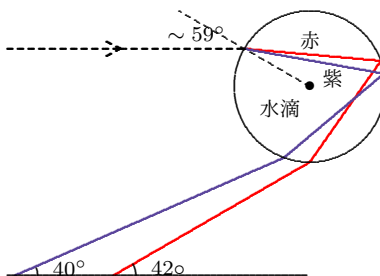
(ア) A と C (イ) A と D (ウ) B と C (エ) B と D



屈折率は光の波長によっても変わる。波長の短い光ほど大きく屈折する。紫の光は赤い光より波長が短い。



虹 (rainbow) は自分の背後にある太陽光が前方の水滴に二度の屈折と反射をして目に入ったものである。紫色の方が大きく屈折し、自分には低い角度で目にはいる。入射角が 59° 程度の光が赤と紫の仰角の差が大きく、それぞれ約 42° , 40° ぐらいになる。従って、アーチの内側が紫、外側が赤になる。光の強さも考慮した厳密な議論は難しい。



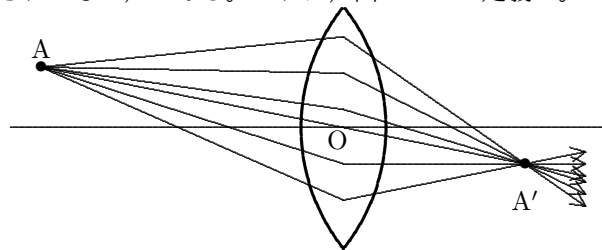
レンズなどは幾種類かの光学ガラスを色の差が出ないように組み合わせて作られている。

光の屈折を利用するものに、プリズム、光学レンズなどがあるが、これらと反射鏡などを組み合わせて多くの光学機器が作られている。

1.2.3 凸レンズ

凸レンズについて考えよう。ほとんどの問題は「レンズの公式」を用いて解けることは、「中学数学基礎」に記してある。

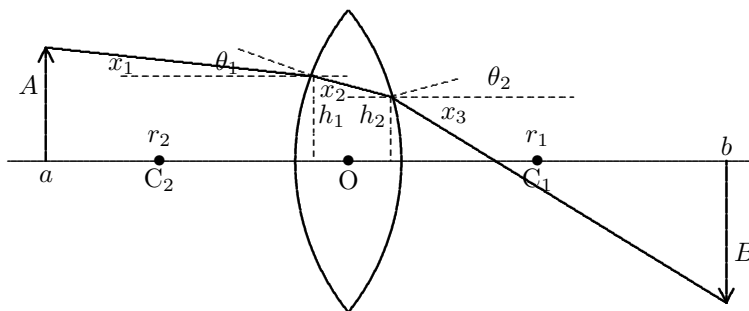
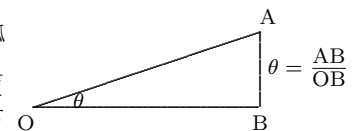
凸レンズは、図のように、点 A を発しレンズを通過する 全て の光は必ず点 A の位置に応じた一つの点 A' を通るよう設計されたもの、である。これは、凸レンズの定義だ。



はじめに、こうした凸レンズの製作可能性について触れておく。著者の力不足でわかりやすい説明ではなく、ちょっと辛抱が必要で、急ぐときは読み飛ばし、時間があるときにすっきりさせてくれてもよい。

屈折率が n 、半径 r_1, r_2 の球面からなる薄いガラスの凸レンズが真空中にあるとする。

計算を伴う議論では多くの場合、角度の表現を通常の度数法ではなく、(運動のところで学習する) 弧度法が便利である。しかし、光が進む角度は全て非常に小さいから、角度が小さい場合弧度法と同じとなる次のような表現を用いることができる。右図のような直角三角形の $x = \frac{\text{高さ}}{\text{底辺}}$ で表す。角度が小さいから、底辺を斜辺と読み替えても良い。また、角度は小さいから、和はそのまま適用できる。角度はギリシャ文字 θ がよく用いられる。(高校では、三角関数とその性質から納得しやすい)



球面の中心 C₁, C₂ から球面までの半径の横軸とのなす角をそれぞれ θ_1, θ_2 としておく。

レンズの中心 O から距離 a にある物体の大きさを A とし、球面 C₁ に軸と角度 x_1 で入射し、屈折した後、もう一つの球面 C₂ に軸と角度 x_2 で入射し、角度 x_3 で像に向かう。屈折の法則より、

$$\theta_1 - x_1 = n(\theta_1 - x_2), \quad \theta_1 = \frac{h_1}{r_1} \text{ より} \quad nx_2 = x_1 + g_1 h_1, \quad g_1 = \frac{n-1}{r_1}$$

$$\theta_2 + x_3 = n(\theta_2 + x_2), \quad \theta_2 = \frac{h_2}{r_2} \text{ より} \quad x_3 = nx_2 + g_2 h_2, \quad g_2 = \frac{n-1}{r_2}$$

d をレンズを光が通過する巾とすると、 $h_1 - h_2 = x_2 d$ 、薄いレンズでは $d \approx 0$ で、 $h_1 \approx h_2$ 。よって

$$x_3 = x_1 + g_1 h_1 + g_2 h_2 \approx x_1 + g h_1, \quad g = g_1 + g_2 = \text{一定}$$

となる。

軸に平行に入射する場合、 $x_1 = 0$ だから、

$$x_3 = g h_1, \text{ したがって、入射光が軸と交わる点は } f = \frac{h_1}{x_3} = \frac{1}{g} \text{ となる。これが焦点距離である。}$$

従って問題は、距離 a の大きさ A から発した光が、一般の角度 x_1 で入射し

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}, \quad B = \frac{b}{a} A$$

にしたがって、レンズの後方 b の軸から B のところを通るかどうかが、と定式化できる。

いかにすると、 $ax_1 = A - h_1$ のとき、像の大きさが $B' = \frac{b}{a} A$ となるかどうかである。

$$B' = bx_3 - h_2 \approx b(x_1 + g h_1) - h_1 = \frac{b}{a} \left\{ ax_1 + \frac{ah_1}{f} - \frac{a}{b} h_1 \right\} = \frac{b}{a} \{ ax_1 + h_1 \} = \frac{b}{a} A$$

こうして、薄い両球面凸レンズは凸レンズの条件を満たしていることが証明できたことにする (厳密には、軸に対してねじれの方向に進む光、言い換えたら、軸対称性の議論を含まねばならない。難しい)。すべて、光源が軸に近い、という近似で成り立っている。したがって、以上の計算は、「近軸光線近似」と呼ばれている。

実用的なレンズの設計は、非常に複雑なしかも多くの条件を同時に満たしながら行なわれる極めて高度な作業であり、われわれは、「凸レンズ」そのものについては、ほとんどその原理を知らない、と考えておいた方がよい。例えば、光色によって、屈折率が違う、結果として、色収差が発生する。

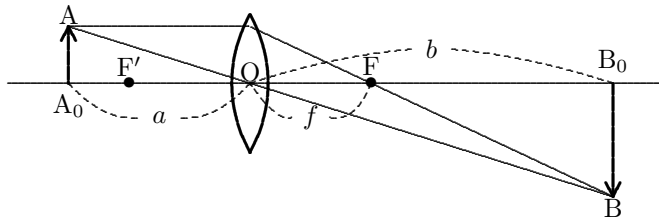
しかし、凸レンズによる像の作図は、凸レンズの「定義」から、凸レンズの性質の一部を利用して行うことができる。すなわち、明らかにわかっている光線

(1) 軸に平行に入射した光は全て焦点を通る

(2) レンズの中心を通る光はそのまま直進する

を利用して作図すればよいことがわかる。しかし、それはあくまで便宜的なことであり、「凸レンズ」は他の光を用いても同じ像を結ぶことを保証しているのである。このことを明確に自覚しておかないと、例えば、後で議論する顕微鏡で、対物レンズの倒立の実像の接眼レンズによる虚像を見る、ということが理解できない。

焦点距離 f の凸レンズの前方 a のところに物体 A_0A があり、凸レンズの後方 b に像 B_0B ができたとする。中心 O に関して、焦点 F に対称な点 F' も焦点という。



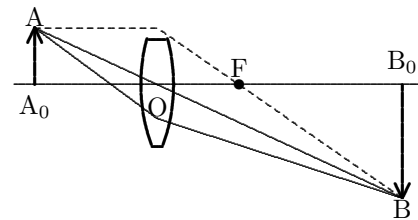
相似の考えから、

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}, \quad \text{拡大率} = \frac{B_0B}{A_0A} = \frac{b}{a} = \frac{f}{a-f}$$

が得られる。これを「レンズの公式」という。

物体 A_0A に対して、 B_0B を A_0A の像という。点 B_0 を含み、軸 A_0OB_0 に対して垂直な平面にスクリーンをおくと、像 B_0B がスクリーンに投影されるため、像 B_0B を「実像」といい、また像 B_0B は物体に対して逆立ちしているから、倒立であるという。したがって、その意味で像 B_0B は「倒立の実像」という。上下、左右は見方(座標の選び方)の問題だから、倒立の実像では左右も逆転する。

点 A の像が点 B であるということは、レンズを通る点 A を出ていく全ての光は点 B を通ることを意味する。したがって、たとえレンズの一部が軸に平行な面で何か所か破損していても、同じところに、集まる光の量が少なくなるから暗くはなるが像ができることも意味する。たとえば右図のように、点 A を発した光は点線のようにならぬように点 B を通る。



凸レンズによるこうした像は、カメラに利用されている。レンズより後方は暗室にし、像ができるところに感光体(フィルム、電荷結合素子 CCD など)を置く。感光体のところに撮影したい対象物の像ができるように凸レンズの位置を前後に動かすことができるようになっている。また光の量はレンズの前方に”絞り”を設置して適度な光量を確認する。一般に対象物やカメラの位置が動くこともあるから、レンズの前方にシャッターを設け、光を感光物に照射する時間を短くして、鮮明な像が得られるようになっている。

[問題] 次の文章を読み、下の問に答えよ。(2008 年度センターテスト改)

空き箱と焦点距離 100mm の凸レンズを用いて、図 1 のようなカメラを作った。スクリーンは半透明の紙で、映った像をカメラの後ろ側から観察することができる。図 2 の配置で、スクリーン上に物体 A の像がはっきり映るように、レンズとスクリーンとの距離 x を調整した。

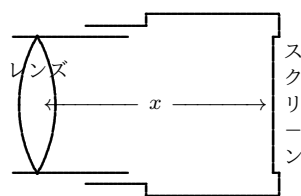


図 1

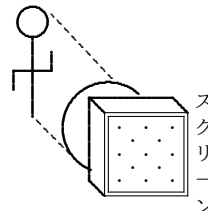
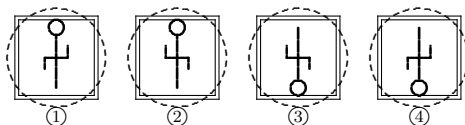


図 2

[問 1] スクリーン上の像を表す図としてもっとも適当なものを、次の①～④のうちから 1 つ選べ。



[問 2] レンズと物体との距離は 600mm であった。レンズとスクリーンの間の距離 x はいくらか。もっとも適当なものを、次の①～⑤のうちから 1 つ選べ。

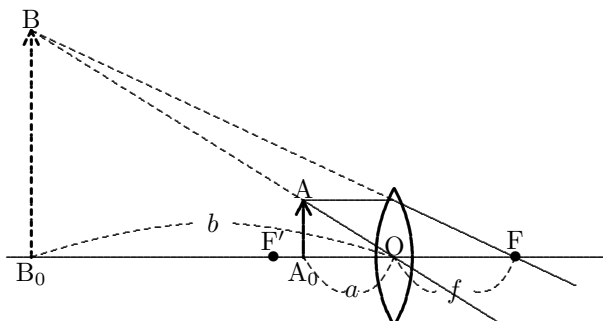
- ①60, ②80, ③100, ④120, ⑤140

[問3] レンズの下半分を黒い紙で覆った。このとき、スクリーン上の像はどのように変化したか。もっとも適当なものを、次の①～⑥のうちから1つ選べ。

- ①像の下半分が見えなくなった。 ②像の上半分が見えなくなった。 ③像全体が暗くなった。
 ④像全体が明るくなった。 ⑤像が小さくなった。 ⑥像が大きくなった。

答え 問1④ 問2④ 問3③

物体を焦点 F' より近づけたとき、正立の虚像ができることは次のように作図できる。



点 A を発した光はレンズを通過した後、あたかも B を発したように進行する。すなわち、レンズの後方から見ると、光は B からきたように見える。これは「虫眼鏡」の原理である。この像 B_0B を「正立の虚像」という。

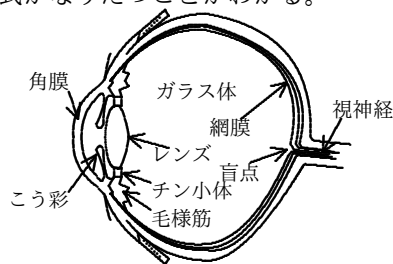
図から、相似の考えで

$$\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{1}{f}, \quad \text{拡大率} = \frac{B_0B}{A_0A} = \frac{b}{a}$$

となる。これは、虚像の場合 $b \rightarrow -b$ と見なすと凸レンズと同じ公式がなりたつことがわかる。

人間の目は、およそ図のような構造をしている。

- 水晶体 … レンズともいい、弾力のある透明な組織で、力がかからなければ球形に近づこうとする。
- チン(小)体 … 水晶体の周りにつき、放射状に伸びる組織。
- 毛様(体)筋 … チン小体の外側に、環状についている筋肉。



左方から入射した光がレンズ(水晶体)を経て、ガラス体を通り、後方の網膜面上に像を結び、この光を網膜の視覚細胞が刺激を受け、これを視神経を通して、大脳に伝え、認識する。

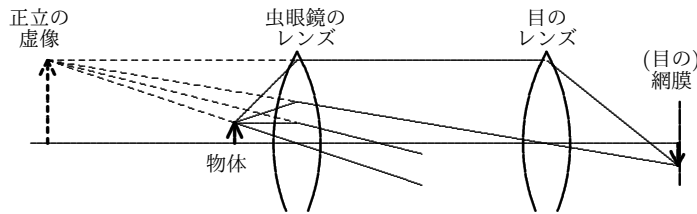
眼球(ガラス体)の大きさを変えてレンズ(水晶体)と網膜の距離を変えられない代わりに、自律神経によってたとえば近くのものを見るときは毛様体筋が緊張(収縮)し、もりあがり、チン小帯がゆるみ、それに連結しているレンズは弾力性によって厚み(曲率)が増加し、焦点距離を小さくし、ちょうど網膜に像を結ぶようにする。逆のように思いがちだが、このように少し複雑な構造をしている。軽度の近視は、この毛様体筋が緊張したままの場合で、遠くを見るときでも、水晶体が厚くなったまま戻らなくなるということだそうだ。

網膜には約1億3000万の光受容体(杆細胞、錐体細胞というそうです)があり、視神経はこの情報を約100万の神経繊維を通して脳の視中枢に伝えるそうです。人間には赤、緑、青の錐体があるそうですが、犬・猫には赤、青のみ、鳥には赤、緑、青の他に紫外線を感じる錐体もあるそうです。視神経には、約100万本の光ファイバーがあるのと同じようなことになっています。

物体が見えるのは、網膜に投影された物体の倒立の実像の情報を視神経を通して、大脳に伝え、大脳がこれを「物体」として認識するからである。したがって、「見える」とは、対象の物体の1点からでた光が、水晶体の凸レンズによって網膜上の1点に実像を結ぶことである、と定義できる。

最近になって、見ようとする方向に顔を向ければ、光源の像を網膜に直接レーザー照射するメガネが発売された。

「見える」をこう定義すると、鏡に映った虚像や、虫眼鏡での虚像を「見る」ことができることも理解できる。虫眼鏡を通る、物体から出たすべての光は、虚像から出た光のように進む。したがって、目のレンズはその光をそこに物体があるのと同じように光を屈折させ、網膜上に倒立の実像を結ばせ、「虚像」を物体と認識することになる。



図のように、網膜には、倒立の実像が描写される。脳は、これを正立の実像と解釈する。網膜上の像は、物体を直接目で見た像より、大きくなる。これが、虫眼鏡の原理であり、「虚像は見える」の証明になっている。

虫眼鏡は、物体に対して、正立の虚像を見ている。後で述べる、顕微鏡やケプラー式望遠鏡で微生物や天体が見えるのも、虚像を見ているのであり、その虚像は倒立である。顕微鏡や望遠鏡は対物レンズで、倒立の実像を作る。対物レンズを通した物体から出た光はすべて、その倒立の実像から出た光のように振る舞う。したがって、その接眼レンズを通してできる像は倒立の虚像である。すなわち、倒立の実像を虫眼鏡の原理で覗くと、見えるのは、倒立の虚像である。

実像は、そこにスクリーンなどをおくとそこに像が投影されるから、それを見ることができる。スクリーンに投影された像を見るには、入射の側から見る場合と、スクリーン後方から見る場合の2通りがあるから、注意が必要である。また、実像は、勿論、直接後方から見ることもできる(これは、必ず自分で確かめておいて欲しい)。なぜなら、実像の後方に目をおけば、目の凸レンズは、実像から光を発したように網膜にその実像の倒立の実像を投影できるからである。しかし光学機器では、たまにしかこうした使い方をしない。次の問題は、こうした取り扱いの例になっている。

〔問題〕 大きな鏡の前で、Aさんが「上」という記号を書いた紙を胸元につくように持って立っています。そばにいるBさんがAさんの持っている紙を直接見ると文字はちゃんと「上」という記号に見えました。以下の問いに答えなさい。ただし、レンズの直径は7cmぐらひとします。(09 天理高改)

(1) Aさんが持つ紙をBさんが凸レンズを通して見ました。Bさんと凸レンズとの間が、焦点距離の3倍ぐらいでした。次の①、②の場合、紙に書かれた文字はそれぞれどのようにBさんに見えますか。次のア～エから適するものを1つずつ選び、記号で答えなさい。

①レンズとAさんとの間が焦点距離の3倍ぐらいのとき。

②レンズとAさんとの間が焦点距離の半分ぐらいのとき。

ア. 上 イ. 下 ウ. 下 エ. 上

(2) Aさんが鏡にうつる自分の姿を見るとき、胸元の文字はどのように見えますか。次のア～エから適するものを1つ選び、記号で答えなさい。

ア. 上 イ. 下 ウ. 下 エ. 上

(3) Aさん自身が凸レンズを通して、鏡にうつる自分の姿を見ました。Aさんとレンズとの間および鏡とレンズとの間が両方とも焦点距離の3倍ぐらいのとき、胸元の紙の文字はどのように見えますか。次のア～エから適するものを1つ選び、記号で答えなさい。

ア. 上 イ. 下 ウ. 下 エ. 上

(4) 次の文中の(a)～(c)に適する用語の組み合わせはどれですか。次のア～クより1つ選び、記号で答えなさい。

レンズを通して見える像は、問(1)の①の場合(a)像であり、問(1)の②の場合(b)像である。問(2)のように、鏡の中にうつって見える像は(c)像である。

ア.(a)実 (b)実 (c)実 イ.(a)実 (b)実 (c)虚

ウ.(a)実 (b)虚 (c)実 エ.(a)実 (b)虚 (c)虚

オ.(a)虚 (b)実 (c)実 カ.(a)虚 (b)実 (c)虚

キ.(a)虚 (b)虚 (c)実 ク.(a)虚 (b)虚 (c)虚

答え (1) ①エ ②ア (2) イ (3) ウ (4) エ 2013年度関西大倉高校は同様な問題を出題した。

顕微鏡もケプラー式望遠鏡も、対物レンズでできた倒立の実像を、接眼レンズを通して、虫眼鏡の原理で倒立の虚像にして見た。しかし、望遠鏡で太陽の黒点観測の時は、対物レンズの実像と接眼レンズの距離を接眼レンズ焦点距離より長くしておき、接眼レンズの後方に、「投影板」をおき、これに太陽の正立の実像を投影する。このスケッチは左右(東西)が入れ替わる。「宇宙と天体」を参照下さい。

ここで、虫眼鏡の取り扱いについての復習もしておこう。

**** ルーベの取り扱い (右利きの場合)*****

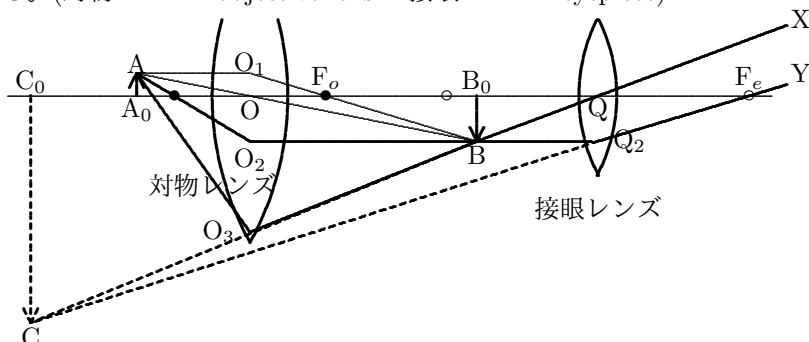
左手でルーベを左の目に近づけて持ち、右手でものを持ち、見やすい距離に物体を移動させる。また両方の目を開けたままで観察する。

****スケッチの仕方*****

堅めの (2H) 鉛筆で、線と点だけで描く。ぼかし、斜線・影はつけない。材料名、倍率、日付などを書いておく。

光学顕微鏡の原理について考えておこう。

顕微鏡は対物レンズによってできた実像を接眼レンズによって拡大した虚像によって観察する、という形で作られている。(対物レンズ: objective lens 接眼レンズ: eyepiece)



対物レンズの焦点より少し手前にある物体 AA₀ が発した光は実像 BB₀ を結ぶ。接眼レンズをこの実像が焦点距離より少し内側にくるように設定し、接眼レンズによってこの実像を虫眼鏡の原理で見る。点 A の実像が点 B である、ということは点 A を発する対物レンズを通るすべての光は点 B を通る、ということであり、従って点 B でその光をすべて吸収し、改めて点 B に光源を置いたのと同じことである。すなわち、物体 A₀A や対物レンズを取り除き、B₀B という物体がここにあるのと同じことである。このとき、対物レンズの物体に近い方の焦点を通った光は、A-O₂-B-Q₂-Y とすすむ。実像の点 B を発し、接眼レンズの中心 Q を通る光は B-Q-X と直進するが、これは、A-O₁、A-O、A-O₂ のいずれからきた光でもなく、図の A-O₃-B-Q-X のルートを通った光である。いずれにしても、接眼レンズによって、倒立の虚像C₀C が得られ、目でこの像を見ることができる。

説明上 2 つのレンズの焦点距離、およびその距離、物体の位置を顕微鏡の実際とは大きくかけ離れた図になっているが、物体は対物レンズの焦点距離に近く、実像は接眼レンズの焦点近くにおくことによって、拡大率を大きくする。顕微鏡の倍率 M は対物レンズによる倍率 m_o と接眼レンズによる像の倍率 m_e の積になっている。対物レンズの焦点距離を f_o 、接眼レンズの焦点距離を f_e 、対物レンズの焦点と接眼レンズの焦点の距離を $l \approx F_oB_o$ 、明視距離 (ものがはっきり見える距離 = 接眼レンズと像の距離 $\approx 25\text{cm}$) を D とすると、 $m_o \approx \frac{l}{f_o}$ 、 $m_e \approx \frac{D}{f_e}$ となるから

$$M = m_o m_e \approx \frac{Dl}{f_o f_e}$$

となる。

この際、「顕微鏡による観察」について、まとめておこう。

**** 顕微鏡観察の手順****(教学研究社「中学理科事典 2分野」に従う)

- ①レンズを取り付ける… 接眼レンズを先にはめ込んでから、対物レンズをレボルバーにねじこむ。はじめレンズは低倍率にしておく。
- ②視野を明るくする… 接眼レンズを覗きながら反射鏡をいろいろに傾け、視野全体が最も明るく見えるところを探す。
- ③プレパラートをのせる… プレパラートをステージの穴の中央にのせ、クリップで止める。
- ④ピントを合わせる… 横から見ながら調節ねじを回し、対物レンズとプレパラートをできるだけ近づける。続いて、接眼レンズを覗きながら、対物レンズとプレパラートをゆっくり遠ざけるように調節ねじを回し、ものがはっきり見えるところで止める。
- ⑤見る部分を視野の中央に動かす… プレパラートを静かに動かし、みたい部分を視野の中央へ動かす (プレパラートの移動方向と、視野の中の動きは逆になる。)
- ⑥光の量を調節する… 絞りで光の量を調節し、ものが最も見やすい明るさにする。
- ⑦倍率を変える… 倍率を高くして見たいときは、低倍率で見たい部分をさがし中央に移動させ、ピントを合わせてから、レボルバーを回して高倍率のレンズに変える。

⑧観察してスケッチする … 右利きで右手でスケッチする場合は、両目をあけたままで、左目で接眼レンズを覗きながら、右目で用紙を見てスケッチする。

****植物細胞、動物細胞のプレパラートの作り方****

観察したい細胞の薄い断片を準備する。スライドガラスの上で、必要に応じて水を付加する。気泡に気をつけカバーガラスをかける。染色液（酢酸カーミン液、酢酸オルセイン液）をスポイトでかける。カバーガラスをかけるのと同後することもあり、吸い取り紙を使って効果的に染色液が細胞を染めるように工夫する。

〔例題 1〕 図のように顕微鏡の視野には観察したい物体の像が左上に片寄っている。これを中央に移動させるには、プレパラートをどちらに動かせばよいか。



顕微鏡は倒立の虚像を観測するものである。従って、物体と上下、左右が逆向きに映っている。プレパラートを左上に移動させればよい。

〔例題 2〕 次の文を読んで、あとの問に答えよ。(東大寺学園高)

焦点距離 f [cm] の凸レンズを用いて、物体とレンズの距離 a [cm] とレンズと実像までの距離 b [cm] の関係式を実験で求めようと思う。そこで次のような実験 1 と 2 をおこない、その結果を表にした。

〔実験 1〕 太陽光線をこのレンズに当て、太陽の実像を白い紙の上に映す。レンズと紙の距離 c [cm] を測る。

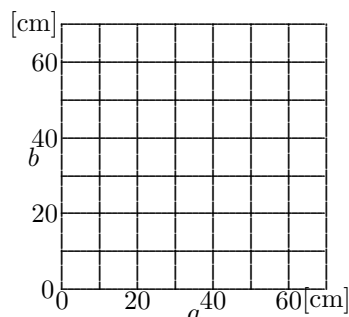
〔実験 2〕 豆電球(これを物体とする)を点灯させて、レンズを通してスクリーン上に映し出す。物体とレンズの距離 a [cm] を変えて、レンズと実像までの距離 b [cm] を測る。

〔実験 1 の結果〕

	1 回目	2 回目	3 回目	4 回目	5 回目
c [cm]	10.0	9.8	10.2	9.9	10.1

〔実験 2 の結果〕

a [cm]	12.0	15.0	20.0	30.0	40.0	60.0
b [cm]	60.1	29.8	20.0	15.1	13.2	11.9



(1) 実験 2 の結果より、 a と b の関係をグラフに表せ。

(2) 次の説明文は、実験 1 と 2 より導かれたものである。 \boxed{i} ～ \boxed{ii} に適する語句を入れて文を完成せよ。

実験 1 より c の値は平均すると 10.0cm となり、この値はレンズの \boxed{i} に相当する。(1) でかいたグラフを見ると、 a と b は \boxed{ii} の関係ではないことがわかる。 y が x に \boxed{ii} 場合、「 $xy = \text{一定}$ 」と表される。 x がゼロに近づくと、 y は無限に大きくなり、 x が無限に大きくなると、 y はゼロに近づく。実験 1・2 より、 a が大きくなると b は \boxed{i} の値に近づき、また b が大きくなると a も \boxed{i} の値に近づく。このことより、(1) でかいたグラフの a と b はどちらも \boxed{i} の値に近づく。そこで a と b からそれぞれ \boxed{i} の値を引く。この引いた両者を a' 、 b' とすると、両者の掛け合わせたものが一定値 k となる。

(3) (2) の文中の k の値はどれに近いが、次のア～クから 1 つ選び、その記号を書け。

ア ab イ af ウ bf エ $\frac{a}{b}$ オ $\frac{a}{f}$ カ $\frac{b}{f}$ キ f^2 ク f^3

(4) これらのことから $a'b' = k$ の関係を、 a, b, f だけを用いて表すことができる。こうして得られた等式の () をはずし、右辺をゼロとする式に変形せよ。

(5) 次の文を読んで下の①から③の問に答えよ。

(4) で求めた式を変形すると $b = \boxed{\quad}$ になる。この式から、 a が正で f より小さいとき、 b は負になることがわかる。 b が負になるというのは、凸レンズの前(物体側)に虚像ができることを表している。顕微鏡は、対物レンズで拡大した実像をつくり、この実像を物体として、接眼レンズの前約 25cm のところに虚像を作る。観察者の目はこの虚像を見ているのである。

① $\boxed{\quad}$ に入る式を書け。

② 焦点距離 1.0cm の対物レンズの前 1.2cm に物体を置いた。実像は対物レンズの後ろ何 cm のところにあるか。

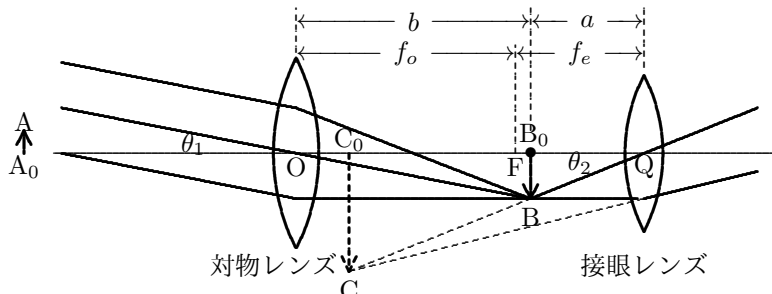
③ この実像を接眼レンズで見て、接眼レンズの前 25.0cm のところに虚像を作りたい。対物レンズと接眼レンズの間隔が 26.0cm であれば、接眼レンズの焦点距離はいくらになるか。

解説は不要だろう。

- (1) は正直に書けばよい。 (2)i 焦点距離 ii 反比例 (3) キ (4) $ab - af - bf = 0$ (5) ① $\frac{af}{a-f}$ ② 6.0cm
 ③ 虚像の時は $b < 0$ で求めればよい。 $a = 26 - 6 = 20\text{cm}$, $b = -25\text{cm}$ とすると $f = 100.0\text{cm}$ となる。

ケプラー式屈折望遠鏡の原理について考えておこう。

ケプラー式天体望遠鏡は、対物レンズによって遠方の物体から発した光の像をその焦点付近に結像し、接眼レンズで虫眼鏡の原理で見るものである。(屈折望遠鏡でも、ガリレイ式は接眼レンズに凹レンズを用いる。また凹面鏡を用いた反射望遠鏡もよく用いられる)。従って、顕微鏡と同様に 倒立の虚像 である。



物体 A_0A が充分遠方にあるとき (図では象徴的に描いている), 角度 θ_1 (θ_1 は充分小さい) で入射した光は対物レンズの焦点近くに像 B_0B を結び、接眼レンズで虫眼鏡の原理でその像を角度 θ_2 で観測する。したがって、対物レンズと接眼レンズの間隔 d は両レンズの焦点距離 f_o と f_e との間に $d = f_o + f_e$ の関係がある。図より、天体望遠鏡の倍率 M は

$$M = \frac{\theta_2}{\theta_1} = \frac{f_o}{f_e}$$

となる。

1.2.4 他の光学機器

凹面鏡

放物面でできた凹面鏡 (パラボラアンテナ) では、軸に平行に入ってきたすべての光 (電波) は、焦点に収束することを知っている (証明は、『中学数学基礎』を参照頂きたい)。ここでは、球面からなる凹面鏡ではどうか、を調べておこう。

球面を直径を通る面で切断して考える。点 A から、半径 R の原点を中心とする円 C の x 軸に平行に進んだ光が円上の点 $P(a, b)$ で反射され、 x 軸と点 A' で交わったとする。

$\triangle CPA'$ は二等辺三角形だから、 A' の x 座標を x とすると、

$$x = \sqrt{(a-x)^2 + b^2} \quad \text{平方して,} \quad x = \frac{a^2 + b^2}{2a}$$

$$a^2 + b^2 = R^2 \quad \text{を考慮すると,} \quad x = \frac{R^2}{2\sqrt{(R^2 - b^2)}} = \frac{R}{2} \frac{1}{\sqrt{1 - (b/R)^2}}$$

$$b \ll R \quad \text{すなわち,} \quad \frac{b}{R} \text{ が十分に小さいと,} \quad x = \frac{R}{2} \text{ となる。}$$

これは、軸に近い軸に平行にきた光はすべて、軸上の半径の真真中に収束することを意味している。

すなわち、点 A' は焦点となっており、焦点距離は $f = \frac{R}{2}$ である。

しかし、これだけでは、この凹面鏡が結像することを証明したことにはならない。改めて、光源 A と半径 R の球の中心 C を結ぶ直線と球面との交点を O とする。

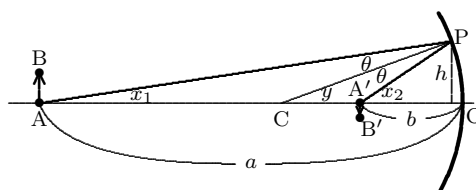
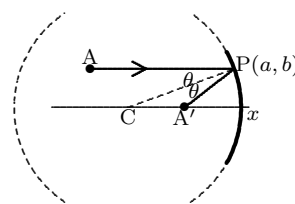
点 A から発した光が球面 P で反射し軸 AC と点 A' で交わったとする。角度 x_1, y が十分小さいとすると、凸レンズの近軸公式で議論した通り、

$$x_1 = \frac{h}{a}, \quad y = \frac{h}{R}, \quad x_2 = \frac{h}{b}$$

と表せる。ところが、図より、 $x_1 + \theta = y$, $y + \theta = x_2$ だから、

$$x_1 + x_2 = 2y \quad \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{2}{R}$$

が得られる。すなわち、軸上において、鏡面の中心 O から距離 a から発した光は、角度に関わらず上の式にしたがって、軸上の鏡面の中心から b のところの点 A' に像を結ぶことが分かった。



軸に垂直な方向に点 A から少し離れた点 B から発した光も、新に BC を軸として考えると、やはり、 BC の延長上の鏡面から b

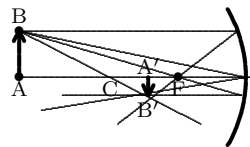
の点 B' に像を結ぶ。従って、2点 A, B の像は A', B' となる。すなわち倒立の実像が得られる。

$f = \frac{R}{2}$ とおくと、レンズの公式と全く同じ式が得られる。

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f} \quad \text{拡大率} = \frac{b}{a} = \frac{f}{a-f}$$

凹面鏡の作図は分かっている光線を組み合わせて行えばよい。

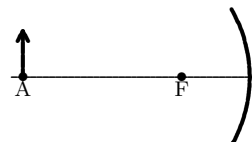
- (1) 軸に平行な光は焦点を通る。(2) 鏡の中心に入る光線はそこで対象に反射する。
- (3) 焦点を通る光線は鏡で反射され、軸に平行に進む。
- (4) 球面の中心を通る光線は、同じ道に反射される。



(図では、AB が大きく、近軸近似が成り立たず、正確な像はできていない)

[演習] 次の凹面鏡についての問いに答えよ。(東大寺学園高改)

(1) 次の文は、物体を凹面鏡の軸にそって図の位置から凹面鏡に接するまで近づけていったときの像の見え方を記したものである。[A]~[C]の空欄に当てはまる適当な語を下のア~カから、[D]の空欄に当てはまる適当な文を下のキ~コからそれぞれ1つずつ選んで記号で答えよ。ただし図において、凹面鏡の左側を前方、右側を後方と呼ぶことにする。



像は [A] した状態で [B] に移動しながら次第に [C] になっていき、そして [D] 。

ア 正立 イ 倒立 ウ 左 エ 右 オ 大きく カ 小さく

キ ついには鏡に映りきらないほど大きくなる。

ク ついには鏡に映りきらないほど小さくなる。

ケ 物体が、ある一点よりも近づくとこの像は消え、かわりに大きい正立の像が鏡の後方に現れる。

コ 物体が、ある一点よりも近づくとこの像は消え、かわりに大きい倒立の像が鏡の後方に現れる。

(2) 物体を点 O の前方 a[cm] のところに置いたとき、像が点 O の前方 b[cm] のところに来た。

右の表はこのときの a, b の関係を表したものである。この表から分かることを次の文章にまとめた。このうち、[E]~[G]には数値を、[H]と[I]には適当な語をそれぞれ入れよ。

a[cm]	60	30	20	15	12
b[cm]	12	15	2	30	60

表を見ると a と b との間に何らかの関係があるように思われる。そこで、 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ を計算すると、[E] という一定の値なることが分かる。これは一体何を意味しているのだろうか。等式 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = [E]$ について考えてみよう。

a の値を大きくしていくと、 $\frac{1}{a}$ の値は [F] に近づく。従って b の値は [G] に近づくことが分かる。ここで、a の値をどんどん大きくするということは、物体を凹面鏡からはるか離れた位置に置くことである。このときここから出た光はほぼ [H] になると考えられる。以上のことから、[G] cm という距離はこの凹面鏡の [I] を表していることが分かる。

答え (1)A. イ B. ウ C. オ D. ケ (2)E. $\frac{1}{10}$ F. 0 G. 10 H. 平行 I. 焦点距離

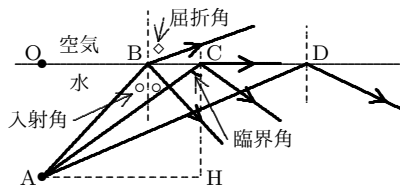
光の反射と屈折を組み合わせた特異な現象もよく利用される。

全反射

一般に光は、異なる媒体の境界で全て反射、あるいは全て屈折する、というのではない。入射光線の一部は境界で反射し、残りは屈折する。その割合には立ち入らない。しかし、条件によって、全てが反射する事も起こる。

図のように、A から発した、屈折率の大きい媒体から相対的に屈折率の小さい媒体への入射光線は入射角の増加に伴って、屈折角は増加し (AB), 屈折率によって決まるある角度に達すると屈折光線は境界面内を進む (AC)。さらに入射角を増加させると (AD), 屈折光線は存在せず全て反射光線になる。この現象を「全反射」という。

空気と水の屈折率は $n = 1.00028, 1.3330$ だったから、 $\frac{AH}{AC} =$ 空気の水に対する屈折率 $= \frac{1.00028}{1.3330} = 0.75$ 。こうなる入射角は 48.6° である。したがって、 48.6° より大きい角度で入射した光は全て反射する。この角度を臨界角という。



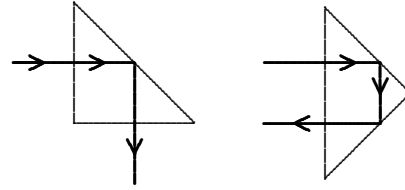
臨界角 $\angle ACH$ より大きな角で入射した光は全て反射して、空気中に屈折光は全く出てこないのであるから、光源 A の真上の水と空気の境界点 O を中心とする点 C を通る円盤状遮蔽を付けておけば、空気中の如何なる点からも光源 A を観測できないことになる。

ガラス—空気の臨界角は 41 から 43 度程度だそうです。

光ファイバー (fiber は繊維, 糸状のものという意) は細いガラス棒の集まりであり, ガラス棒の一端に入射した光は, ガラス棒の途中の境界にぶつかっても入射角が常に小さいから全反射をおこし, 棒が緩やかに曲がっても全反射を続け, 他端にまで波の性質やエネルギーを変えずに伝えることができる。

右の全反射プリズムは光線の方向を 90° , 180° 変えるのに用いられる。それぞれ, 潜水艦の潜望鏡, 双眼鏡などに用いられている。ガラスから空気境界に進む光の入射角は常に 45° で, 臨界角より大きくなっている。

その他, いろいろな全反射プリズムが考案されている。



1.2.5 光の散乱, 光の回折, 偏光, 干渉

波長が短くなるに従って, 電波, 赤外線, 可視光, 紫外線, X線, ガンマ線と呼び方が変わる。光の波長が相対的に微粒子の大きさに比べて長いときはその微粒子を乗り越えて進んだり, 一般に曲がって広がる (回折) が, 同じ微粒子に対して短い波長の光は散乱する。空が青く見えるのは太陽からの光のうち, 波長が短い青い光が空気であらゆる方向に次々と散乱し目に入ってくるからで, 夕焼けや夕刻の太陽が赤っぽいのは, 太陽の光の内, 波長が長い赤い光が散乱されず直接目に届く割合が多いからである。

光は池の水面の波と同じように横波である。しかし他の物質の中を伝わる波 (弾性波) と異なり真空中でも伝わる。光は電波などの電磁波と同じ本性を持っている。横波ということは, 進行方向に垂直な面の中で, 上下, 左右の 2 方向 (あくまで便宜的な表現) の振動がある事を意味する。片方の例えば上下方向のみの波に偏った波を偏光という。特定の方向の振動のみを通過させるガラス (偏光ガラス) を通すと, もともと上下, 左右両方の振動を含んでいた光が, 上下方向の振動のみの偏光になる。これをさらに, 90° 度回転して平行においたもう一つの偏光ガラスを通すと, 全ての光は遮断されてしまう。

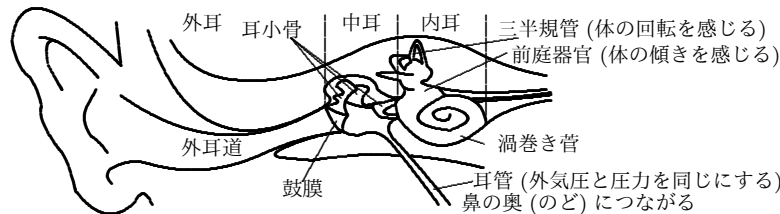
光の反射や屈折の法則は, 波動の伝播の一般的な特徴から説明できた。一方, 斜めに水面に入射した光は偏光していても, 反射の際, 入射面 (入射光の進行方向と境界面の法線からなる面) に平行方向の振動と垂直方向の振動に反射と屈折の割合が変わり, 反射光は部分的であるが偏光する。これは, 光を電磁波としての境界面での波の連続性などを考慮する必要がある (これをフレネルの式といい, スネルの法則も同様の原理で導けるが, 大学での学習のお楽しみだ)。水面での反射光では水平方向に強く偏光している。これを水平方向の偏光を遮 (さえぎ) るように偏光ガラスを置くとほとんど反射光は通過しない。魚釣りでは偏光ガラスをつけるのは, 反射光はほとんどカットし, 水中から発した光のみを見ようとするものである。

また光は均一な物体の中では常に直進することを前提に話を進めたが, 必ずしもそれは真とは言えない。真空中でも, 光の進路に大きな重力が働く原因があると進路は僅かに曲がるということが知られている。それは空間が重力によって曲げられるからだと解釈されている。全ての自然法則には適用限界がある。絶対的真理など存在しない。中学で学習する光の性質は幾何光学と呼ばれものの一部で, 光の直進, 反射, 屈折などの考えをもとに議論を進め, その根拠には深く立ち入らない。

1.3 音

1 音の伝播

空気の振動は, 外耳道を通して鼓膜の振動を引き起こし, これが耳小骨 (耳小骨はこの原理で, 振動を拡大する) を通して渦巻き管 (蝸牛管, リンパ液が詰まっており, これが振動する) に伝えられ, その聴覚細胞によって電気信号に変換され, 聴神経 (蝸牛神経) をとおして脳に伝えられ, これを音と感ずる。鼓膜は, 太鼓の面と逆で, 空気の振動によって振動する。したがって, 「音とは鼓膜の振動を引き起こすもの」ということができる。ただし, 音は, 空気を伝って蝸牛に達するもの (気導音) だけでなく, 頭部や頸部を介して, 直接蝸牛に伝わる骨導音もある。



空気の振動とは、全体として静止している空気が、波の進行方向と平行に振動、それにともなって、圧力が高く(密度が大きく)なったり、低く(小さく)なったりを繰り返すことである。この振動が空間的に伝播し、音として聞き取ることになる。

音を発するものを音源という。音が発生するためには何らかの音源によって空気の振動を引き起こす機構が存在しなければならない。太鼓の場合は、太鼓の膜面の振動が直接、空気の振動を引き起こす。弦楽器などの弦の振動は弦のまわりの空気の振動を引き起こす。ただし、弦楽器などには弦の振動によって引き起こされた音を容器の中で共鳴させて全体として大きくしかも聞きやすい音に加工して外部の音を発するように工夫されている。パイプから高速で空気を排出すると空気の流れの乱れによって音がでる。これを気流音という。このように音は媒体の流れ自身から発することもある。

音は空気の振動であり、それが進行するのであるから、振動方向は波の進行方向と平行、すなわち、音は縦波である。空気の圧力の振動は密度の振動でもある。従って音波は「疎密波」とも呼ばれている。真空中で音は伝播しない。

音が気体中を伝播する速さ、音速は

$$a = \sqrt{\frac{\kappa p}{\rho}}, \quad \kappa: \text{比熱比} \approx 1.4(\text{空気}), \quad p: \text{圧力}, \quad \rho: \text{密度}$$

である(大学1年になると簡単に導ける)。理想気体の状態方程式(2.29)は1kmolについて $pV = RT$, R はガス定数であり、気体の分子量を M とすると $\rho = \frac{M}{V}$ だから、 $a = \sqrt{\frac{\kappa RT}{M}}$ となる。比熱比 κ は近似的に、単原子分子(He, Ar など)では $\frac{5}{3}$, 二原子分子(N_2, O_2, H_2 など)では $\frac{7}{5}$, 多原子分子(NH_3 など)では $\frac{4}{3}$ である。ガス定数 R は気体に共通した定数だから、同じ温度(絶対温度)では、音速は比熱比と分子量だけでちがいが現れてくる。ヘリウムガスを吸い込んで発声すると奇妙な音になるのは音速が空気と違うからである。空気($N_2:O_2 \approx 4:1$)の場合、中学では、これを簡単化した

近似式 $a[\text{m/秒}] = 331.5 + 0.6t$, t : 摂氏温度
が用いられる。

空気の分子量 $M = 28.964[\text{kg/kmol}]$, 0°C を基準にして, $T_0 = 273.14[\text{K}]$, 摂氏の温度を $t[^\circ\text{C}]$ とすると

$$a = \sqrt{\frac{\kappa RT}{M}} = \sqrt{\frac{\kappa RT_0}{M}} \sqrt{1 + \frac{t}{T_0}} \approx \sqrt{\frac{\kappa RT_0}{M}} \left(1 + \frac{t}{2T_0}\right) \approx 331.5 + 0.6t(\text{m/秒})$$

音は私たちの鼓膜を振動させる空気の波であるが、伝播の途中には液体や固体の振動によってその波をつたえる場合もある。その意味で、液体や固体(弾性体)も音を伝える。17°Cの水では1430m/秒、弾性体は縦波も横波も伝播することができ話は難しくなるが、鉄では6000m/秒ぐらいだとしておこう。

いずれにしても重要なことは、気体中の音速は、温度の上昇によって速くなるということである。昼間のグラウンドの先生の話はよく聞こえないが、夜の遠くの列車の音はよく聞こえる。昼はグラウンドの地面は日光によって照らされ温度が上昇し、それに接している空気の温度も高い。上空ほど温度が低く、音速は遅くなる。先生の声はたとえ等方に発せられたとしても、どんどん上空の方に曲がり、生徒には到達する量が少なくなる。夜はこの逆転が起こる。

ここで、基本的なことを確認するための問題を解いておこう。

【問題1】 Aさんは、空気中の音速を測定するために、以下のような実験を行いました。実験の内容を読んで次の問いに答えなさい。(平安女学院高)

【実験】グラウンドで、友人のBさんにAさんから遠く離れたところに立ってもらい、陸上競技のスタートの合図に使われるピストルを鳴らしてもらった。Aさんはピストルから煙が出るのがみえてから少し遅れて音が聞こえた。この遅れを測定したら0.3秒であった。また、AさんからBさんまでの距離を測定すると102mであった。

問1 このとき空気中の音速は何m/sか。ただし、光の進む速さは考慮に入れなくて良い。

問2 光が進む速さは1秒間に30万kmである。音速を求めるときに光の進む速さを考慮に入れなくても良い

のは光が進むのにかかる時間がとても短いからである。BさんからAさんまでの102mを光が進む時間を次のア、工の中から選べ。

ア. 0.034秒 イ. 0.00034秒 ウ. 0.00000034秒 エ. 0.00000000034秒

問3 ピストルの代わりにホイッスルを音源として実験をした。ホイッスルの音はピストルの音よりも高く、小さい音であった。実験結果はどのようなになるか。

- ア. ホイッスルはピストルの音よりも高い音なので0.3秒よりも短い時間で伝わる。
- イ. ホイッスルはピストルの音よりも高い音なので0.3秒よりも長い時間で伝わる。
- ウ. ホイッスルはピストルの音よりも小さい音なので0.3秒よりも短い時間で伝わる。
- エ. ホイッスルはピストルの音よりも小さい音なので0.3秒よりも長い時間で伝わる。
- オ. 音の大きさや音の高さが変わっても音速は変化しないので0.3秒で伝わる。

問4 音は空気の振動として伝わる。音の高さと空気の振動数(1秒間に振動する回数)の関係について正しく記述しているものを次のア～ウの中から選べ。

ア. 振動数が多いほど高い音になる。 イ. 振動数が多いほど低い音になる。 ウ. 音の高さは、振動数には関係がない。

問5 音速と同じ速さをマッハ1という。ジェット旅客機が関西空港から北海道の新千歳空港まで飛ぶとき、平均の速さをマッハ0.8とすると飛行時間はおよそ何時間かかるか。ただし関西空港から新千歳空港までの距離は990kmとし、音速は問1の答を使うこと。また答は小数点以下は切り捨てること。(時間)

問6 この実験を行ったのは春であった。Aさんは、真夏の暑い日の花火大会で学校での実験を思い出し、花火が光ってから音が聞こえるまでの時間を測定してみた。花火が打ち上げられているところまで(光しているところまで)の距離は2450mであった。時間は何回測定しても7秒ちょうどであった。Aさんはこの結果と学校での測定結果を比較して、音速と気温の間に何らかの関係があると予想した。どんな関係があると考えられるか。

問1. 340(m/s) 問2. ウ 問3. オ 問4. ア 問5. 1時間 問6. 気温が高くなると音速が早くなる。

[問題2] 空気中を音が伝わる速さを測定するために次の実験1と実験2を行いました。あとの問いに答えなさい。(立命館宇治高)

実験1

見通しのよい平らな場所で巻き尺を使い、100m離れた2地点P、Qを決めた。

中間地点で2人が同時にストップウォッチをスタートさせたあと、P、Qの地点にそれぞれが移動した。その後、P地点で別の1人が競技用ピストルを撃って音を出し、P、Qそれぞれの地点で、ピストル音を聞いた瞬間にストップウォッチを止め、示す時間を記録した。この実験を3回行った結果、表1の値が得られた。

表1 ストップウォッチが示した時間(秒)

	P	Q
1回目	39.41	39.71
2回目	58.25	58.53
3回目	41.50	41.82

(1) 実験1の結果から、最も適切な方法で音の速さを計算し、「m/秒」単位で答えなさい。この実験からは適切な計算かできないと考えられる場合は、「計算不能」と答えなさい。また割り切れない場合は、小数第1位で四捨五入して整数値で答えなさい。

実験2

大きな音を出せる2台の電子メトロノームA、Bを用意し、両方とも1分間に240回の音が出るように合わせた。またAとBの音の高さを変えて、それぞれの音を区別できるようにした。その後、次の手順で実験を行った。

手順1: ある地点XでA、B両方を同時にスタートさせ、2台から出る音にずれがないことを確かめた。

手順2: Bを地点Xに置いたまま、Aを持って一直線上をゆっくり移動しながら、A、B両方から聞こえる音を確認した。この間、Bの音量を徐々に上げて、離れても音が聞こえるようにした。

手順3: AとBの音が同時に聞こえる地点を見つけて印をつけ、地点Yとした。

手順4: XとYとの間の距離を測ると、85.0mであった。

(2) 地点Xから約30m離れるまでの間に聞こえた音について、最も適切なものをア～オから選んで記号で答えなさい。()

- ア. A、B両方の音は、常に同時に聞こえた
- イ. Bの音は、Aの音より少しづつ後にずれた
- ウ. Bの音は、Aの音より少しづつ前にずれた
- エ. BとAの音は、ずれたり同時に聞こえたりをくり返した
- オ. BとAの音は最初はずれていたが、次第に同時に聞こえるようになった

(3) 実験 2 の結果から求められる音の速さを計算し、「m/秒」単位で答えなさい。この実験からは適切な計算ができないと考えられる場合は、「計算不能」と答えなさい。また割り切れない場合、小数第 1 位で四捨五入して整数値で答えなさい。(m/秒)

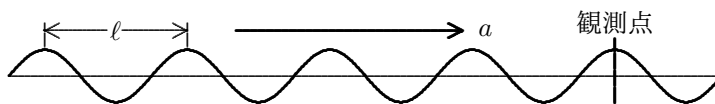
(4) 電子メトロノーム B には、音が鳴ると同時に明るく光るダイオードがついていました。地点 X から約 30m 離れるまでの間に、A の位置から B の光を双眼鏡で観察すると、どのように見えますか。最も適切なものをア～オから選んで記号で答えなさい。()

- ア. B の光は、常に A の音と同時に見えた
- イ. B の光は、A の音と同時に見えることはなかった
- ウ. B の光は、離れるにつれて A の音より後に見えるようになった
- エ. B の光は、離れるにつれて A の音より先に見えるようになった
- オ. B の光は、A の音とずれたり、同時に見えたりをくり返した

(1) 333(m/s) (2) イ (3) 340(m/秒) (4) ア

2 ドップラー効果

音波は波である。波の記述に用いる言葉をはっきりさせておこう。音速 a 、波長 ℓ 、振動数(周波数) f 、周期 T の関係を示しておく。横軸を波が伝わる方向の距離、縦軸は圧力(音圧)あるいは空気の密度の基準からのずれ(変位)を表している。波長は波の山から山(その他、谷から谷までなど)の距離である。



1 秒間に、山が何個観測点に到達するかが振動数 f だから、 $a = \ell f$ となる。周期 T [秒] は、一つの山と次の山の間の時間だから、 $T = \frac{1}{f}$ である。振動数 f の単位は [1/秒] = [Hz](ヘルツ) が用いられる。

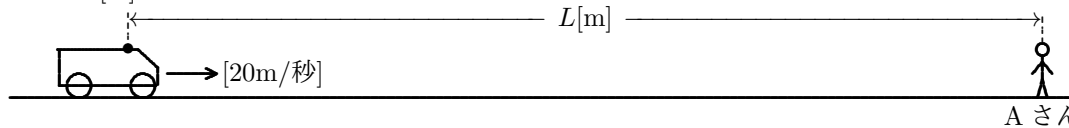
また振幅は、振動の中心からの最大の変位で表す。振動の中心から見た山の高さである。山と谷の差は振幅の 2 倍になり、これを全振幅と言うことがある。

2011 年度 清風高の入試問題から始めよう。

「音の伝わり方について、次の文章を読み、(1) から (4) に適する式を、後のア～コから選び、記号で答えなさい。

そばを通り過ぎていく救急車が鳴らすサイレンは、救急車が近づいてくるときと、遠ざかっていくときで、音の高さが違って聞こえる。この現象について考えてみよう。

救急車が一定の速さ 20 [m/秒] で、静止している A さんに近づきながら、 T [秒] の間サイレンを鳴らす場合を考える。音が伝わる速さは 340 [m/秒] とする。なお、音が伝わる速さは、救急車の速さに関係なく一定である。また、次の図に示すように、最初にサイレンを鳴らした位置と A さんの間の距離は L [m] であり、 $L > 340T$ とする。



救急車が鳴らしたサイレンの最初の音が A さんに伝わるのにかかる時間は (1) [秒] である。また、救急車が T 秒の間に A さんに近づいた距離は (2) [m] であるから、サイレンからでた最後の音が A さんに伝わるのにかかる時間は (3) [秒] である。したがって、A さんがサイレンの音を聞く時間は (4) [秒] となる。

このように、救急車が近づいてくるときには、サイレンを鳴らしている時間よりも、A さんがサイレンの音を聞く時間の方が短くなる。このことが原因となって近づいてくる救急車の鳴らすサイレンの音の高さがより高く聞こえるのである。

- ア $\frac{L}{340}$ イ $\frac{L}{20}$ ウ $340T$ エ $20T$ オ $\frac{L-20T}{340}$ カ $\frac{L-340T}{340}$
 キ $\frac{L-340T}{20}$ ク $\frac{L-20T}{20}$ ケ $\frac{17}{18}T$ コ $\frac{16}{17}T$ ㍿

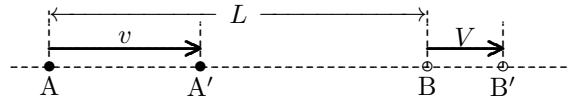
最初の音の時刻を $t = 0$ [秒] とすると、最初の音が観測者に到達する時刻は $t = \frac{L}{340}$ [秒] である。 T [秒] 後には、発音体は $20T$ [m] だけ進み、そこで最後の音を発し、距離 $L - 20T$ [m] を $\frac{L-20T}{340}$ [秒] かけて観測者に到達するから、最後の音が

観測者に到達した時刻は $t = T + \frac{L - 20T}{340}$ [秒] である。したがって、観測者は $(T + \frac{L - 20T}{340}) - \frac{L}{340}$ [秒] の間、音を聞いたことになる。

答え (1) ア (2) エ (3) オ (4) コ

このように、発音体、観測者が運動していることによって、周波数が変わることを「ドップラー効果」という。一般の条件でのドップラー効果を計算しておこう。

発音体を A、観測者を B とし、A から B に向かう方向を正として、A B 間を L [m]、A、B の速度をそれぞれ v, V [m/秒] とする。



$t = 0$ [秒] で発した音を B が観測する時刻 t_1 [秒] は

$$at_1 = L + Vt_1 \quad \text{したがって、} t_1 = \frac{L}{a - V} \text{ [秒]}$$

1 秒後 ($t = 1$) には A、B は A', B' にいるが、A' で発した音を B が観測する時刻を t_2 [秒] とすると、
 $a(t_2 - 1) = L - v + V + V(t_2 - 1)$ したがって、 $t_2 - 1 = \frac{L - v + V}{a - V}$ [秒]

これより、A が 1 秒間隔で発した音を B は $t_2 - t_1 = \frac{a - v}{a - V}$ [秒]

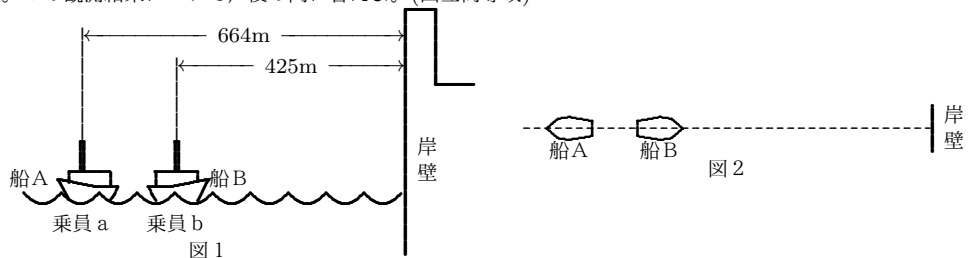
の時間間隔で観測したことになる。従って、A が周波数 n Hz で発した音は観測者 B では

$$\frac{a - V}{a - v} n \text{ Hz} \quad \text{となる。}$$

ここでは音波についてのドップラー効果を考えたが、電磁波の場合も同じようなことが言える。野球の球速の測定や自動車のスピード違反の取り締まりに用いられるスピード測定器 (スピードガンは商標だそうです) は電波の周波数がはっきりしているレーザーを運動物体に照射し、その反射波の周波数から速度を計算する装置である。

同じようにレーザーを用いて距離を測定する装置も多数ある。魚群探知機は船底から超音波を発し、その反射音が到達するまでの時間によって、魚群までの距離を測定し、魚影を映し出す装置で、ドップラー効果を用いたものではない。

[演習] 一定の速さで岸壁から遠ざかりつつある高速船 A、および A と岸壁を結んだ線上に停泊している船 B があった。図 1 はその様子を水平方向から見たもので、図 2 は上空から見たものである。A の船室には乗員 a がいて、岸壁から a までの距離が 664m のときに船室の真上にある汽笛を鳴らしたところ、汽笛を鳴らしてから 4.0 秒後には a は岸壁から反射してきた音を聞いた。一方、B にいた乗員 b は、一度 A の汽笛を聞いてから 2.5 秒後に岸壁から反射してきた音を聞いた。岸壁から b までの距離は 425m であった。ただし、風は吹いていなかったとする。この観測結果について、後の問に答えよ。(国立高専改)



問 1. b が観測した結果から音が空気中を伝わる速さを求める式を、数値を使って書け。

問 2. 次の文は、A が岸壁から遠ざかる速さを求める考え方を述べたものである。文中の x, y, z はそれぞれ計算途中の値を表している。空欄に入るべき数値を書け。

もし A が静止していたなら、音が往復する距離は x [m] であろう。一方、音速から考えると、実際には音は 4.0 秒間に y [m] の距離を進んだはずである。このことから A は 4.0 秒間に z [m] 移動したことがわかる。よって、A が岸壁から遠ざかる速さは m/秒である。

問 3. 高速船 A は発した警告音にくらべ、船 B はより高い音を観測したか、より低い音を観測したか。また、船 B が観測した音に比べ、船 A が岸壁による反射した音を観測したときの音の周波数は船 B が観測した音の周波数に比べ大きい小さいか。

答え 問 1 $425 \times 2 \div 2.5$ 問 2 $\frac{340 \times 4.0 - 664 \times 2}{4.0} = 8.0$ m/秒

問 3 船 B は元の音より低い音を観測する。反射音の船 A の観測では周波数が

船Bにくらべより小さくなる。

ドップラー効果を復習しておこう。音速を a [m/秒]、船Aの速さを v [m/秒]、船Aと船Bの距離を L [m]、船Aが音を発した時間を $t = 0$ [秒] とする。船Bがそれを観測した時間を t_1 [秒] とする。船Aが1秒後に発した音を船Bが観測した時刻を t_2 [秒] とする。

$at_1 = L$, $a(t_2 - 1) = L + vt_1$ だから $t_2 - t_1 = 1 + \frac{v}{a}$ となる。すなわち、船Aが1秒間に発した音を船Bは $1 + \frac{v}{a}$ 秒間で観測する。したがって、船Aが周波数 n Hz の音 (1秒間に n 個の波) を発すれば、船Bは周波数 $\frac{n}{1 + \frac{v}{a}}$ Hz の波を観測する。

同様に、船Aが岸壁から速度 v [m/秒] で遠ざかっているとき、岸壁までの往復を L [m]、船Aが、船Aが $t = 0$ [秒] で発した音の岸壁によって反射した音を t_1 [秒] に、 $t = 1$ [秒] で発した音の岸壁によって反射した音を t_2 [秒] に観測したとする。

$at_1 = L + vt_1$, $a(t_2 - 1) = L + 2v + v(t_2 - 1)$ だから $t_2 - t_1 = 1 + \frac{2v}{a - v}$ となる。

したがって、船Aは岸壁の反射音を周波数 $\frac{n}{a + \frac{2v}{a - v}}$ Hz で観測する。

船Aの発する音は周波数 $n = 40$ Hz の音だが、船Bでは船Aが1秒間に発する音を $1 + \frac{8}{340 - 8}$ 秒かかって観測するから、1秒あたりの波の数は $n / (1 + \frac{8}{340 - 8}) = 39.1$ Hz となる。同様に、船Aが反射音を観測するときは、 $n / (1 + \frac{16}{340 - 8}) = 38.2$ Hz である。

3 音の三要素

音は、波だから基本的には光と同じような伝わり方をするが、波長が長いから、われわれには広がって伝わる、と感じられる。また物体があると、音の振動は反射や吸収もおこる。音は空気の振動だが、振動が他のものに伝わり、これがまた空気の振動を引き起こして音になることもある。したがって、その他のものも音の媒体とみなす。そのとき振動を伝える速さ、すなわち他のものの音速は物質によって異なる。水の場合は約 1500m/s、鉄では約 6000m/s である。

音の高さ、強さ、音色は音の三要素といわれる。

高さ	振動数	振動数が大きいほど高い
強さ	音波のエネルギー	振幅の2乗と振動数の2乗に比例
音色	倍音の割合	波形の違い

音の高低は音波の振動数で決まるが、音楽ではそれを音階で表現する。次はその一例である。「1オクターブ高い音=周波数が2倍」と定義し、半音ずつ音が高くなるごとに一定の割合で周波数を高くし、1オクターブを、半音12段階に刻む。

ド, ド# (=レ b), レ, レ# (=ミ b), ミ, ファ, ファ# (=ソ b), ソ, ソ# (=ラ b), ラ, ラ# (=シ b), シ, ド 基準は音叉の音の振動数, $440\text{Hz} = A$ (ラの音) と定めている。

騒音の大きさは「騒音計」で簡単に測れる。騒音の大きさを与えるデシベル [dB] という単位は空気の振動の圧力の振幅 (音圧, 単位は [Pa]) をもとに、音の大きさを表現する様に工夫された単位である。人が聞こえる最小の音が0デシベル, 静かな室内では50デシベル, 普通の会話は60デシベル, 騒々しい街頭は70デシベル, 限界は120デシベルである。

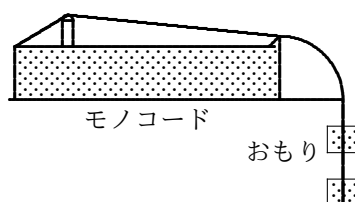
(参考) 音のエネルギーは音圧の2乗に比例する。デシベルは、音のエネルギーの人が聞こえる音の最小のエネルギーに対する比を使い、それが2倍になれば約3デシベル増えるようなかたち (対数目盛) で表したものである。 $\text{SPL}(\text{Sound Pressure Level}) = 10 \log_{10} (P/P_0)^2$, $P_0 = 2 \times 10^{-5} \text{Pa}$

地震のマグニチュードも同様な刻みを用いる。

4 音の高低について考える。

以下は地域の学校の実力テストでも出題された問題だ。

〔例題〕 図のように、モノコードを使って弦からでる音の高さを調べる実験をした。弦の長さ、おもりの質量、弦の太さを表のア〜クのようにそれぞれ変えて実験した結果、ア, エ, オおよびもう一つの弦で同じ高さの音が出た。次の問に答えなさい。(開智高)



	ア	イ	ウ	エ	オ	カ	キ	ク
弦の長さ [cm]	30	60	60	60	60	120	120	120
おもりの質量 [g]	100	150	200	200	400	400	300	400
弦の太さ [直径 mm]	0.8	0.4	0.1	0.4	0.8	0.4	0.8	0.2

- (1) 弦を張る強さと音の高さの関係を調べるには、どれとどれを比べると良いか。
- (2) 弦の太さと音の高さをとの関係を調べるには、どれとどれを比べると良いか。
- (3) ア, エ, オと同じ高さの音のでる弦はどれか。
- (4) エとカで音の高さを比べると、カの方が低い音のでました。もっとも低い音のでるのはどれか。
- (5) イについて、おもりの質量だけを変えてアと同じ音を出すためには、イのおもりの質量を何 g にすればよいか。

(1), (2) を別にすれば、これだけの情報でこれを完璧に解くのは難しい。しかし, (4) より, おもりの質量, 弦の太さが同じ時は弦の長さが長いほど低い音のでたと記してある。発する音が各パラメーターの何乗かの積や商で表されているとすると, 弦の長さは分母になり, ア, オの比較でおもりの質量の平方根が分子に, さらに, ア, エにより弦の太さの平方根が分母に来ると予想される。これをまとめると

$$(\text{振動数}) = \frac{k}{(\text{弦の長さ})} \sqrt{\frac{(\text{おもりの質量})}{(\text{弦の太さ})}}, \quad k: \text{定数}$$

となる。こうした分析を行うことを「次元解析」という。しかし, いくらこうした手法を学習してもいつもうまく行くというわけではない。データをよく分析するだけでなく, 何よりも, その法則性についての豊富な理解力が重要である。結果として, 上の式に気が付けば極めて簡単な問題である。

これは, 高音を発するのは, 弦が短い, 弦の張力が大きい, 弦の線密度 (単位長さあたりの質量) が小さい時であることのいずれかを理解する問題である。

((1) イとエ, (2) ウとエ, (3) ク, (4) キ, (5) 200g)

モノコードのような弦の横振動の基本振動数 f は

$$f = \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{T}{\lambda}}, \quad T: \text{張力}, \quad l: \text{弦の長さ}, \quad \lambda: \text{弦の線密度}$$

であることが大学 1 年程度の数学で導ける。一般に弦をつま弾くと, この基本振動数の他に, 基本振動数の整数倍のより高い振動数に対応した音もまじる (倍音という)。これが音色の違いを与える。弦の振動がまわりの空気の振動を引き起こし, これが伝わって耳に聞こえる。弦の振動は空気の振動そのものではないので, どんな波形の空気の振動になるかを厳密に知ることは難しいが, 弦の主要な振動の周期は空気の主要な振動の周期に対応するはずだから, 音の高低の議論は弦の振動数と対応することになる。

弦楽器は, 弦の振動を空気の振動に変換する仕組みである「共鳴胴」を備えている。弦の振動はいったんこの振動体に伝えられ, これが空気の振動を引き起こす。

単一の板または膜 … ピアノなど

穴のあいた中空の箱 … バイオリン, ギター, 琴など

閉じた中空の箱 … 三味線

上の問題は, 線密度が弦の太さに比例する, との誤解に基づいて作成された問題であるのだろうが, 理科はあくまでもデータに基づいた推論と論理的な統一性を追求するものだから, 内容として不適切ではあっても, 演習問題としてありえる。

ここまで考えると, 音の大小は振動の振幅の大小によってきまることは直ちに理解できる。

2007 年度には, 改良された類題が多数出題された。

[問題] モノコードで, 重りの質量, 弦の太さや振動する弦の長さを変

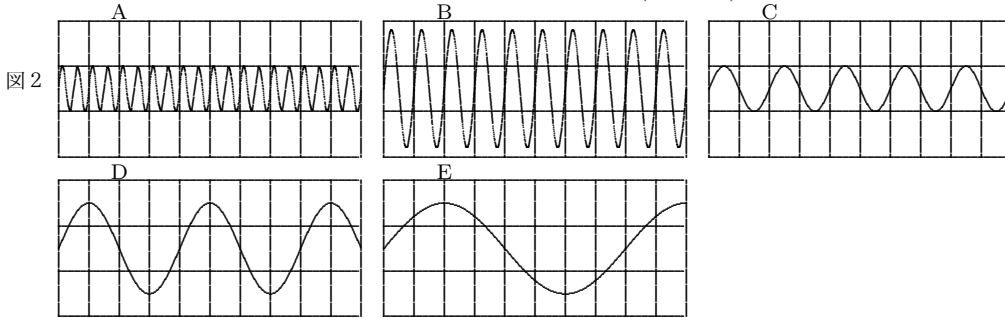
えて実験を行うと, 図 1 (前問の図) のように振動しました。

表 1 の条件 1 ~ 7 で実験を行い, それをオシロスコープで観測したら図 2 に示すような A ~ E のいずれかの波形になりました。条件 2 では, 波形 C が観測され, 他の条件ではそれぞれと同じ高さの音が 2 つあり, それよりも低い音は 2 つありました。

表 1

条件	重りの質量	弦の断面積	弦の長さ
1	50g	2.4mm ²	80cm
2	100g	1.2mm ²	40cm
3	100g	1.2mm ²	80cm
4	100g	4.8mm ²	20cm
5	200g	0.6mm ²	20cm
6	200g	2.4mm ²	20cm
7	400g	1.2mm ²	80cm

以下の間に答えなさい。ただし、弦の材質は、同じものとしします。(帝塚山高)



- 問1 音の波形でもっとも高く聞こえる音はどれですか。図2のA～Eの中から一つ選びなさい。
 問2 重りの質量と音の高さの関係を調べるのに、どれとどれをくらべればよいですか。条件の番号を2つ選びなさい。
 問3 もっとも低い音を示す条件を全て選びなさい。
 問4 もっとも高い音を示す条件を全て選びなさい。
 問5 条件2と同じ音の高さを示す条件を2つ選びなさい。
 問6 実験結果から分かるものとして、もっとも適当なものを以下の中から一つ選び、記号で答えなさい。

- ア 弦の太さが2倍になると、音の振動数は $\frac{1}{2}$ 倍になる。
 イ 弦の太さが4倍になると、音の振動数は2倍になる。
 ウ 重りの質量が2倍になると、音の振動数は $\frac{1}{2}$ になる。
 エ 重りの質量が4倍になると、音の振動数は2倍になる。
 オ 振動する弦の長さが2倍になると、音の振動数は2倍になる。
 カ 振動する弦の長さが4倍になると、音の振動数は $\frac{1}{2}$ 倍になる。

(問1. A 問2. 3と7 問3. 1 問4. 5 問5. 4と7 問6. エ)

最も高音(条件5)の場合の振動数を計算しておこう。

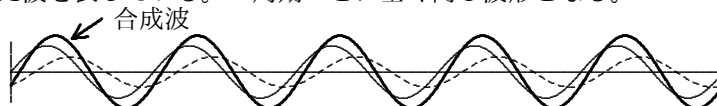
弦の材質をナイロン、ビニールなどとすると、よく知っているとおり、ほとんど水に浮かぶか沈むか程度の密度である。従って、密度を 1g/cm^3 とする。線密度 $\lambda = 0.6\text{mm}^2 \times 1\text{g/cm}^3 = 6 \times 10^{-4}\text{kg/m}$ である。 $T = 200\text{g}$ 重 $= 2\text{N}$ 。 $\ell = 20\text{cm} = 0.2\text{m}$ 。これらを、 $f = \frac{1}{2\ell} \sqrt{\frac{T}{\lambda}}$ に代入すると、 $f = 144\text{Hz}$ となる。これでもかなり低い音だ。

5 共鳴とうなり

音は物体を振動させることによって発することができる。ジェット機が飛んだり、大きな太鼓をたたいたりしたとき発する大きな音は逆に窓ガラスやぶら下げた紙を振動させる。音叉は正確に特定の周波数を発することができるよう工夫された簡単な装置である。

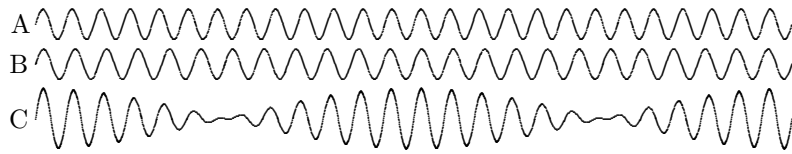
同じ種類の音叉を並べ、第1の音叉をたたくとその音は第2の音叉に伝わり、第2の音叉を振動させる。ブランコは外から力を加えなくても、少しずつ振幅は減衰するが同じような周期で振動する。これに周期が同じような、しかも振動に合わせた力を加えると、振動は大きくなる。ブランコは第2の音叉の役割をしており、外から加えた力は第1の音叉の振動によって伝播してきた空気の振動の役割をしている。第1の音叉を手でつかんでその振動を止めた後も、第2の音叉は同じ振動数の音を発し続ける。音もエネルギーであり、音を発すれば、音叉の振動も減衰し、第2の音叉からの音もまもなく聞こえなくなる。第1の音叉と第2の音叉は同じ固有の振動数を持っているからこうした現象(一般にこうした現象を共鳴きやうめいという)が起こるのであり、互いに違う固有の振動数の音叉ならば、第1の音叉の発する音の振動数が第2の音叉の振動を引き起こしにくい。

同じ高さの音を重ねると、高さは変わらないことは日常よく経験している。これは振動数が同じ(振幅、初期位相は違ってよい)2つの音を合成すると、同じ振動数の音となるからである。下図では、細い実線で元の波を、破線でそれより振幅が小さく位相が 60° 進んだ波を、太い実線でそれらを重ね合わせた波を表している。一周ごとに全く同じ波形となる。



また、2つのわずかに振動数の違う音叉を鳴らすと、音の高さはあまり変わらないが、音が大きく

なったり小さくなったりして聞こえる。これは、音が圧力(密度)の波であり、その波の山どおし、谷どおしが重なると大きな振幅になり、山と谷が重なると振幅がうち消しあって小さくなる。これが、音が大きくなったり小さく聞こえたりする原因で、こうした現象を「うなり」という。



上の図で、波 B は波 A より僅かに振動数が小さな波である。波 C は波 A と波 B を加え合わせたものである。横軸は進行方向でも、時間でもよい。波 A と波 B はわずかに周波数が違う波であり、聞こえる音の高さは重ね合わせてもほとんど変わらないが、それらの振幅が同じであっても、違っていても、加え合わせた波 C は長い周期で振幅が大きくなったり小さくなったりする。

第2章 力，運動，エネルギー

2.1 離れて働く力

力は、そこにある何らかの相互作用の一側面だと考えられる。電磁力(静電気を含む)、万有引力、核力、弱い力、その他いろいろな相互作用が知られている。それは静的で巨視的にみて、離れた物質同士が力を及ぼし合う、という近似的な見方で記述できる場合が多い。

電磁的な力の現れの一つは、電荷の間に、同符号の電荷どおしでは斥力の、異符号どおしでは引力で、互いに距離の二乗に反比例し、電荷の積に比例する力(クーロン力)が作用することである。これを直接確認するのは難しいが、「静電気力」で経験している。

物質によって、電子の離れ易さが異なる。電子は負の電荷をもっているの、物質が接触すると電子が離れやすい方がプラスに、離れにくい方が電子をもらってマイナスに帯電する。物質ごとの電子の離れ易さを順番に並べたのが帯電列である。(右の表は上段ほど+電気を帯びやすい)。導体はすぐ電気を逃すが、絶縁体では静電気をためやすい。静電気は数千ボルトから1万ボルトに達することもある。磁場から電流が受ける力(フレミング左手の法則で表される)も電磁的な力である。

ガラス
ナイロン
岩塩
メラミン樹脂
羊毛
石英
絹
酢酸セルロース
綿
ポリウレタン
ポリスチレン
(ベークライト)
石炭酸樹脂
エポキシ樹脂
天然ゴム
アクリル樹脂
イオウ
ポリエチレン
ポリ塩化ビニール

万有引力は、地球上の重力という形で、経験している。質量 M, m の天体が距離 r だけ離れていると

$$f = G \frac{Mm}{r^2}, \quad G: \text{万有引力定数}$$

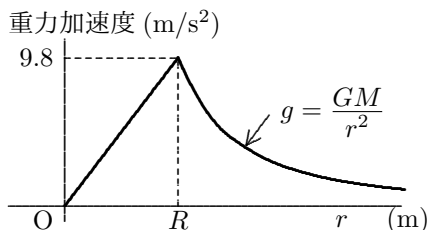
$$G = 6.67259 \times 10^{-11} \text{Nm}^2/\text{kg}^2$$

の引力が働くことがわかっている。

M を地球の質量とし、地球の中心から地球の半径 ($R \approx 6400\text{km}$) より離れた距離 r の質量 m の物体には

$$f = mg, \quad g = \frac{GM}{r^2}$$

の重力が作用する。 g を重力加速度といい、地表 ($r = R$) では $g = 9.8\text{m/s}^2$ 。



月面では、この重力加速度が地球上の約 $\frac{1}{6}$ となる。

地球の質量を1とすると月の質量は0.0123、地球の赤道半径を1とすると月の赤道半径は $0.272(\approx \frac{1}{4})$ だから、月面の重力加速度は地球表面での重力加速度の $0.0123/0.272^2 = 0.166 \approx \frac{1}{6}$ 倍となる。月の質量 M を地球と密度が同じだとして計算すると、月面での重力加速度は地球の表面での重力加速度の約 $\frac{1}{4}$ となるはずだ。この違いは月の密度(約 3.44g/cm^3) が地球の密度(約 5.52g/cm^3) に比べ小さいことによる。

重力加速度の地球表面での精密な調査は、地下資源の探索に応用されている。

地球の中心に向かって掘り進んでいくと、重力加速度はどんどん小さくなり、中心部では0となる。あらゆる方向からの万有引力は相殺されるからである。

2.2 力の表現と仕事

はじめに中学の理科の教科書には力のはたらきとして

1. 物体を支える
2. 物体を変形させる
3. 運動の状態を変える

の3つがある、と書いてある。しかし力とは何かの説明はされていない。敢えて言えば、こうした働きをするものを力と定義している。何故数学のように明確な定義がされていないのか。これは自然科学の大切

な1側面である。自然を対象に学習するとき、その対象が明らかになる度合いに応じて、そこに用いられる言葉（概念）もだんだん具体性、普遍性が明確になるものだ。対象がよく理解されず、現実との対応（実験など）が不十分な段階で、いくら頑張っても定義をしたところで、意味がない。

ニュートンは、力や運動について、3つの基本法則にまとめた。

第1法則： 慣性の法則

外から物体に力が働かない限り、永遠に静止または等速直線運動を続ける。

(静止しているものは、永遠に静止し、運動しているものは、永遠に等速直線運動する。)

第2法則： 運動の法則

外から質量 m の物体に力 f が働くと、加速度 a を生じる。 $f = ma$ (運動方程式)

(力=物体の質量×加速度), 加速度 a は、力の大きさに比例する。力が大きいほど加速する、加速度 a は、物体の質量 m に反比例する、重いほど加速しない)

第3法則： 作用・反作用の法則

力は1対になって働く。

(一対の力は、同一直線上にあり、大きさが等しく、向きが反対)

これが、全ての力や運動の基礎になっているが、ここでは背景としてはこれを意識しながら、少し違ったやり方で話を進める。

仕事は誰かが汗を流したり、お金を払って誰かにしてもらったりするものだ。仕事が行われると必ずそこに価値あるものが投入されなければならない。重い石を高いところに持ち上げたり、夏の暑い日に部屋の温度を下げたり、海水や汚れた水から飲み水を取り出したり、これらはすべてある種の価値あるものを投入しなければ起らない。理科で言う仕事はこうした量を自然の中に求めたものだ。1番わかりやすい石を持ち上げる問題を例にすると、この仕事の量は石の重さと持ち上げた高さに比例する。すなわち

$$(\text{仕事}) = (\text{力}) \times (\text{移動距離})$$

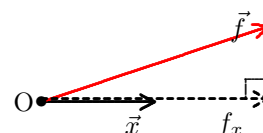
となる。こんな仕事の定義は一見海水の淡水化や冷房の問題に全く役に立たないように見えるが、実はこれでかなりの整合性がある。もちろんはじめに指摘した力とは何かとかの曖昧さは少しずつ解消されつつ永遠に続く。仕事との関係で力がより具体的になってくる。ただ物を支えたり、そこに物があつたりしただけでは仕事にはならない。また手ぶらで力を加えないで変位させただけでは何も得られない。

ところが、力を加えた方向と変位した方向が垂直であれば何らかの成果が得られたとはいえない。したがって、移動方向と力の方向の関係も仕事に欠かせない要素になる。よって力と移動方向が平行でない一般の場合は、

仕事の定義

$$(\text{仕事}) = (\text{加えた力の移動方向成分}) \times (\text{移動距離})$$

$$W = \vec{f} \cdot \vec{x} \quad (= \vec{x} \cdot \vec{f}) \quad (2.1)$$



となる。仕事 W (work) は一つの数で表され、正負の符号を持つ。力 \vec{f} (force) や変位 \vec{x} は大きさ、方向、向きを持っており、そのことを明確にするため矢印の付いた文字 \vec{f} や太字(ゴシック) f で表すベクトルと呼ばれる量である。(「方向」とは、南北とか、上下などを表し、「向き」は南北の方向でも、北向きか南向きかを表すものとする)。速度や加速度は変位を時間で割った量だからベクトルである。また、電場や磁場もベクトルである。「 \cdot 」の意味は力 \vec{f} の移動方向の大きさと移動 \vec{x} の大きさの積となるようなかけ算で、ベクトルの内積といわれる。この関係は、対象が一直線上の議論に限定されるときは、 $W = f_x x$ と表すことができる。 \vec{f} と \vec{x} が角度をもっているときは、 \vec{f} の \vec{x} 方向の成分を f_x とすると、 $\vec{f} \cdot \vec{x} = f_x x$ となる。

ベクトルとその内積について。

変位 \vec{x} と変位 \vec{y} について、それらの和や何倍かしたものも変位になる。

すなわち、 $\vec{x} + \vec{y}$, $a\vec{x}$, 0 元が存在し、和の交換法則・結合法則、 a 倍について分配法則、 $(a + b)\vec{x} = a\vec{x} + b\vec{x}$, 結合法則 $a(b\vec{x}) = (ab)\vec{x}$ などが成り立つなど一連の公理を満たすものをベクトルという。変位はわれわれが最初に遭遇するベクトルである。

また $(\vec{x} + \vec{y}) \cdot \vec{z} = \vec{x} \cdot \vec{z} + \vec{y} \cdot \vec{z}$, $(a\vec{x}) \cdot \vec{y} = a(\vec{x} \cdot \vec{y})$, $\vec{x} \cdot \vec{x} \geq 0$, 等号は $\vec{x} = 0$ の時のみ、などの性質のある演算・内積という。

ここでは、力はそれと数学的に同じ性質を持った物理量であることを主張している。厳密な議論は大学に進んでからのお楽しみだ。

簡単な例で考える。質量 10kg の物体を 5m 持ち上げるとする。このとき力 \vec{f} は上向きで、大きさは 10kg の物体を地上で支えるのと同じ大きさである。ゆっくり、時間をかけてもちあげればよい。移動 \vec{x} は鉛直上方へ 5m である。したがってこのときの仕事は

$$W = \vec{f} \cdot \vec{x} = fx = 10\text{kg 重} \times 5\text{m} = 50\text{kg 重 m}$$

となる。力の単位を kg 重で表したが、これでは統一的な議論に不自由するので、理科ではいまでは SI 単位系に統一されている。SI 単位系は MKS 単位系を元に構成されている。「MKS 単位系」の M は 1m, K は 1kg, S は 1 秒 (second) を表している。

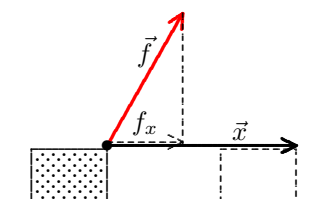
地面上にある物体の一端に水平方向と 60° の方向に 100N の力を加えて水平方向に 10m 移動させたとする。即ち

$$\vec{f} = (\text{水平方向から } 60^\circ \text{ の方向, 上向き, 大きさは } 100\text{N})$$

$$\vec{x} = (\text{水平方向, 力と同じ向き, 大きさ } 10\text{m})$$

とすると、力の水平方向成分は $f_x = 100\text{N} \times \frac{1}{2}$ であるから、

$$W = \vec{f} \cdot \vec{x} = 100\text{N} \times \frac{1}{2} \times 10\text{m} = 500\text{Nm} = 500\text{J} \text{ となる。}$$



「単位がわかれば、物理がわかる」といわれるほど、単位は自然の法則抜きには理解できない。物体の運動を支配する法則、「物体に運動の変化 (加速度) を与える力は、物体の加速度と質量に比例する」すなわち、 $f = ma$, a : 加速度が成り立つことが知られている。これはニュートンの運動の第 2 法則だ。運動の基本法則、及びその結果を議論する学問を「力学」という。中学では、この考え方を背景にしながらも、この $f = ma$ を直接には使わないで、運動や力の釣り合いを議論する。

物体の速度を変化させるためには力が必要である。このことを逆に利用して力の単位を定めることにしたのである。

質量 1kg の質点 (物体) に 1m/s^2 (毎秒毎秒 1 m) の加速度を与える力を 1N (Newton, ニュートン)

と約束する。すなわち「 $1\text{N} = 1\text{kgm/s}^2$ 」である。地上では静止していた物体の支えをはずすと、毎秒毎秒 9.8m/s^2 の加速度 (重力加速度) で落下する、すなわち重力加速度を g とすると、 $g = 9.8\text{m/s}^2$ である。物体を地上で支えるということは、それが落下しないように g とおなじ上向きの加速度を与え続けていることになる。したがって

$$1 \text{ kg 重} = 9.8\text{kgm/s}^2 = 9.8\text{N}$$

となる。力の MKS 単位, N (ニュートン) に対応して仕事の単位は J (Joule, ジュール) が用いられる。1N の力で 1m 移動させる仕事を 1J と定義する。すなわち、「 $1\text{J} = 1\text{N} \times 1\text{m}$ 」である。

そうすると、「 $1\text{kg 重 m} = 9.8\text{J}$ 」となる。

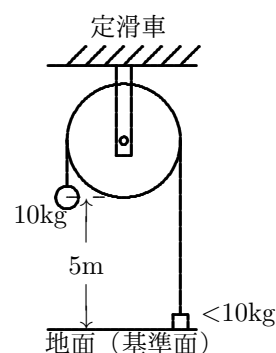
よって質量 10kg の物体を 5m 持ち上げるのに必要な仕事は

$$W = 50\text{kg 重 m} = 50 \times 9.8\text{J} = 490\text{J}$$

となる。

いま質量 10kg の物体が基準の地上から 5m の高さのところにあるとする。物体は重力に逆らって 490J の仕事をされてその位置まで引き上げられた。逆にこの物体は定滑車などを使って、限りなく 10kg に近い物体を 5m まで引き上げることができる。

したがって地上 5m にある質量 10kg の物体は仕事をする能力を持っている。一般に仕事をする能力をエネルギーという。地上 5m の物体は基準面に対する相対的な位置によってエネルギーを持っているから、位置エネルギーという。すなわち、地上 5m の 10kg の物体は 490J の位置エネルギーを持っていることになる。



一般に、基準面からの高さが $h[\text{m}]$ の質量 $m[\text{kg}]$ の物体の位置エネルギーは $E = mgh$ [J] となる。理科では単位を統一し、式や文字に単位を含ませた表現をする。したがって上の関係は

$$E = mgh \quad (2.2)$$

となる。それぞれの単位も同時に示したいときには、この同じ式を

$$E[\text{J}] = m[\text{kg}] \cdot g[\text{m/秒}^2] \cdot h[\text{m}]$$

などと表してもよい。

2.3 力の計測

一般に物体は力を受けると変形する。物体に力を加えたとき変形する、という観点で物体を見ると、この物体を弾性体という。そして、変形している物体が元に戻ろうとする性質のことを弾性という。一端を固定し、他端に力を加えると、物体は変形するが、力の大きさによって変形の大きさも変わる。

弾性体は変形が小さいとき、物体に加えられた力 f は

$$f = kx \quad x: \text{変形の大きさ (伸び)}, k: \text{弾性定数} \quad (2.3)$$

と考えられる。この性質を「フックの法則」という。そして、この法則が成り立つ範囲を「弾性限界」という。(フックの法則は $f = -kx$ と表される場合の方が多い。このとき、力 f は物体の変形に対する「復元力」を表している。) ゴムひもを想定しよう。もとのゴムひもの長さを半分にすると、同じ力を加えると、伸びは半分になる。したがって、ゴムひもの自然な長さ(力を加えていないときの長さ)を l 、単位長さあたりの弾性定数を k_0 とすると、フックの法則は

$$f = k_0 \frac{x}{l} \quad l: \text{自然の長さ}, k_0: \text{単位長さあたりの弾性定数} \quad (2.4)$$

となる。弾性定数は同じ材質で考えると、材料が長くなれば小さくなる、すなわち、同じ伸びを与えるには小さな力でよいことになる。

弦巻バネは硬い金属(鋼鉄など)をコイルの形にしたものである。バネの伸びは材料の伸びによって引き起こされたのではない。例えば直方体の底面を固定し、上の面を一様に底面に平行に力を加えたとき、直方体は水平方向に変形する。こうした力を剪断力^{せんだん}という。これは、材料が力の方向に伸びるのとは違う変形である。しかし、コイルの各部のこの剪断力による変形を積み重ねて、ゴムひもの伸びと同じような振る舞いをさせる。結果として、伸びが小さいときはフックの法則が成り立つ。

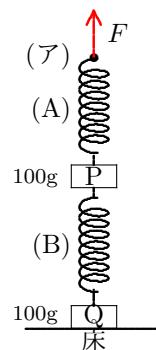
バネばかりは、^{あらかじめ}予め、伸びと力の関係を計測し、目盛りを刻んだ装置である。

ここで、バネになれておくため、簡単な問題を考えておこう。力の釣り合いは、すぐ後できっちり学習する。最近の入試でも、重力や浮力の問題では実用単位 g 重が用いられるものがある。ただ単に 100g 重 $= 1\text{N}$ と考えて、いまは単位のことは問題としないでおこう。

[問題] 自然の長さが 20cm で、重さを無視できるバネ (A), (B) がある。 50g のおもりをつるすと、(A) のバネは 2.0cm のび、(B) のバネは 3.0cm のびる。 100g のおもり P, Q をつないで、(A) のバネの上端 (ア) を上向きに力 F でささえる。

- (1) この状態で、バネ (B) の長さは 20cm であった。バネ (A) の長さはいくらか。また F は何 g 重か。
- (2) (ア) を静かに引き上げて、(A) の長さが 26cm になったとき、バネ (B) の長さはいくらになるか。
- (3) さらに (ア) を引き上げて、おもり Q が床をはなれるとき、(ア) をささえている力は何 g 重か。
- (4) (3) の状態のとき、(A),(B) のバネののびは合計何 cm か。
- (5) バネ (A), バネ (B) をそれぞれ同じ材料でコイルの部分の長さを 2 倍、 $\frac{1}{2}$ 倍にしたバネに取り替え、(3) と同じように全体をつり下げた。バネののびは合計何 cm か。

((1) 長さ 24cm , 力 100g 重 (2) 23cm (3) 200g 重 (4) 14cm (5) 19cm)



2.4 力の釣り合い

てこの原理、天秤の釣り合いなど広がりのある変形しない物体(剛体^{ごうたい}という)の力の釣り合いの問題は小中高校生を悩ます曖昧さがある。理科の学習では、多くの観察や実験、演習などを通じてある段階で、「あ

あそうなんだ」という納得，飛躍が大事である。ここでは静止している物体に対する力の釣り合い（静力学）をどのように理解すれば納得できるのかの説明を試みる。仕事を出発点にすると，次のような議論が可能である。数学的には少しだけ乱暴なところもあるが，気にしないで読み進めてほしい。この作業を通じて，力とは何か，の理解が進む。

- 1 力を考えるとき、「何」の「何処」に作用する力であるかをはっきりさせておくことが重要である。この「何」は，力の作用するものをさす。このものを一般に系という。系には，一つの点に質量が集まったもの—質点，質点が何個か集まったもの—質点系，空間的に広がっているが形が変わらないもの—剛体，空間的に形が自由に変形できるものの集まり—流体，その他いろいろなものが考えられる。力は「何処」に，すなわちその力が働く点—作用点も指定しなければならない。したがって，力はどの系の何処の作用点に作用する，と表現する必要がある。力は原因があつて，系に力が作用するのであって，その原因をつくっているものの「もの」を明示する必要があることもある。力を「加えた方」は，一般に力を加えられた方の「系」から逆に力を受ける。これを「反作用」という。一般に「系」に加えられた力—作用とこの反作用は同じ作用線上で大きさが等しく，逆向きである。これを「作用・反作用の法則」と言う。「作用・反作用の法則」は，力という考えを定義する上でどうしても必要なもので，法則というより定義に近い原理と考えておいた方がよい。しかし，いろいろな力を考えていくと，一見「作用・反作用の法則」が成り立たないのではないか，と思えるような場合もでてくる。その場合も，作用・反作用の考えを広げて考えると成立することがわかっている。

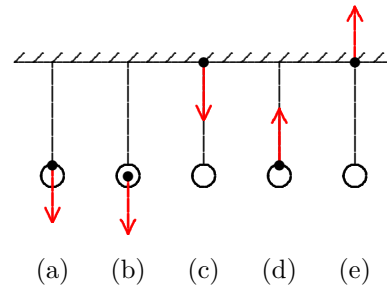
ここで重要なことは「理科」では，全て系を中心に考え，力とだけ言うとき，それは系が受ける力を指す。系が他に作用する力ではない。こうした取り扱い方は，「理科」の習慣であり，これを混乱すると意味が全く分からなくなってくる。複雑な系は，いくつかの部分系から構成される。従って，対象としている系がどの部分系なのか，あるいはどの部分系とどの部分系を組み合わせたものを系と考えているのかななどを，明確にしておくことが重要である。

これを学習する良い問題が昔から準備されている。

〔例題〕 右の図は，天井から糸でおもりが下り下げられており，(a)～(e)のそれぞれの矢印は下の(ア)～(オ)のどの力を指しているか。印●は作用点である。

- (ア) 糸がおもりを引く力
- (イ) 天井が糸を引く力
- (ウ) おもりが糸を引く力
- (エ) おもりにはたらく重力
- (オ) 糸が天井を引く力

((a) ウ, (b) エ, (c) オ, (d) ア, (e) イ)



- 2 系を一つの質点とする。力が作用するとき，大きさや方向が違えば違った効果がえられる。逆に言えば力 \vec{f}_1 と \vec{f}_2 が等しい $\vec{f}_1 = \vec{f}_2$ とはそれぞれの大きさと向きが等しいことだ（相等性）。これを，別の言い方をすると，任意の微小変位 \vec{x} に対する仕事が等しいことになる。

$$\vec{f}_1 = \vec{f}_2 \iff \vec{f}_1 \cdot \vec{x} = \vec{f}_2 \cdot \vec{x}, \quad \vec{x}: \text{あらゆる方向の微小変位} \quad (2.5)$$

またある力 \vec{f} を a 倍した力 $a\vec{f}$ は大きさが \vec{f} の a 倍で向きは a が正の時は \vec{f} と同じ， a が負の時は反対向きとする（スカラー倍）。すなわち

$$(a\vec{f}) \cdot \vec{x} = a(\vec{f} \cdot \vec{x}), \quad \vec{x}: \text{あらゆる方向の微小変位} \quad (2.6)$$

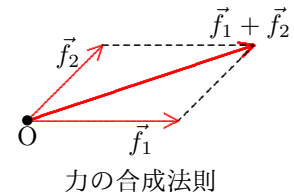
である。さらに，ベクトル \vec{f} の方向や向きを無視して大きさだけを表すときは， $f = |\vec{f}|$ などと表す。すでに説明したとおり，中学で表現する変数は多くの場合，この大きさに符号も込めて表現することが多いから注意が必要である。また混乱が避けられるときは， \vec{f} を f などとあらわすことはすでにのべた。

- 3 空間内にある点（質点）に2つの力 \vec{f}_1, \vec{f}_2 が作用していたとする。

この2つの力を一つの力と見なしたとき、これを力の合成といい、 $\vec{f}_1 + \vec{f}_2$ と表す。合力 $\vec{f}_1 + \vec{f}_2$ の意味はあらゆる方向の微小変位 \vec{x} にたいして

$$(\vec{f}_1 + \vec{f}_2) \cdot \vec{x} = \vec{f}_1 \cdot \vec{x} + \vec{f}_2 \cdot \vec{x} \quad (2.7)$$

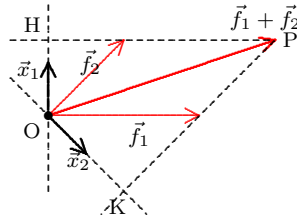
ということだから、いわゆる力の平行四辺形の法則（合成則）が成り立つことがわかる。



(2.7) が力の平行四辺形の法則を表していることを示しておく。

微小変位 \vec{x} はあらゆる方向でよかったから、 \vec{f}_1 に垂直な方向の単位の変位 \vec{x}_1 、 \vec{f}_2 に垂直な方向の単位の変位 \vec{x}_2 をそれぞれ考える。

$\vec{f}_1 \cdot \vec{x}_1 = 0$ 、 $\vec{f}_2 \cdot \vec{x}_1 = OH$ より、点Pは点Hを通り \vec{f}_1 に平行な直線上にある。同様に点Pは点Kを通り、 \vec{f}_2 に平行な直線上にある。よって、点Pは1つの頂点Oと、 \vec{f}_1, \vec{f}_2 を2辺とする平行四辺形の頂点となる。



逆に点Pが \vec{f}_1, \vec{f}_2 のなす平行四辺形の頂点であれば、全ての \vec{x} に対して、(2.7) が成り立つことはすぐ分かる。

歴史的に、力の平行四辺形の法則をすっきり「証明」したのは Stevin(1589) と言われている。Stevin は底面が直角三角形の三角柱を用いた思考実験によって力の合成が平行四辺形の法則に従うことを説明した。これは直感的で、分かりにくい原理を何も仮定せず明確な説明となっているが、かなり話が長く、その上、何が本質的なのが分かりにくい説明になっている。Galilei(1564-1642) や Newton が運動の法則を唱える直前のことだ。

こうした議論を整理すると、力 \vec{f} は変位と同じようなベクトル量であることが分かる。

- 4 空間内のある点（質点）に2つの力 \vec{f}_1, \vec{f}_2 が作用して釣り合っていたとする。今仮に、この質点をほんの少しだけ静かに移動させるとする。これは水上に漂う巨大な木材を少し水平に、しかも非常にゆっくりと移動させることと同じである。非常に小さな力で移動させることができる。これは、実質的にほとんど仕事を加えずに可能だ。

仮想的な任意の微小変位を \vec{x} とすると仕事の式は

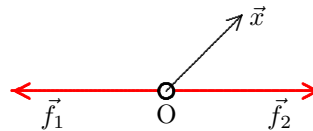
$$\vec{f}_1 \cdot \vec{x} + \vec{f}_2 \cdot \vec{x} = 0$$

$$\vec{f}_1 \cdot \vec{x} = (-\vec{f}_2) \cdot \vec{x}$$

したがって

$$\vec{f}_1 = -\vec{f}_2$$

すなわち、質点に作用する2力の釣り合いの条件は

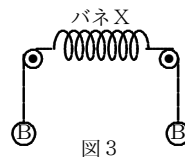
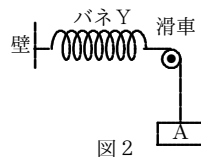
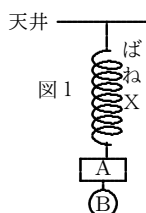


$$\vec{f}_1 = -\vec{f}_2 \quad (\text{一方の力が他方の力と同じ大きさで平行で向きが逆である}) \quad (2.8)$$

ということになる。

【演習1】 バネXは4Nの力を加えると8cmのび、バネYは6Nの力を加えると6cmのびる。また、物体Aは400g、物体Bは300g、物体Cは250gである。100gの物体にはたらく重力の大きさを1Nとし、バネや糸の重さは考えないものとして、以下の問に答えよ。ただし、図のバネののびは、実際のバネの伸びを必ずしも正確には表していない。(初芝橋本高)

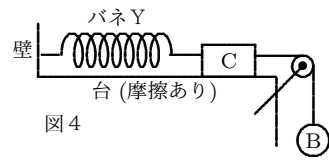
- (1) 図1は、天井からバネXで物体をつるし、さらに糸で物体Aと物体Bをつないだ状態である。いま、物体A、Bともに静止している。
 ① 糸が物体を引く力は何Nか。 ② バネXののびは何cmか。 ③ 天井がバネXを引く力は何Nか。
 (2) 図2は壁にバネYを接続し、そのバネYに糸をつなぎ、滑車を介して糸で物体Aを取り付けたものである。また図3はバネXに糸をつけ、滑車を介して図のように糸で物体Bを両端に取り付けたものである。いま、物体A、Bともに静止している。バネXとYののびを比べると、どちらのバネが何cm長い。



- (3) 図4は壁にバネYを接続し、そのバネに物体Cをつなぎ、さらに滑車を介して糸で物体Bを取り付けたものである。

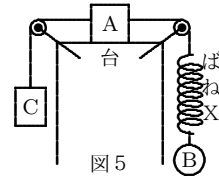
台上の面はなめらかでなく摩擦力が働く。いまバネYは2cmのびた状態で、物体B、Cともに静止している。

- ① 物体Cに働く摩擦力の向きは次のうちどれか。最も適切なものを選び、(ア)～(エ)の記号で答えよ。
 (ア) 上向き (イ) 下向き (ウ) 左向き (エ) 右向き
 ② 物体Cに働く摩擦力の大きさは何Nか。



(4) 図5は滑らかな(摩擦力が働かない)台の上に物体Aが置かれてあり、物体Aの左側には滑車を介して、糸で物体Cが取り付けられており、また物体Aの右側には糸で滑車を介してバネXと物体Bが取り付けられている。

- ① 全体を静止させるためには、物体Aにどちら向きに何Nの大きさの力を加えなければならないか。
 ② また①のとき、バネXののびは何cmか。



- (1)①3N ②14cm ③7N, (2) バネXののびの方が2cm長い, (3)①(ウ) ②1N, (4)①左向き, 0.5N ②6cm

〔演習2〕 次の問題を読んで、後の問1～問4に答えなさい。(17 洛南高)

自然の長さが22cmのばねとそれより長いゴム紐を用意し、おもりにばねとゴム紐をつけて引っ張る実験をしました。ばねとゴム紐は、それぞれ30cmまでは伸びと加わる力は比例することがわかっています。

まず、図1のようにつないで、ばねばかりをゆっくり水平に引っ張ると、ばねの伸びが12cmになった時おもりが動き始めました。図2は、その時のばねの伸びと引く力の関係を示したものです。おもりと台の間に働く摩擦力の最大値は68Nで、ばねとゴム紐が引く力の合力がこれを超えるとおもりが動き出すと考えられます。

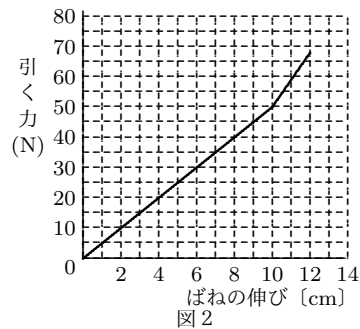
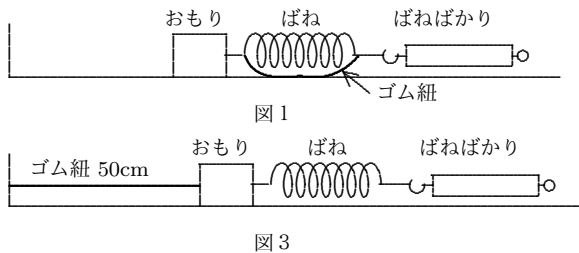
問1 ゴム紐の自然の長さは何cmですか。四捨五入して、整数で答えなさい。

問2 ゴム紐を単独で自然の長さから1cm伸ばすのに必要な力は何Nですか。四捨五入して、整数で答えなさい。

つぎに、ばねとゴム紐とのつなぎ方を変えて、ばねばかりをある力で引くと、図3のように、おもりは壁から50cmのところから静止していました。

問3 図3の状態からばねばかりを右に動かすと、おもりが動きだしました。このときばねは何cm伸びていましたか。四捨五入して、整数で答えなさい。

問4 図3の状態からばねばかりを左に動かすと、おもりが動きだしました。このときばね何cm伸びていましたか。四捨五入して、整数で答えなさい。



- 問1. 32cm 問2. 4N 問3. 28cm 問4. 0.8cm

〔演習3〕 図のように、長さの違う2つのばねA・Bに、100gのおもり4つを1つずつ増やしながらそれぞれのばねにつるしていき、その長さを測る実験をしました。そのときの結果をまとめたものが下の表です。ただし、ばねA・Bは十分軽く、その重さは無視できるものとします。また、ばねの弾性力の大きさはばねの伸びに比例するものとし、100gの物体を地球が引く力の大きさを1Nとします。あとの各問いに答えなさい。(11 大谷高)

おもりの質量 (g)	100	200	300	400
ばねAの長さ (cm)	10.5	13.0	15.5	18.0
ばねBの長さ (cm)	9.0	11.0	13.0	15.0

問1 おもりが3つのとき、おもりがばねを引く力の大きさは何Nですか。

問2 おもりがつるされていないときのばねAの長さ(自然長)は何cmですか。

問3 おもりの質量が200gのとき、ばねAの自然長からの伸びは何cmですか。

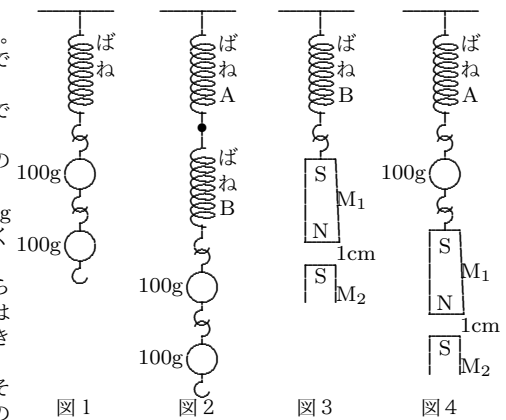
問4 この方法でばねAの長さを30cm以上にしようとするとき、100gのおもりは最低いくつ必要ですか。

問5 図2のように、ばねAにばねBを取りつけ、さらにばねBに100gのおもりを2つつりました。このとき、ばねAとB全体の伸びはいくらですか。

問6 図3のように、ばねBに200gの棒磁石M₁をつるし、その下から磁石M₂を近づけたところ、ばねBは4.8cm伸び、M₁とM₂の間隔は1cmとなりました。このとき、M₁とM₂の間にはたらく磁石の力の大きさは何Nですか。

問7 図4のように、ばねAに100gのおもりを1つとM₁をつるし、その下にM₁とM₂の間隔が1cmとなるようにM₂を近づけました。このときのばねAの長さは何cmですか。

- 問1. 3N 問2. 8.0cm 問3. 5.0cm 問4. 9個 問5. 9.0cm 問6. 0.4N 問7. 16.5cm



5 空間内のある点(質点)に3つの力 $\vec{f}_1, \vec{f}_2, \vec{f}_3$ が作用して質点は静止しているとする。これは3力の

釣り合いである。上の場合と同様の考察により、仮想的な微小変位を \vec{x} とすると仕事の式は

$$\vec{f}_1 \cdot \vec{x} + \vec{f}_2 \cdot \vec{x} + \vec{f}_3 \cdot \vec{x} = 0$$

となる。すなわち、 $(\vec{f}_1 + \vec{f}_2 + \vec{f}_3) \cdot \vec{x} = 0$ である。

したがって

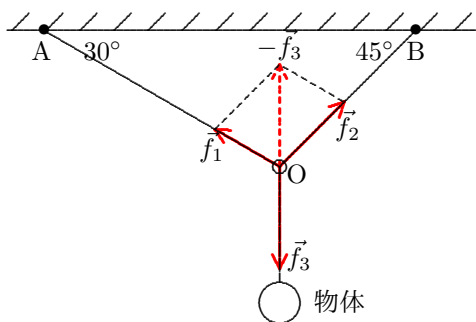
$$\vec{f}_1 + \vec{f}_2 + \vec{f}_3 = 0 \quad (2.9)$$

となり、3力の和（合力）は0である。

$$\vec{f}_3 = -(\vec{f}_1 + \vec{f}_2)$$

だから「 \vec{f}_1 と \vec{f}_2 の合力は第3の力 \vec{f}_3 と釣り合っている」と言うこともできる。

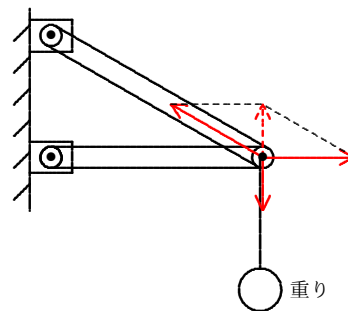
〔例題〕 図のように、天井の点 A、点 B からのひもで、点 O において質量 m の物体が釣り下げられたとする。ひも OA、OB にかかる力を求めよ。



物体に加わる力は重力とひもが物体を引く力だけであり、ひもが物体を引く力は mg である。点 O での力の釣り合いを考えると、点 O に無限に小さな質点があり、図の力、 $\vec{f}_1, \vec{f}_2, \vec{f}_3$ が作用して、その質点が静止を続ける条件と考える。その条件は \vec{f}_1, \vec{f}_2 の合力が $-\vec{f}_3$ となることである。ところが $-\vec{f}_3$ を対角線とする OA、OB 方向に 2 辺を持つ平行四辺形は一意的に決まるから、 \vec{f}_1, \vec{f}_2 が求まる。簡単な計算によって

$$f_1 = (\sqrt{3} - 1)mg, \quad f_2 = \frac{3\sqrt{2} - \sqrt{6}}{2}mg$$

ひもではなく、棒を用い、各連結を面内で回転するように結合した構造（ピン接合）の場合も力の釣り合いだけで各力を求めることができる。連結部への各力はそれぞれの棒の向きだけに作用するからである。棒の場合は連結部への引っ張る方向だけでなく、圧縮の方向の力を及ぼすこともできる。



〔簡単な応用〕 長さ 2m のゴムひもを 2m 離れた水平線上の 2 点間にはり、中央に物体をつるしたところ、その物体は 1m だけ下がって釣り合った。この物体の重さ (g 重) を求めよ。ただし、ゴムひもの長さを 10% 引き延ばすのに 2g 重の力を要す。また、ゴムひもの重さは無視する。 (11.7g 重)

以上のように、仮想的な変位に対して系にされる仕事が 0 である、という考え方で力の釣り合いを考える方法を「仮想仕事の原理」という。いろいろな力が釣り合っている、ということは結果として力が働いていないことと同じである。力が働いていなければ、止まっている物体はそのまま止まっているだろう。力が釣り合っていないならば動き出す。したがって、力が釣り合っているかどうかを知ろうと思えば、仮想的にちょっと動かしてみようか。釣り合っていないならばどんなことが起こるのだろうか。こんな発想から仮想仕事の原理は考えつかれる。

仮想仕事の原理

$$\text{力の釣り合い} \iff \text{仮想仕事が 0 である。} \quad (2.10)$$

仮想仕事の原理は、力とは何か、に深く結びついた基本的な原理であり、「力の釣り合い」、「平衡状態」などの考えの別の表現とみなせる。複雑な系や、各種の拘束条件がある系の力の釣り合いの考察にとって「仮想仕事の原理」が極めて有力な武器になる。

我々が仮想仕事の原理を力の釣り合いの条件としたのには別の理由もある。力には、マクロな運動、すなわち運動方程式と直接には結びつかない場合も多数あるからだ。

食塩水と淡水を半透膜（溶媒は通すが溶質は透過できないような性質を持った膜）で接すると食塩水の側から淡水の方に浸透圧が発生し、膜を定位置に固定するためには膜を食塩水側に押さなくてはならない。この力は浸透圧による力と釣り合っている。しかし、この浸透圧による力は物体に加速度を与えるようなものではない。一般に、流体による力は全てこうした事情を持っている。さらに、一般に物体が受ける力は物体の運動状態から影響を受ける。運動方程式と力の概念のどちらが先に認識されるかという問題設定の解は一意的ではない。仮想仕事の原理を採用するのは、静力学の範囲で力の釣り合いの議論を閉じさせる一つの工夫だとみなせる。

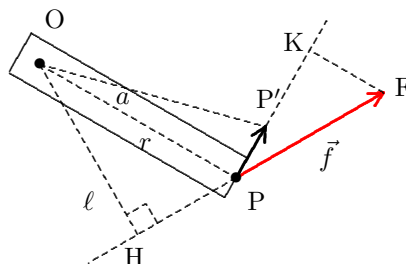
6 次に、変形しない広がりのある物体（剛体）の力の釣り合いを考えてみよう。

剛体のあちこちに力 $\vec{f}_1, \vec{f}_2, \dots, \vec{f}_n$ が作用していたとする。全体としての並進（平行移動によって表される運動）が起こらないためには全体の合力が0である。

$$\vec{f}_1 + \vec{f}_2 + \dots + \vec{f}_n = 0 \quad (2.11)$$

しかしこれだけでは剛体は静止せず回転する。

今ある点Oを通る一定の面（ここでは、紙面）に垂直な軸の回りに面内を微小角 a (a は弧の長さに比例する適当な単位で表されているとする) だけ回転すると点Pに作用する面内の力 \vec{f} (一般には力の面への射影と考えればよい) のする仕事は、軸から点Pを通るベクトル \vec{f} の方向の直線への垂線の長さを ℓ とすると



と $\vec{f} \cdot \overrightarrow{PP'} = \frac{PK}{PF} f \times PP' = \frac{\ell}{r} f \times ra = f\ell a$ となる。

したがって、 n 個の力が一つの剛体に作用している系について、一定の軸の回りの任意の微小な角度 a の回転について、仕事が0という条件は

$$f_1 \ell_1 a + f_2 \ell_2 a + \dots + f_n \ell_n a = 0 \quad \text{よって} \quad f_1 \ell_1 + f_2 \ell_2 + \dots + f_n \ell_n = 0$$

ここでは力 \vec{f} はその大きさ f のみによる表現を用いている。ベクトルの表現では新しい定義が必要になる（ベクトルの外積）。

ここで、力の能率を、一つの面内で面に垂直な回転の軸が与えられたとき、

$$N = f\ell, \quad (\ell \text{ は点 } O \text{ から力 } \vec{f} \text{ の作用線に下ろした垂線の足の長さ}) \quad (2.12)$$

と定義する。

したがって、剛体が回転しない条件は

$$N_1 + N_2 + \dots + N_n = 0 \quad (2.13)$$

すなわち軸の回りの力の能率の和が0ということになる。

ここで一つの疑問がわいてくる。（ N がベクトルであることを知っている人はこの疑問に簡単に答えることができる）回転の軸は任意としていたが、無数の軸に対して、力の能率の和が0であることを確かめなければならないのだろうか。

参考までに、Wikipedia で力のモーメントと検索してほしい。

剛体に加わる全ての力の合力が0であるという条件、(2.11) の下では、一点での軸の周りの力の能率の和が0ならば、他の全ての点での力の能率の和も0となることが簡単に証明できる。

点 O の周りの作用点 \vec{r}_i の力 \vec{f}_i の力のモーメントを

$$\vec{N}_i = \vec{r}_i \times \vec{f}_i$$

と定義する。点 O と異なる基準点 $Q(\vec{q})$ での力のモーメントは $(\vec{r}_i - \vec{q}) \times \vec{f}_i$ と書けるから、

$$\vec{N}_Q = \sum_i (\vec{r}_i - \vec{q}) \times \vec{f}_i = \vec{N}_O - \vec{q} \times \sum_i \vec{f}_i$$

となる。条件、式 (2.11) の下では $\vec{N}_Q = \vec{N}_O$ となる。

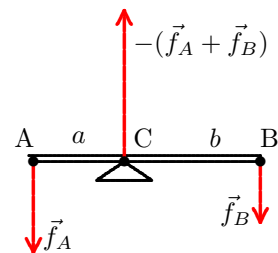
7 剛体の力の釣り合いのはじめの例として、簡単な天秤を考えてみよう。

棒ABの両端に \vec{f}_A, \vec{f}_B の力が鉛直下方に作用し、両端から a, b の距離の点Cで支えられている。このとき支点Cでは式(2.9)より $\vec{f}_A + \vec{f}_B$ に釣り合う力が鉛直上方に作用する。

点Cの回りでは、点Aでは反時計回りに、点Bでは時計回りに力の能率があり、それらが釣り合っている。

$f_A \times (-a) + f_B \times b = 0$ よって $f_A \times a = f_B \times b$
 また、このとき点Aの回りの能率は

$-(f_A + f_B) \times a + f_B \times (a + b) = -f_A \times a + f_B \times b = 0$
 となり、点Aの回りでも回転が起こらないことを示している。



天秤の釣り合いの条件を、直接「仮想仕事の原理」を用いて求めておこう。

点Aを微小距離 x だけ下げると、点Bは $-\frac{b}{a}x$ だけ下がる。したがって、仮想仕事の原理は

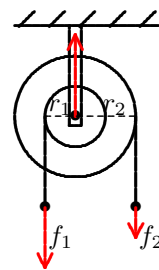
$$f_A \times x + f_B \times \left(-\frac{b}{a}x\right) = 0$$

これより、 $f_A \times a = f_B \times b$ がえられる。

ファインマンは一般大衆向けの講演の中で、エネルギー保存則の適用例として、「てこの原理」 $f_A \times a = f_B \times b$ を示している。その考え方は、仮想仕事の原理そのものである。

岩波現代文庫「物理法則はいかに発見されたか」 R.P. ファインマン 江沢洋訳

天秤の釣り合いの原理はてこの原理でもある。てこの原理を考えるときは、各力が平行ではないから、力の能率はそれぞれ支点からの距離と力の軸に垂直な成分の積で表しておく必要がある。また、図のように、輪軸の力の釣り合いも同様に考えて、輪軸の原理「 $f_1 r_1 = f_2 r_2$ 」が導ける。図では、輪軸を引くロープの力は平行にとっているが、これは必ずしも必要ではないことはすぐわかるだろう。輪軸は張力の変換に用いられるものであり、力の大きさだけでなく、向き(方向)の変換にも利用される。定滑車はもっぱら力の向きを変える機能を持っている。



ここで、「重心」という言葉の意味を考えておこう。

重心は、剛体にかかる重力の能率が0となる点である。剛体が一樣な物質でできていると、微小体積とそこに含まれている微小質量の割合は一定だから、重心はその剛体の形で決まる。剛体をつらぬく1つの軸の周りの重力の能率が0であると、その軸の周りには力は釣り合う。平面から成り立っている物体の場合はこうした2つの軸を平面上に見付けておけば、その交点を支えれば、物体は平衡を保つ。三角形の重心(3中線の交点)はこれに相当する。

さらに、もう少し詳しく考えておこう。

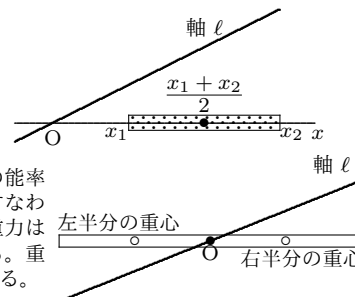
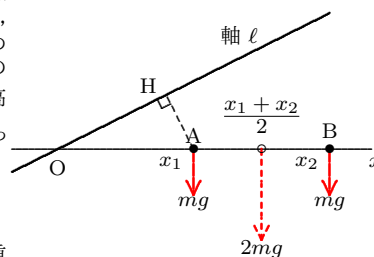
回転の軸 l と x 軸は水平な紙面において、必ずしも垂直でなく点Oで交わっているとす。等しい質量 m が点Oから同じ側の x_1, x_2 の位置にある点A, Bにあるとき、軸 l の周りの力の能率を求める。点A, Bの軸 l までの距離は、直線 l, x 軸、および x 軸上の点によって決まる直角三角形の斜辺と垂線の長さの比 $s = \frac{AH}{OA}$ (高校ではこれを正弦という)を用いると、 $s x_1, s x_2$ となる。したがって、点A, Bにある質量 m の軸 l の周りの重力の能率は

$$mg \times s x_1 + mg \times s x_2 = 2mg \times s \times \frac{x_1 + x_2}{2}$$

となる。これは、2つの等しい質量の質点の重力の能率は中点に重力が集まったと考えたときの力の能率に等しいことを意味する。

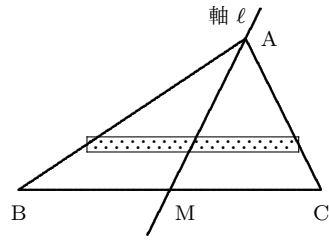
一樣な棒の場合、棒の中央を中心として、棒を対称に細かく分割して考える。それぞれの対称な部分で重力の軸 l の周りの力の能率は棒の中央に質量が集中したときの力の能率と等しい。したがって、全体としても中央に質量が集中したと考えたときの能率と同じものとなる。

均一な棒の中心で水平な軸が交わっていれば、棒の左半分の重力の能率と右半分の重力の能率は回転の向きが逆であるが大きさは等しい。すなわち、棒全体としては軸 l の周りの力の能率は0となる。棒にかかる重力はこの軸の周りで釣り合っていることになる。この点が棒の重心である。重心とは、その点を通る勝手な軸の周りの重力の能率が0である点である。



水平な紙面内で、厚紙でできた三角形 ABC を A を通る中線 l で支えると、 $\triangle ABC$ は軸 l のどちらにも回転しないのでつりあう。それは $\triangle ABC$ を辺 BC に平行な幅の狭い帯に分割すれば、上の議論から、それぞれが釣り合うからである。

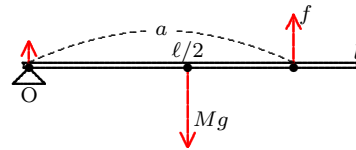
三角形のもう一つの中線についてもその中線の周りについて重力の能率は 0 となる。従って、2つの中線の交点 (これを三角形の重心 G という) で支えれば、三角形はどちらにも回転しない。したがって、重心 G を通る面内のどの直線を想定しても、その軸の周りには回転しない。勿論、第 3 の中線の周りにも回転しない。このことから三角形の重心の定理が理解できる。



つぎに、もう少し複雑な問題を考えておこう。

「質量 M 、長さ ℓ の一様な棒 ($M = \lambda \ell$, λ : 単位長さの質量, 線密度) を考える。棒の一端を台で、その端から a だけ離れたところを手で水平になるよう支えたとして、どれだけの力が必要か。」

棒の左端 O の回りの重力の能率を求める。
左端から x 離れた中 Δx (一般に x の変化量を Δx と表すことが多い) の部分の力の能率は $x \times g \lambda \Delta x = g \lambda x \times \Delta x$ である。全体の力の能率はこれを $x = 0$ から $x = \ell$ の部分まで加えあわせたものである。等加速度直線運動の場合の移動距離は、各時刻の速さ $v = at$ に微小時間 Δt をかけた移動距離 $v \Delta t$ を加えあわせたものであったが、今の場合これと全く同じ形をしている。(直前の重心の考えからもすぐ分かる) したがって、全体の重力の能率は $\frac{1}{2} g \lambda \ell^2 = Mg \times \frac{1}{2} \ell$ となる。すなわち点 O の回りの重力の能率は全ての重力が棒の中心 (重心) に集まったと考えたときの力の能率と同じである。従って、点 O から a 離れた点の上向きの力を f とすると、 $f a = \frac{1}{2} M g \ell$ 。



したがって、 $f = \frac{\ell}{2a} M g$ となる。

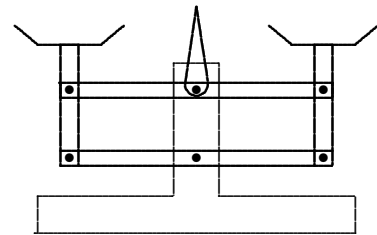
また、支点が支える力は棒にかかる合力が 0 であることより

$$Mg - f = Mg - \frac{\ell}{2a} Mg = \frac{2a - \ell}{2a} Mg$$

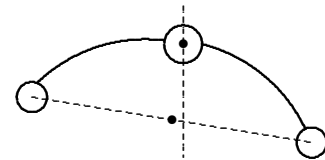
となる。力の釣り合いが保たれているときは、全ての点の回りの力の能率は 0 であるはずである。たとえば、 $\frac{\ell}{2}$ の点の周りの力の能率は $\frac{2a - \ell}{2a} Mg \times (-\frac{\ell}{2}) + \frac{\ell}{2a} Mg \times (a - \frac{\ell}{2}) = 0$ となる。また、 $a < \frac{\ell}{2}$ のとき、支点は下向きの力を与えることになる。

8 上皿天秤

上皿天秤は単純な 1 つの天秤棒ではなく、平行四辺形を用いる (平行リンクという)。模式的に表現した右図のように、平行四辺形の中央の 2 点を含む 6 点をピンで留めた構造をしている。左右のどちらかに天秤が傾いたときにも、それぞれの皿の支えは支柱に平行のままであり、皿は水平を保つだけでなく、原理は少し複雑になるが、分銅などを皿の中央に置かないときでも天秤の釣り合いの式が正確に保証される。



「やじろべえ」は天秤が曲がっており、傾くと 2 つのおもりの重心が支点の鉛直下方からずれ、しかも高くなる。これは、支柱から振り子がぶら下がっているのと同じ構造になっており、釣り合って振動するときは左右に同じ巾で振動する。



現実 (市販) の上皿天秤は上の 2 つの条件を満たすように設計されている。目的に応じて、

- 秤量 ひょうりょう … 最大のはかることができる量
- 感量 かんりょう … 応答することができる質量の最小の変化の量

を考慮して、上皿天秤を選ぶ。上皿天秤は重力の釣り合いを用いているが、同じ質量に対して同一地点では同じ重力が作用するはずだから、質量を測定する装置といわれる。ここで、上皿天秤の取り扱いを復習しておこう。

- ① まずはじめに調節ねじを操作して左右をつり合わせる。
- ② 薬包紙を皿にのせ、皿の汚れを防ぐ。
- ③ 上皿天秤で質量を測定するときは、測定したい物を左の皿に置き (利き腕とは逆の方)、分銅を右の皿に置いてつり合わせる。分銅をのせるときには、重い分銅からのせて、分銅の方が下がったら次に軽い分銅にのせかえて、分銅の方が下がらなかつたら次の分銅を加えていく。こうして、少ない回数で測定する。(物質のおよその質量が分からないときは、軽めの

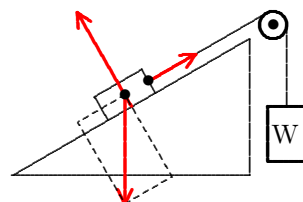
分銅から置く。重すぎる分銅をはじめに置いて、上皿天秤に衝撃を与え、器具を傷つけてしまうことがある。)

- ④ 薬品などははかりとるときには、分銅を左の皿にのせ、右の皿に薬品をのせる。
- ⑤ 分銅は手では触らないで、ピンセットで引っかけるようにして持ち上げる。
- ⑥ 上皿天秤は針が止まるのを待つのではなく、左右に同じ幅で振れていればつり合っている。
- ⑦ しまうときは、一方の皿に他方の皿を重ねておく。

9 誤解しやすい例を1つ考える。

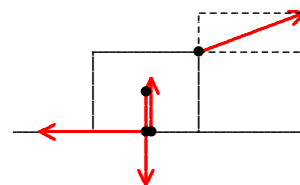
斜面と物体が滑らかに接触しているとき、物体に作用する力を図示すると図のようになる。

各力はその作用点、重力は重心から、糸の張力は糸の付け根から、面の垂直抗力は面と物体との接触面から矢線を引けばよい。この場合、合力が0となっているばかりでなく、各力の作用線は重心を通っているため、重心の回りの力の能率は0となり、したがってその和も0となることがわかる。



ところが上の図で糸の付け根がたとえば上にずれていたり、摩擦力が働いたり、下図のように直方体をロープで引っ張るとき、話は少し難しくなる。こんな時、糸の張力や摩擦力は直方体の中心の回りに力の能率をもち、直方体は時計回りに回転する。

現実には回転しないのだから力の表示が間違っていることになる。床の抗力の作用点は右にずれているはずだ。中学ではこれらを見逃した議論を行う。すなわち物体は質点と見なし、その大きさは議論の対象から外す。その意味で、斜面上の物体の力の表現もその作用点をどこに選んでも同じと見なす、という暗黙の約束の上に成り立っている。

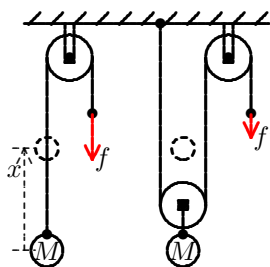


10 仕事は見方を変えても(座標系を変えて見ても)同じであるはずだ。仕事はできるだけ普遍的な「価値」を物体に与えるように定義したものだから、座標系が変わっても(見方を変えても)、仕事は同じでなければならない。このことが、「力」を定義するもっとも基本的な事柄であった。しかし、このことに関してのこれ以上の考察は大学生になってからの「力学」でのお楽しみだ。

さて、このことに深く関係している次のことを考える。糸が力を受けた結果が同じならば、途中の道筋(過程)によって、物体が得た価値—エネルギー(今のところ位置エネルギー)—は変わらないはずである、と考えられないだろうか。この考え方を「仕事の原理」という。例を考えてみよう。

質量 M の物体を定滑車を使って、高さ x まで引き上げる場合は、ロープを引く力は $f = Mg$ 、ロープを引く距離は x だから、 Mgx の仕事をしなければならない。このことは、高さ x の質量 M の物体の位置エネルギーが Mgx となることを意味していた。

一方、図の右側の場合のように、定滑車と質量を無視できる動滑車の連結を考える。ロープを引く力 f' は、左側の定滑車だけの場合の半分、すなわち $f' = \frac{1}{2}Mg$ となる。しかし、物体を同じ高さ x まで引き上げるには、距離 $2x$ だけロープを引かねばならない。したがって、ロープに加えられる仕事は $\frac{1}{2}Mg \times 2x = Mgx$ となり、定滑車一つを用いた場合と同じ仕事となる。



仕事の原理は同じ仕事をするのに、各種の道具などを工夫して実行するいろいろな方法があり得るが、そこでなされた仕事は同じであることを主張している。それは、結果として物体の位置エネルギーの変化に対応し、位置エネルギーははじめと後の2つの位置だけで決まるからである。坂道をジグザグに進むと力は小さくてすむが、移動距離は大きくなり、同じ高さにもものを持ち上げるのには同じ仕事をしなければならない。しかし、面と物体の間に摩擦力や、滑車の摩擦などを考慮すると、外部から加える仕事は同じとはならない。このように外部から加えた仕事は必ずしもその全てが位置エネルギーに変換されるのではなく、その一部は摩擦などを通して熱などのエネルギーに変換される。従ってこうした場合は、仕事の原理はそのままでは成り立たない。

11 さて、問題を解くときの幾つかの注意点を記す。

中学では質点にしる、剛体にしる基本的には力の釣り合いを問題にする。もし質点の運動の状態

が変化するとき、すなわち静止から運動へ、または運動状態から速度（速さや向き）が変わるならば、合力はそちらの方向に向いていることになる。力は注目している質点を中心に、それが他から受ける力のみ実線で示す。力の分解・分力は点線で示し、力との混乱を避けてほしい。力の表現で大切なことは、何が、何に、何を通じて作用する力であるかだ。及ぼし合う力、とか、斜面を滑り落ちようとする力などは混乱の元だ。剛体の問題は天秤、てこ、輪軸、滑車など特定の簡単なもののみがあらわれるから、あらかじめ練習しておけば事足りる。いずれも原理をしっかりと理解しておけば、これらの問題はいただきだ。

もう一つ今まで述べなかったが、力を考える上で、なくてはならない法則があった。いわゆる「作用反作用の法則」（ニュートンの第3法則）である。AがBに力をおよぼせば、逆にBはAに大きさが等しく、向きが逆の力（反作用）をおよぼす、というものである。2力の釣り合いと作用反作用を混乱することが多いが、力とは何が、何におよぼす力、と明確に記述することによってこの混乱は避けることができる。

2.5 圧力

物質は力を面を通して伝えることが多い。物質の内部や違う物質の境界において単位面積の平面を考えると、その面を通して互いに力をおよぼし合い、互いに大きさは等しく向きは逆である。一般に単位面積の面を通しておよぼし合う力を応力 (stress) といい、特に面に向かって垂直に押す力を圧力 (pressure) という。

図のように、質量が10kgで底面積が20cm²の均一な直方体の物体が水平な床の上にあり、その右側の面の中心を30Nの力で引っ張っているが動かないとする。すでにわかっている物体に加わる力は、垂直方向の重力 $mg = 10\text{kg} \times 9.8\text{m/s}^2 = 98\text{N}$ と水平方向の30Nである。物体は動かないのだから、床の面からこれらに釣り合う力を受けているはずである。床が物体に加える力は直方体の底面で均一だとするとする。

全体として、上方（面に垂直）に98N、左側に水平に30Nの力をおよぼす。面に垂直な力を垂直抗力、面に平行な力を摩擦力という。したがって、圧力は $\frac{98\text{N}}{20\text{cm}^2} = 4.9\text{N/cm}^2$ となる。

圧力のSI単位は、1Pa(パスカル) = $\frac{1\text{N}}{1\text{m}^2}$ である。

1m²=10000cm² だから

$$p = 4.9\text{N/cm}^2 = 4.9 \times 10000\text{N/m}^2 \\ = 49000\text{Pa} = 490\text{hPa}$$

圧力は重力単位を用いると便利なこともある。重力単位での力の単位はkg重であった。

「1kgの物体に加わる重力を1kg重」

したがって、10kg重 = $mg = 98\text{N}$ であり、上の例の圧力は

$$p = \frac{10\text{kg重}}{20\text{cm}^2} = 0.5\text{kg重/cm}^2 = 490\text{hPa} \text{ となる。}$$

「 $1\text{kg重/cm}^2 = \frac{9.8\text{N}}{10^{-4}\text{m}^2} = 980\text{hPa}$ 」

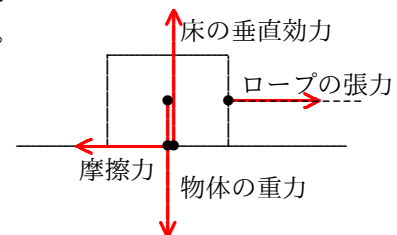
圧力のもう一つの単位は「気圧」である。大気圧の平均的な圧力で

「 1気圧=760mmHg \approx 1013hPa (1mmHgは水銀1mmの深さの圧力)」

と定義されている。したがって

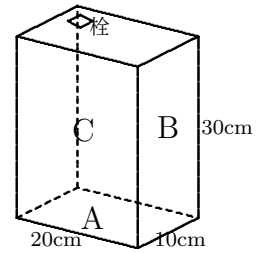
$$1\text{気圧} = 1013\text{hPa} = \frac{1013}{980}\text{kg重/cm}^2 = 1.033\text{kg重/cm}^2$$

すなわち、1気圧は、ほぼ1cm²あたり約1kgの物体を支えたときの圧力となる。



〔演習〕 物体にはたらく力や物体の運動について、あとの問に答えなさい。ただし、100gの物体に働く重力は1N(ニュートン)とする。(大阪府)

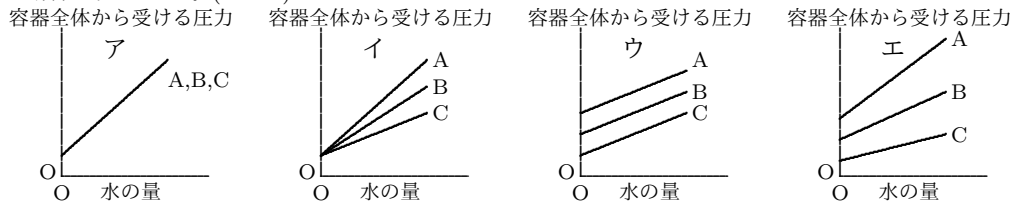
右図は、各辺の長さが10cm、20cm、30cmの直方体の容器を表したものである。栓のついたこの容器の質量は300gである。また、A、B、Cはすべて容器の外側の面である。それぞれの面の面積は、Aが200cm²、Bが300cm²、Cが600cm²である。



① この容器を空の状態ではA面を下にして、水平な机の上に置いた。

- (a) 机が容器から受ける力は何Nか。() N
 (b) 机が容器から受ける圧力は何Pa(パスカル)か。() Pa

② この容器を水平な机の上に置き、水を入れていくとする。このときA面、B面、C面それぞれを下にする場合について、次のア～エのうち、「容器に入れる水の質量」と「水を含めた容器全体から机が受ける圧力」との関係を表したものとして最も適しているものはどれか。一つ選び記号で書きなさい。ただし、ア～エ中のA、B、Cはそれぞれ、A面、B面、C面を下にした場合を示している。()



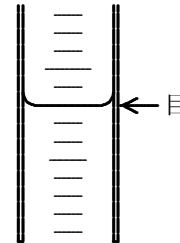
(①(a)3N, (b)150Pa ②エ)

2.6 流体(液体, 気体)による圧力

液体の体積を求めるにはメスシリンダーがよく使われる。

メスシリンダーの取り扱い方

水やアルコールなどを入れると、液面の中央がくぼみ、ガラス境界は上がる。逆に水銀は半月状に膨らむ。境界部分の体積はほとんど無視できるから、液体の体積は液面の中央で表せる。したがって目盛りを読むときは、



- ① メスシリンダーを水平な台の上に置き、
- ② 液面の中央を、同じ高さ(水平)に目を置いて、
- ③ 最小目盛りの $\frac{1}{10}$ まで読みとる。

密度は、ギリシャ文字 ρ で表現されることが多いのでこれを使う。密度の定義は

$$\rho(\text{密度}) = \frac{m(\text{質量})}{V(\text{体積})}$$

である。水の密度はおよそ $\rho = 1\text{g/cm}^3 = 1.0 \times 10^3\text{kg/m}^3$ である。いくつかの物質の密度を示す。一般的には、温度、圧力、その他の条件で変化する。

固体, 液体の密度 (g/cm³, 室温)

物質	密度	物質	密度	物質	密度
水 (0C°)	0.917	ガラス	2.4~2.6	木材	0.31~0.52
アルミニウム	2.69	鉄	7.86	金	19.3
水	1.0	ガソリン	0.66~0.75	水銀 (0C°)	13.59
海水	1.01~1.05	重油	0.85~0.90	エタノール	0.789

気体の密度 (g/L, 0C°1気圧)

物質	密度	物質	密度	物質	密度	物質	密度
酸素	1.429	窒素	1.250	空気	1.293	アンモニア	0.771
水素	0.0899	塩素	3.220	二酸化炭素	1.977	一酸化炭素	1.250

流体の中での圧力には次の基本的性質が成り立つ。流体内の全ての点の全ての方向の面積に対して、同じ圧力がかかっている。

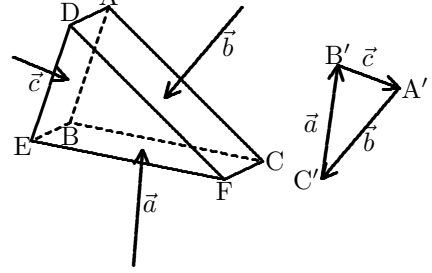
パスカルの原理

閉じこめられた液体のある部分に圧力を加えると、それと同じ強さの圧力で、液体のあらゆる方向、あらゆる部分に伝わっていく。

これは流体の中での力の釣り合いを調べればわかる。

図のように、静止した流体中に任意の仮想的な三角柱 ABC-DEF を考える。

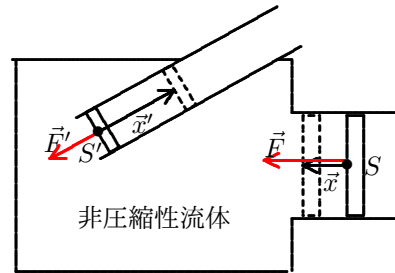
その流体は静止しているため、三角柱の表面に作用するすべての力はつりあっている。2つの底面 $\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ に働く力は打ち消しあう。三角柱の3つの側面に働く力 \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} は、それぞれの面に垂直であり、その合力が0となるから、その力の和は、 $\triangle C'B'A'$ をなす。 $\triangle C'B'A'$ は、 $\triangle CBA$ と相似になり、 a , b , c の比は BC, CA, AB を含む側面の面積に比例し、単位面積当たりの力であるそれぞれの側面での圧力はすべて等しくなる。



これを、もっと巧妙に、仮想仕事の原理で証明しておこう。

図のような2つのピストン S, ピストン S' を備えた容器に、簡単のため、圧力によって体積は変化せず(非圧縮性流体)、重力を無視できる流体を入れておいたとする。

容器には2つのピストンが準備されていて、横からはピストンの面 (S 面と呼ぶ、断面積が S) を押す力を \vec{F} , 斜め上からのピストンの面 (S' 面と呼ぶ、断面積が S') を押す力を \vec{F}' とする。容器の他の壁面は全く変化しないと考える。したがって、この2つの力 F , F' が釣り合っていると考える。S 面の圧力は $p = \frac{F}{S}$, S' 面の圧力は $p' = \frac{F'}{S'}$ である。



S 面を x だけ体積を増加させる方向に移動させる (図では $x < 0$) と S' 面は x' だけ体積が増加する方向に移動したとする。流体の体積は変化しないから、 $Sx + S'x' = 0$ であるから、 $x' = -\frac{S}{S'}x$ (図では、 $x < 0, x' > 0$)。

全ての力が釣り合っているとすると、この仮想的な微小変位による系がされる仕事は

$$Fx + F'x' = Fx - \frac{F'S}{S'}x = S \left\{ \frac{F}{S} - \frac{F'}{S'} \right\} x$$

である。釣り合いの条件(仮想仕事の原理)より、これが0となるはずである。従って、

$$p = \frac{F}{S} = \frac{F'}{S'} = p'$$

となる。ある面で加えられた圧力は、平衡状態(静止して、全て内部の変化が起こってしまった状態)では何処で測っても同じとなる。

上の「仮想仕事の原理」の適用には、質点や剛体の釣り合いへの適用から飛躍しているように思えるかも知れない。しかし、 \vec{F} と \vec{F}' を結びつけるように定滑車(力の向きの変更)、天秤(力の大きさの変更)、それらを結ぶロープを流体内に適切に設定し(流体外ならば、さらに棒などの斥力を伝える道具が必要)、微小変位 x だけを考えればよいようにすることができる。したがって、ここには大きな飛躍はない。

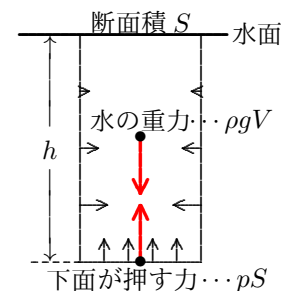
物質の3態、気体、液体、固体のうち気体は、各分子が互いに影響を及ぼさずに自由に飛び回っている状態である。ボールが壁にあたって跳ね返されると反作用で壁は力を受ける。多くの分子が集まってできている気体は壁から力をうけるが、壁は気体から外側に向けて連続的に力を受ける(運動量の変化は力積に等しい。これらのことは後で学ぶ)。単位面積当たり(1 cm² 当り)のこの力が圧力である。同じ体積のもとで温度が上がると気体分子がより高速に飛び回ると圧力が上がることになる。ところでこの分子の速度は非常に速く、分子の種類と温度によって変わるが常温で空気の場合秒速 1 km 位である。したがっていまここにある分子は1秒後には1 km 先に飛んでいっていることになる。しかしこれは信じ難い。ここで出したおならの分子が1秒後に1 km 先まで到達し臭く感じられることになるからだ。実は気体であっても全く自由に飛び回っているわけではなく他の分子と頻りに衝突して互いに反発しながら動き回る。平均すると1 μm (マイクロメートル = 10^{-6}m) から 0.1 μm 進むと衝突して運動方向を変えてしまう。これは、煙の分子は少しづつしか広がらないことから納得できる(拡散)。分子はあらゆる方向に衝突を繰り返しながら運動するので壁の向きを色々変えても圧力は同じとなる。パスカルの原理はこうした考察からも予想できる。しかし、これは証明したことにはならない。

地表における水中では大気圧より大きな圧力を受ける。

仮想的に、水面を上面とする直方体の水の柱を考える。仮想的な直方体は十分に薄くて軽くしっかりしたプラスチックでできた容器で中には水が充満していると考えればよい。直方体の底面(上面、下面)の面

積は S 、高さは h としておくと、体積 V は $V = Sh$ となる。水の密度 ρ は一定とする。(簡単のため、密度だけでなく、重力加速度 g も一定とする。そのため、上空の大気による浮力などの厳密な計算には適用できない)。水中での圧力は水の重力による圧力だけでなく、大気圧も加わる。流体内の圧力は大気圧を基準に議論すれば良いことが多い。大気圧を基準に測った圧力をゲージ圧ということもある。

この仮想的な直方体の質量は ρV で、それにかかる重力は $g\rho V$ となる。水の柱は静止しているから、その左右の側面の深さによって決まる圧力から決まる合力は釣り合っている。図ではうまく表せていない手前と裏側の側面の合力も釣り合っている。一方、上下方向の力も釣り合っているはずである。水の柱の重力は柱の重心に $g\rho V$ の大きさで下向きに作用している。直方体の下の底面での圧力を p とすると、底面を通して、上向きに pS の力が作用する。直方体の上面での圧力は 0 と考えておく (ゲージ圧)。したがって $pS = g\rho V$ となる。よって $p = g\rho h$ である。



この結果は一見分かりにくそうに見えるが、具体的な例を考えると非常に簡単な結論になっている。たとえば、水深 10m での圧力は $p = g \times \rho \times h = g \times 1.0\text{g/cm}^3 \times 10.0 \times 10^2\text{cm} = g \times 10^3\text{g/cm}^2 = 1\text{kg 重/cm}^2$ となる。これは、既に述べた約 1 気圧に相当する。

100g の物体に加わる重力を 1 N とする ($g = 10\text{m/s}^2$)。同じく水 ($\rho = 1.0\text{g/cm}^3$) で $h = 50\text{cm}$ とする。ここでの圧力 p は $p = 50\text{g 重/cm}^2 = \frac{50}{100}\text{N/cm}^2$ となる。すなわち、水の場合深さ $h[\text{cm}]$ での圧力は $h\text{g 重/cm}^2 = \frac{h}{100}\text{N/cm}^2$ である。一般の液体では比重 (水の密度に対するその液体の密度の割合) が 1 ではないから、その比重に比例して圧力が変化する。石油の密度を $\rho = 0.7[\text{g/cm}^3]$ とすると、深さ 50cm での圧力は $p = 0.7 \times 50\text{g 重/cm}^2 = 35\text{g 重/cm}^2 = \frac{35}{100}\text{N/cm}^2$ となる。比重が小さいほど圧力は小さくなる。

一般に、100g の物体に加わる重力を 1 N とすると、密度 $\rho[\text{g/cm}^3]$ の液体の中では 1cm 深くなると、圧力は $\rho\text{g 重/cm}^2 = \frac{\rho}{100}\text{N/cm}^2$ だけ大きくなる。

上の議論、すなわち、重力がある場合の流体中の圧力を仮想仕事の原理で導いておこう。

パスカルの原理を導く際の図で、面 S は面 S' より h だけ深いとする。流体の密度は簡単のため一定としておく。

仮想変位 x に対して、質量 $S'x'\rho$ の流体が h だけ重力に逆らって持ち上げられるから、流体は $gS'x'\rho h$ の仕事をされる。したがって、仮想仕事は

$$Fx + F'x' + gS'x'\rho h = S\left\{\frac{F}{S} - \frac{F'}{S'} - g\rho h\right\}x$$

である。仮想仕事の原理よりこれが 0 となるから、

$$p = p' + g\rho h$$

となる。 S' を基準 (例えば水面) にすると、 $p' = 0$ である。

ここでは、簡単のため密度一定の議論を行ったが、密度が深さによって変わったときでも同じように議論することができるが、難しくなる。さらに、上の議論では、移動方向 x 、体積変化の符号、仕事の符号等の取り扱いが曖昧で混乱を起こすおそれがある。複雑な系を議論する段階で、統一した取り扱いを学ぶ必要がある。また、「力の釣り合い」の仮想仕事の原理は、熱に関わることが問題となるときは「熱的な平衡条件」を含まなければならなくなる。これらは「熱学」として大学で学ぶ。さらに、大気は、たとえ定常 (時間的に変化しない) を仮定しても、熱平衡条件は成り立っておらず、上空に行くにしたがって、温度、圧力がどう下がるのかは、難しい問題である。

以下の例題は流体中の圧力と重力の関係を考える良い問題である。問題自身が適切な解説になっている。

【例題 1】 底面積 200cm^2 、重さ 20N、深さ 30cm の容器 A が、底面積 100cm^2 、深さ 60cm の円筒形の容器 B と、ゴム管で連結されている。容器 B はつるされて一定の高さで固定されている。ゴム管の重さとゴム管の中の水の重さと体積は無視し、水 100cm^3 の重さを 1 N として以下の間に答えよ。答えの数値や式の係数は分数で答えてもよい。(13, 灘高)

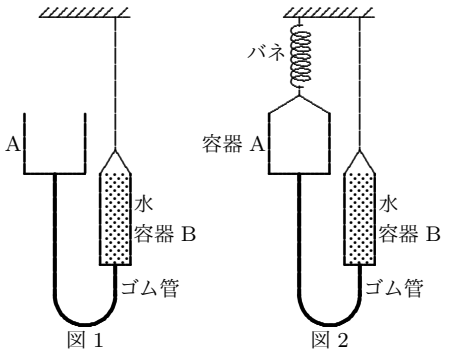
問 1 容器 B に 6000cm^3 の水を入れ、容器 A を手で支えて図 1 のような状態にした。図 1 の状態から容器 A の位置を $x[\text{cm}]$ 下げたとき、容器 A の底から $y[\text{cm}]$ のところまで水が入ってきたとする。次の文の に当てはまる式を、 y を用いた式で答えよ。

[文] 容器 A 内に入った水の体積は① cm^3 であり、これが容器 B から出た水の体積と一致することから、容器 B 内の水面は容器 B の上端から② cm 下がることがわかる。このことと、両容器の水面が同じ高さになることから、 x と y の間に、 $x =$ ③ の関係式が成り立つ。また、このとき容器 A とそ容器 A 中の水を支えるのに必要な力は④ $[\text{N}]$ である。

同様に、容器 B に 6000cm^3 の水を入れ、 2N の力が加わるごとに 1cm 伸びるバネを用いて、容器 A を図 2 のようにつるす。容器 A を手で支えて図 2 の状態にしたとき、バネは丁度自然の長さになっていた。図 2 の状態から容器 A を、ゆっくりと $x[\text{cm}]$ 下げたところで、手で支えなくてもつりあわせることができた。ただし、バネは伸びきらないものとする。

問 2 容器 A がバネから受ける力を x を用いた式で表せ。

問 3 このときの x を求めよ。



答え 問 1. ① $200y$ ② $2y$ ③ $3y$ ④ $20 + 2y$ 問 2. $2x(\text{N})$ 問 3. 15cm

[例題 2] ピストンの重さが 2N 、断面積が 10cm^2 の注射器を、水面にまっすぐ立てて固定しました。しばらく置くと、図 1 のように、ピストンの下面は水面より低くなったところで静止しました。水の密度は $1\text{g}/\text{cm}^3$ 、大気圧は $10\text{N}/\text{cm}^2$ 、質量 100g の物体にかかる重力の大きさを 1N として、次の問 1～問 6 に答えなさい。(11, 洛南高)

問 1 水がピストンを上向きに押す力の大きさは何 N ですか。

問 2 ピストンの下面は水面から何 cm 下がっていますか。

次に、図 2 のように、ピストンを真上に引っ張って、ピストンの下面がちょうど水面と同じ高さになるようにしました。

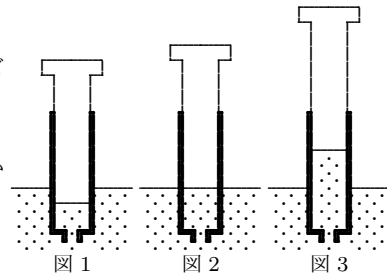
問 3 水がピストンを押す力の大きさは何 N ですか。

問 4 このとき、ピストンを引いている力の大きさは何 N ですか。

さらに、図 3 のように、ピストンを真上に引っ張って、ピストンの下面が水面から 10cm 上になるようにしました。

問 5 ピストンが水に対して下向きに加える圧力の大きさは何 N/cm^2 ですか。

問 6 このとき、ピストンを引いている力の大きさは何 N ですか。



答え 問 1. 102N 問 2. 20cm 問 3. 100N 問 4. 2N 問 5. $9.9\text{N}/\text{cm}^2$ 問 6. 3N

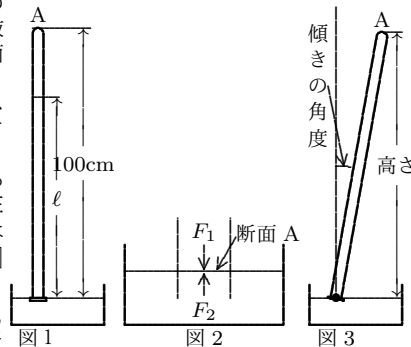
[例題 3] 次の文の () に最も適当な式を式群から選び、記号で答えなさい。また、問いに答えなさい。ただし、 $100[\text{g}]$ の物体にはたらく重力を $1[\text{N}]$ とし、高さは容器内の水銀の液面から測るものとする。(11, 大阪信愛女高)

一端を閉じた細いガラス管に水銀を満し、空気が入らないようにして、図 1 のように水銀の入った容器の中で、口を下にしてまっすぐに立てた。容器の水銀の液面からガラス管の閉じた端までの長さは $100[\text{cm}]$ である。ガラス管内の水銀の液面は高さ $\ell[\text{cm}]$ まで下がったところで静止し、上に真空の部分があった。

図 2 は図 1 のガラス管が容器の水銀中に入っている部分の拡大図である。ガラス管の断面 A のところで、上から加わる力 F_1 と下から加わる力 F_2 がつりあっている。ガラス管の断面積を $S[\text{cm}^2]$ 、水銀の $1[\text{cm}^3]$ あたりの質量を $d[\text{g}]$ とする。容器の液面上にある水銀の体積は (①) $[\text{cm}^3]$ だから、その質量は (②) $[\text{g}]$ である。上から加わる力 F_1 は (③) を使ってあらわすと (④) $[\text{N}]$ となる。また、大気圧を $P[\text{N}/\text{cm}^2]$ とする。断面 A に下から加わる圧力は P と等しいので F_2 は (⑤) $[\text{N}]$ である。したがって、大気圧 P は d と ℓ を使ってあらわすと (⑥) $[\text{N}/\text{cm}^2]$ である。

[式群]

(ア) S (イ) $S\ell$ (ウ) dS (エ) PS (オ) $dS\ell$ (カ) $\frac{d\ell}{100}$ (キ) $\frac{dS\ell}{100}$



問 1 水銀の $1[\text{cm}^3]$ あたりの質量は $13.6[\text{g}]$ である。図 1 で水銀の液面の高さ ℓ は $\ell = 76[\text{cm}]$ であった。大気圧 P は何 $[\text{N}/\text{cm}^2]$ ですか。小数第 2 位を四捨五入して、小数第 1 位まで求めなさい。

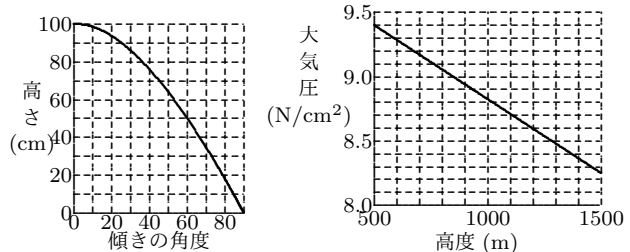
問 2 次に図 3 のように点 O を支点としてガラス管を傾けていくと、ガラス管内の水銀の液面の高さはどうなりますか。次の (ア)～(ウ) から選び記号で答えなさい。

(ア) $76[\text{cm}]$ よりも高くなる。 (イ) $76[\text{cm}]$ のまま (ウ) $76[\text{cm}]$ より低くなる。

問 3 ガラス管を傾けていくと、ガラス管内の真空部分は小さくなっていく。右のグラフは、ガラス管を傾ける角度と点 A の高さの関係を示している。真空の部分がなくなるのは何度傾けたときですか。次の (ア)～(エ) から適当なものを選び、記号で答えなさい。

(ア) 20° (イ) 40° (ウ) 60° (エ) 80°

問 4 この装置を山の頂上にもっていき、測定したところ $\ell = 64[\text{cm}]$ であった。右のグラフは海面からの高さで大気圧の関係を示している。例にならって、山の高さを百の位まで求めなさい。(例) 300m , 1700m



答え ① (イ) ② (オ) ③ (キ) ④ (エ) ⑤ (カ) 問 1. $10.3\text{N}/\text{cm}^2$ 問 2. (イ) 問 3. (イ) 問 4. 1100m

[例題 4] 次の文章の () 内に適当な数値または数式を入れよ。ただし、質量 1kg の物体に働く重力の大きさを 10N 、 $1\text{hPa} = 100\text{N}/\text{m}^2$ として計算せよ。(甲陽学院高)

ア(), イ(), ウ(), エ(), オ(), カ(), キ()

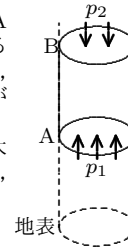
表 1 は 3 か所の高度で測定した大気圧である。高度 $0 \sim 1000\text{m}$ の範囲で高度 $x[\text{m}]$ での大気圧 $p[\text{hPa}]$ を x の 1 次式で表すと、 $p = 1013 - (\text{ア})x$ となる。この式がそのまま 1000m より上空でも使えるとすると、高度 5000m での気圧は (イ) $[\text{hPa}]$ であり、表 1 の測定値と合わない。このようない違いは、高く上るにつれて大気密度が薄くなることを見落としたためである。そこで、大気密度も次第に減少することを考慮に入れた大気柱のモデルを考えてみよう。

表 1

高度 [m]	大気圧 [hPa]
5000	540
1000	897
0	1013

右図は、地表から真上に伸びる底面積 1m^2 の円柱の大気柱を A と B の位置で分けてみたものである。A から B までの大気の密度は、大気圧と同様にしだいに減少していく。地表での大気圧は、地表より上にある全部の大気の重さによって生じる。同様に A での大気圧は、A より上にある全部の大気の重さによって生じ、B での大気圧は、B より上にある全部の大気の重さによって生じる。この大気柱の中で上下の空気の流れがないとき、物体に働く力の釣り合いと同様に大気中に働く力が釣り合うと考えても良いとする。

図に示した「大気柱 AB」に働く力は釣り合っている。A が高度 500m、B を高度 1000m の位置とし、大気柱 AB の大気の平均密度を $C[\text{kg}/\text{m}^3]$ とする。A の下から「大気柱 AB」を押し上げる大気圧を $p_1[\text{hPa}]$ 、B の上から「大気柱 AB」を押し下げる大気圧を $p_2[\text{hPa}]$ とすると、力の釣り合いの関係から、 $p_1 - p_2 = C \times (\text{ウ}) \cdots \textcircled{1}$ という関係が成り立つことがわかる。



①式は「大気柱 AB」に働く力の釣り合いから得られたものであるが、全く同様の関係式が地表から A までの 500m の大気柱に対しても成り立つ。この大気柱の大気の平均密度を $C'[\text{kg}/\text{m}^3]$ 、地表の大気圧を $p_0[\text{hPa}]$ としたとき、①式の (ウ) を用いて、 $p_0 - p_1 = C' \times (\text{ウ}) \cdots \textcircled{2}$ という関係が成り立つ。

さて、地表と高度 1000m の 2 地点を観測したところ、表 2 の測定値が得られた。これと①式、②式を用いて高度 500m での大気圧 $p_1[\text{hPa}]$ を求めてみよう。ただし、大気の平均密度は大気の両端における密度の平均値とする。

位置	高度 [m]	大気圧 [hPa]	大気密度 [kg/m ³]
B	1000	897	1.09
A	500	p_1	y
地表	0	1013	1.25

①式、②式は表 2 の数値や文字 p_1, y を用いて、それぞれ③式、④式のように表せる。

$$p_1 - (\text{エ}) = \frac{y + 1.09}{2} \times (\text{ウ}) \cdots \textcircled{3}, \quad (\text{オ}) - p_1 = (\text{カ}) \times (\text{ウ}) \cdots \textcircled{4}$$

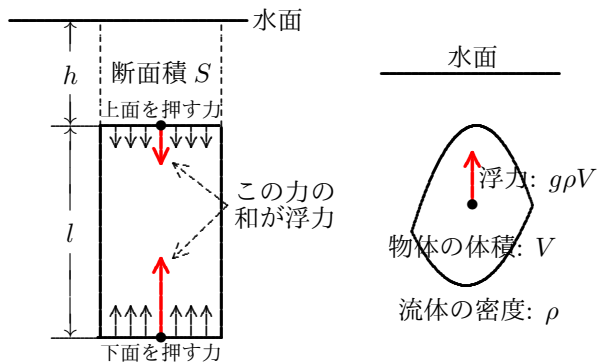
③式と④式から、高度 500m での大気圧 p_1 は (キ)[hPa] と求められる。

答え (ア) 0.116 (イ) 433 (ウ) 50 (エ) 897 (オ) 1013 (カ) $\frac{y + 1.25}{2}$ (キ) 953

大気は熱的に平衡状態ではなく、太陽からのエネルギー (約 6000℃ の光のエネルギー) を受け、地上からは平均 15℃ の熱エネルギーを宇宙に放射しており、大気の垂直方向の温度、密度の分布を理論的に求めることは難しい問題である。平衡状態 (等温大気) と仮定すると、圧力と密度は反比例し、未知数は例えば圧力だけとなり、理論的な解は得られるが、それさえ気体の平衡状態についての基礎的な学習をもっと進めた後でなければ理解できない。上の問題は、こうした難しい課題を、観測データをもとに実用的に予測する方法として、密度を 2 つの高度の平均で近似して圧力を求めようとするものである。単位さえ注意すれば簡単である。

2.7 浮力

底面の面積が S 、高さが l の直方体が上面の深さが h のところまで水に浸かっているとす。側面は同じ深さのところまで前後、左右の圧力が同じだから、対面した各部分に付いて力は釣り合っている。上面を下向きに押す全圧力は $gh \times S$ 、下面を上向きに押す全圧力は $g\rho(h + l) \times S$ である。結局、直方体に加わる圧力による合力は上向きで、その大きさは $gplS = g\rho V$ となる。これが直方体に加わる浮力である。



複雑な形状をした体積 V の物体もそれを縦に細長い四角柱に分割して考えると、結局物体に加わる浮力は $gplS = g\rho V$ となることがわかる。ここで間違ってはならないことは ρ は流体の密度であり、物体の密度ではない。

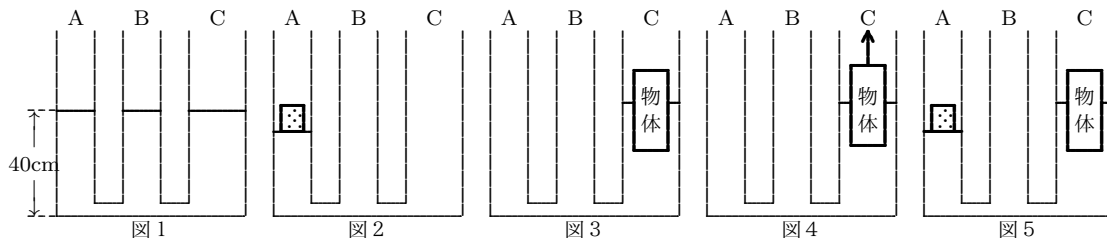
アルキメデスの原理

流体中の物体に働く浮力の大きさは、その物体と同体積の流体の重力に等しい。

もみ もみがら もみす げんまい せいまい せいはいまい
 籾から籾殻を取り除く作業を籾摺りといい、籾摺りしたものが玄米、これを精米したものが精白米あるいは白米、取り除かれたものが米糠である。稲の苗は籾に適度な水分と温度を与えて発芽させたものである。籾には胚、胚乳が充分発達してなく (通常軽くなる)、種として不適切なものが混じっている。これを選別するため、籾を適当な濃度の食塩水に入れ、沈んだ籾だけを種籾として用いる。食塩水は濃度が増加すると密度も増加するからである。殻ばかりで実のない籾を糝・秕 (しいな、しひな)、あるいはシイラという。こうした選別は多くの分野で行われている。

ここで、少し古いが非常に有名な問題を考察しておこう。

〔例題〕 図 1 のような円筒 A、B、C の下部をパイプで連結し底から 40cm の高さまで水を入れる。これらの円筒断面積は、A、B、C の順に 20cm^2 、 20cm^2 、 30cm^2 である。水の密度は $1\text{g}/\text{cm}^3$ とし、ピストンと円筒の間の摩擦などはないものとする。また、各種の操作で水が減少することはない。(大阪教育大付属池田改)



説明を分かりやすくするため、100gの物体に加わる重力を1Nとしておく(結果はこれに依存しない)。

- (1) まず、図2のようにAの円筒の断面に合わせて、重さの無視できるピストンを水面に密着させ、その上に質量140gのおもりをのせ、全体を静止させる。AとBの水面の高さはいくらか。(7cm)

x cmの差だとすると、ピストンの下面では $\frac{1.40}{20} = \frac{x}{100} \times 20$ の圧力が加わる。 $x = 7$

- (2) つぎに、図3のように、質量140g、体積 200cm^3 の物体をCの円筒内に浮かべて、全体を静止させた。このとき、Aの水面の高さは底から測っていくらか。(42cm)

重りの重力1.4Nと重りにかかる浮力は等しく、1.4Nの浮力を与える水の体積は 140cm^3 。

全体として、図1より水面は $\frac{140}{20+20+30} = 2\text{cm}$ 上昇する。

- (3) つづいて、図4のように、(2)の物体をバネばかりで引っ張り、全体を静止させたところ、Bの水面の高さは、底から測って41cmであった。このとき、バネばかりの示す値は何Nか。(0.7N)

図1を基準にして、体積が $1 \times (20 + 20 + 30) = 70\text{cm}^3$ 増加したから、沈んでいる重りは 70cm^3 であり、浮力は0.7Nとなる。

したがって、 $1.4\text{N} - 0.7\text{N} = 0.7\text{N}$

- (4) 最後に、図5のように、(1)で使ったピストンとおもりをAの水面にのせ、(2)に使った物体をC内に浮かべて、全体を静止させる。Bの水面の高さは、底から測ってどれだけになるか。(44cm)

Bの水面が図1を基準にして、 x cm上昇したとすると、Aは $(x - 7)\text{cm}$ の上昇となる。

図1に比べ体積は 140cm^3 増加するから $20(x - 7) + 20x + 30x = 140$, $x = 4$, Bの水面の高さは4cm上昇する。

(注) 地上での圧力、浮力の問題はほとんどの力の原因が重力となり、運動、エネルギーなどの議論をしない限り重力単位を用いた方が便利が多い。教科書から完全に重力単位は排除されているが、07年度の入試問題には一部重力単位が用いられていた。上の問題は重力単位であつた方が簡単。学習が進み、式で物理現象の理解を深めていくにしたがって、SI単位などの単位の問題はだんだん解消する。

〔例題〕 図1のように、底面積 20cm^2 、重さ10Nの円柱をバネはかりにつるし浮力の実験を行った。クランプをゆっくり下げながら円柱を水中に入れていったとき、円柱の底面が水面から沈んだ距離とバネはかりの目盛りの値との関係が図2のようになった。ただし、水の密度は 1g/cm^3 とし、100gの物体に加わる重力を1Nとする。次の問に答えよ。

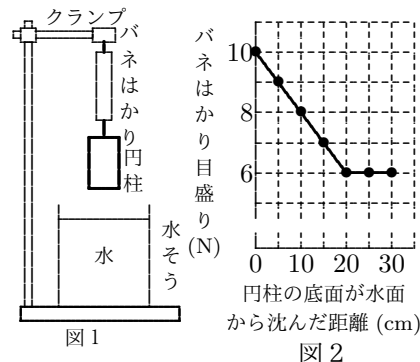
- (1) 水中の物体に浮力が働く理由は次のどれか。一つを選んで記号で書け。

- ア. 水と物体の密度がちがうから。
- イ. 物体の質量は水中で大きくなるから。
- ウ. 水の圧力は深いほど大きいから。
- エ. 物体の質量は水中で小さくなるから。

- (2) 円柱の底面が水面から沈んだ距離が10cmのとき、円柱に働く浮力の大きさはいくらか。グラフから求め、次から一つ選べ。

ア. 2N イ. 4N ウ. 6N エ. 8N

- (3) 円柱の密度はいくらか。



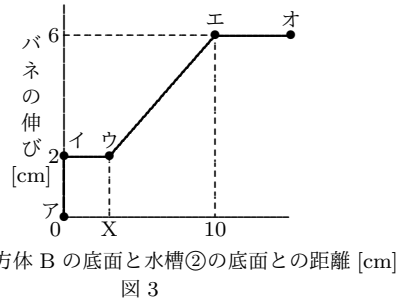
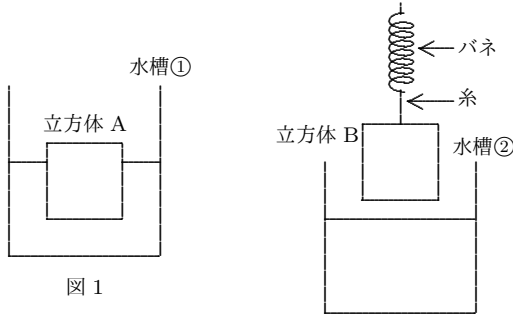
((1) ウ (2) ア (3) $10\text{N} \cdots 1000\text{g}$, 体積 $\cdots 20 \times 20 = 400(\text{cm}^3)$, $\frac{1000}{400} = 2.5(\text{g/cm}^3)$)

〔演習1〕 次の〔実験1〕,〔実験2〕について、以下の各問に答えなさい。ただし、実験で用いた水槽①、水槽②は、それぞれ底面が一辺20cmの正方形で、高さが十分にあり、底面から10cmの高さまで水が入っています。また、質量100gの物体に働く重力の大きさを1Nとし、水の密度は 1g/cm^3 とします。(14, 上宮高)

〔実験1〕一辺が10cmで質量が800gの立方体Aを水槽①に入れると浮いた。図1はそのときの様子を表している。その後、立方体Aにおもりをのせた。

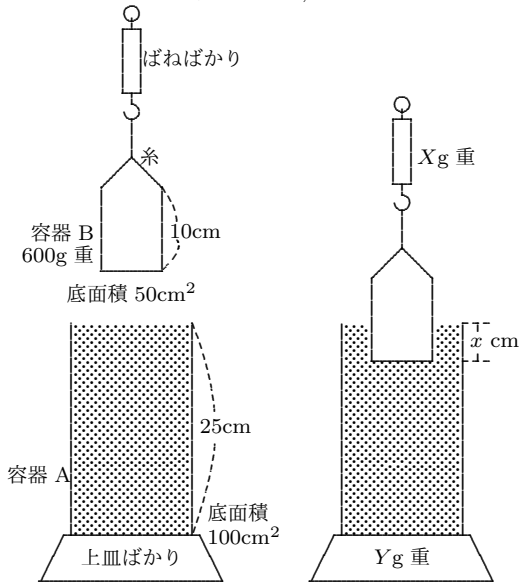
〔実験2〕図2のように、ばねに一辺が10cmの立方体Bを、水槽②の水面よりも高い位置につるした。その後、ばねにつるしたまま、立方体の底面と水槽の底面を常に平行に保ちながら、立方体を水の中に入れていった。図3は、そのときの「立方体Bの底面と水槽②の底面との距離」と「ばねの伸び」との関係を示したグラフである。

ただし、バネおよびおもりをつなぐ糸の質量は考えないものとし、この実験で用いたバネは、2.5Nの力を加えると1cm伸びるものとする。



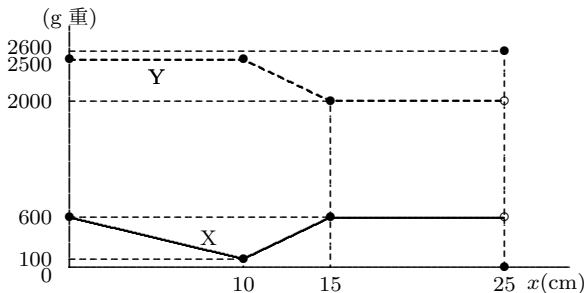
- 問1 図1のとき、立方体Aに働く浮力は何Nですか。
 問2 図1のとき、立方体Aの水中有る部分の体積は何 cm^3 ですか。
 問3 立方体A全体を水の中に入れるには、少なくとも何gのおもりが必要ですか。
 問4 立方体Bの質量は何gですか。
 問5 水面から立方体Bの上面が5cm出ているとき、バネの伸びは何cmですか。
 問6 図3のXの値はいくらですか。
 問7 立方体B全体を水の中に入れた瞬間を表す点を、図3のア～オの中から1つ選んで、記号で答えなさい。
 答え 問1. 8(N) 問2. 800(cm^3) 問3. 200(g) 問4. 1500(g) 問5. 4(cm) 問6. 2.5 問7. ウ

〔演習2〕 深さ25cm、底面積 100cm^2 の筒状の容器Aに満杯の水が入っていて(表面張力による水面の盛り上がりなどは無視する)、上皿ばかりにのせられている。もう一つ、重さ600g重で、深さ10cm、底面積 50cm^2 の筒状の容器Bがあり、ばねばかりから糸でつり上げられている。「g重」は力の単位で、1g重は水 1cm^3 の重さに等しい。ばねばかりを下降させることにより、つり上げられた容器Bを、容器Aの中へゆっくりと入れていく。容器Aの口から(下向きにはかかった)容器Bの底面までの距離を $x\text{cm}$ とする。容器Aの口から外側にあふれ出た水は速やかに流れ去り、他に影響を与えないものとする。容器Aの重さと容器Bの厚みは無視するものとする。ばねばかりの読みを $X\text{g}$ 重、上皿ばかりの読みを $Y\text{g}$ 重とする。最初 $x=0$ のとき、 $X=600$ 、 $Y=2500$ である。以下の〔①〕～〔⑩〕に適する値を答えよ。(16、灘高)



- $x=5$ のとき、 $X=[\text{①}]$ 、 $Y=[\text{②}]$ である。
 $x=10$ のとき、 $X=[\text{③}]$ 、 $Y=[\text{④}]$ である。
 $x=10$ をすぎると、水が容器Bの中流れ込んでいく。
 $x=11$ のとき、 $X=[\text{⑤}]$ 、 $Y=[\text{⑥}]$ である。
 その後、 $x=[\text{⑦}]$ をすぎると、 X 、 Y の値は一定のままになる。
 これらの値は $X=[\text{⑧}]$ 、 $Y=[\text{⑨}]$ である。
 $x=25$ になると糸がたるんで、 X 、 Y の値はそれぞれ別の値に変化する。
 これらの値は、 $X=[\text{⑩}]$ 、 $Y=[\text{⑪}]$ である。

略解(一次関数の知識を用いる)
 $x=0$ では、 $X=600$ 、 $Y=2500$
 $x=10$ では、 $X=100$ 、 $Y=2500$
 よって、 $x < 10$ では、 $X=600-50x$ 、 Y は変わらず、 $Y=2500$
 容器Bが完全に水没するのは、 $\{25-(x-10)\} \times 100 = 2000$ (水量)
 $x=15$ 、そのとき、 $X=600$ 、 $Y=2000$
 よって、 $10 < x < 15$ では、 $X=100x-900$
 $X+Y=2600$ より、 $Y=3500-100x$
 $15 < x < 25$ では、変化がなく、 $X=600$ 、 $Y=2000$
 $x=25$ で容器Aの底に着く。
 $25 < x$ では、糸がたるみ、 $X=0$ 、 $Y=2600$



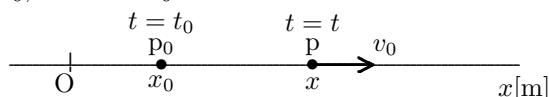
- ①350 ②2500 ③100 ④2500 ⑤200 ⑥2400
 ⑦15 ⑧600 ⑨2000 ⑩0 ⑪2600

〔解説〕
 本来は、 x が1増加するごとに、
 $0 < x < 10$ では、浮力は50g重ずつ増加する、すなわち、 X の x の1次の係数は-50、
 $10 < x < 15$ では、容器Aには 100cm^3 の水が増える、すなわち X の x の1次の係数は-100、
 に基づいて、議論を進めるべきだろう。しかし、これは間違いやすい。

2.8 運動とエネルギー

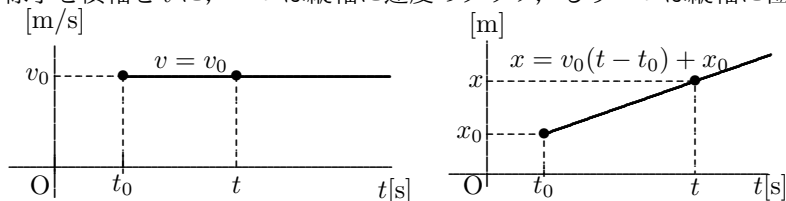
2.8.1 等速直線運動と慣性の法則

直線上を一定の速さ v_0 [m/s] で運動している点Pを考える。よく例に出されるのが、広い体育館の適当な位置から床の面内でドライアイスの固まりを投げ出したとき、ドライアイスはその最初の速さを一定に保ったまま、体育館の端の壁にぶつかるまで一直線に進む。ドライアイスはアイスクリームを買ったときに一緒に箱に詰めてくれる二酸化炭素の固体で、通常、固体の表面から直接二酸化炭素の気体が吹き出し（これが昇華だということは知っている）、これが潤滑油の働きをして、ドライアイスと床の抵抗を非常に小さくする。いいかえれば、床面を運動する方向にはほとんど力が作用しない。運動する方向に x 軸をとり、時刻 $t = t_0$ 、位置 $x = x_0$ でドライアイスを投げたとする。



速さが v_0 [m/s] だから、 x は一次関数で表され、 $x = v_0(t - t_0) + x_0$ になる。このとき、 x が減少する方向にドライアイスを投げたときにも、この式が使えるようにするためには、 v_0 を負の値にもなるように定義しておかねばならない。一般に「位置の変化の割合」を速度と定義する。直線運動の場合、速度は x が増加する方向の場合は速さに一致し、 x が減少する方向の場合は速さに負号をつけたものとなる。そして、速さは速度の絶対値（大きさ）になる。

この様子を横軸を t に、一つは縦軸に速度のグラフ、もう一つは縦軸に位置のグラフに描いてみる。



一般に、

$$(\text{速度}) = \frac{(\text{位置の変化})}{(\text{要した時間})}$$

と定義する。したがって速度が一定とは、その速さだけでなく、向き・方向も一定であることを指す。従って、必ず一つの直線上を運動することになる。「一つの直線上で速さが一定の運動」を「等速直線運動」という。それは決して「等速度直線運動」とは言わない。等速度ならば、直線上をしかも同じ速さで運動するからである。速さが一定で、速度が変わる運動の典型は、円周上を一定の速さで運動する、円運動がある。速度の向きは時々刻々変化するが速さは一定である加速度運動である。

等速直線運動がどうして実現するのか、を考えよう。ドライアイスと床面の間には、進行方向に（もちろん上下方向にも）何ら力が働かなかった（物体に働く合力が0と言う意味）。したがって、進行方向の速度を変化させる原因が考えられない。速度の変化の割合—加速度 a —は、速度を変化させる原因—力 f —によって引き起こされる。これを定式化したのが、**慣性の法則**である。

慣性の法則

外から物体に力が働かない限り、永遠に静止または等速直線運動を続ける。

（静止しているものは、永遠に静止し、運動しているものは、永遠に等速直線運動する。）

「慣性」は、運動している物体が惰性的にそのままの運動を続けようとする性質、という程度の意味である。列車に乗っている乗客は、列車の急ブレーキによって進行方向につんのめる様子を想定すればよい。

2.8.2 等加速度運動と力学的エネルギー保存の法則

鉄球が空気の抵抗を受けなくて自由落下すると、その速さは一定の割合で速くなる。この速さの変化の割合を加速度と言う。自由落下の場合は重力加速度といい、 $g = \text{約 } 9.8\text{m/s}^2$ となる。すなわち毎秒毎秒 9.8m の割合で速さが速くなる。これは物体の自由落下の過程で物体に働く力（重力）が一定であり、加速度が力に比例していることによる。重力は物体の運動状態によらず同じ大きさなのである。

われわれは自由落下を分析して、いろいろなことを学ぶことができる。

- 1 速さが一定の運動では時間 t の間に動いた距離 x は時間に比例し、速さを v とすると $x = vt$ であった。静止していた物体が直線上を等加速度 a で運動した時、速さ v 、動いた距離 y は

$$v = gt, \quad x = \frac{1}{2}at^2 \quad (2.14)$$

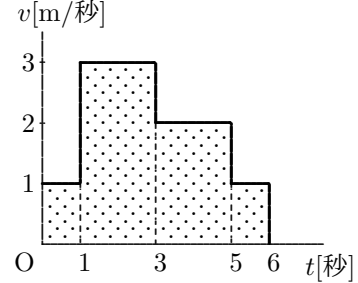
となる。どうして、速さから道のりが得られるのか、後で何度も同様の議論が必要になるから、ここで明確に理解しておこう。高校では「積分」の考えでもっと厳密にこれを理解する。

はじめに、速さ $v = 1\text{m/秒}$ で 1 秒間、続いて速さ $v = 3\text{m/秒}$ で 2 秒間、続いて速さ $v = 2\text{m/秒}$ で 2 秒間、続いて速さ $v = 1\text{m/秒}$ で 1 秒間、歩いた場合を考える。何メートル進んだのだろうか。

道のりは「速さ × 時間」である。ところが、速さは次々に変わるから、速さはそれぞれの時刻の瞬間の速さを用いなければならない。したがって、全体として、進んだ道のり $x[\text{m}]$ は

$$x = 1 \times 1 + 3 \times 2 + 2 \times 2 + 1 \times 1 = 12 \quad [\text{m}]$$

となる。これは、進んだ道のりは、進んだ時間の間の速さのグラフと、横軸で挟まれた面積になっていることを示している。



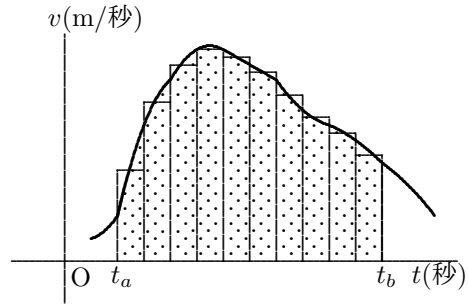
このことを、もう少し詳しく考えてみよう。

$0 \leq t \leq 1$ の区間の中を $\Delta t_1 = 1$ 、速さを $v_1 = 1$ 、 $1 \leq t \leq 3$ の区間の中を $\Delta t_2 = 2$ 、速さを $v_2 = 3$ 、 $3 \leq t \leq 5$ の区間の中を $\Delta t_3 = 2$ 、速さを $v_3 = 2$ 、 $5 \leq t \leq 6$ の区間の中を $\Delta t_4 = 1$ 、速さを $v_4 = 1$ 、とおくと、進んだ道のりは

$$x = v_1\Delta t_1 + v_2\Delta t_2 + v_3\Delta t_3 + v_4\Delta t_4 \quad [\text{m}]$$

となる。次に、時々刻々速さが連続的に変わる場合を考えてみよう。たとえば自由落下の場合は、 $v = at$ である。

$t = t_a$ と t_b の区間の中 $\Delta t_i (i = 1, 2, \dots, n)$ の小さな区間に分割し、各区間ではその区間の適当な速さ v_i を用いて進んだ道のり $v_i\Delta t_i$ を求め、これらを加え合わせれば、 t_a [秒] と t_b [秒] の間に進んだ道のりが得られる。厳密にはこれをいくらでも細かく分割すれば、いくらでも正確に求まる。



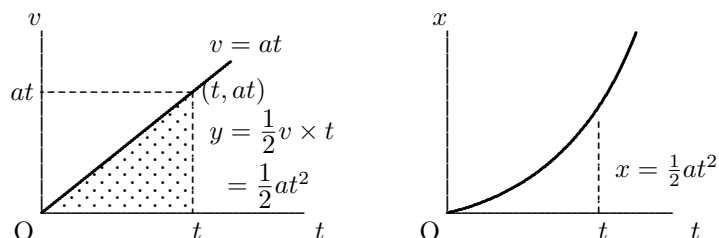
すなわち、 $t = t_a$ と t_b の間に進んだ道のりは

$$x = v_1\Delta t_1 + v_2\Delta t_2 + \dots + v_n\Delta t_n \quad (2.15)$$

で各 Δt_i を無限に小さくしていく（それは同時に n は無限に大きくなる）と求まることになる。そしてこれは、横軸に時間、縦軸に速さをとれば、進んだ道のりはその時間間隔のグラフと時間軸で囲まれた面積となっている。

これは、「記録タイマー」でのテープを 0.1 秒ごとに切って並べ、速さと距離の関係を調べる実験に対応している。

今の場合、縦軸に速さ、横軸に時間を取り、静止している物体が加速度 a で動いたときの t [秒] 後の速さは $v = at$ [m] となり、 t 軸と時刻 t で囲まれた面積は $at \times t/2$ であることから理解できる。



速さは時々刻々の道のりの変化の割合であり、縦軸に変化の割合、横軸に時間のグラフをえがけば、グラフと横軸ではさまれた t_a と t_b の間の面積はその間に進んだ道のりである。この考えを一般化す

ると、

変数 t の関数 x を考えると、関数 x の変化の割合を縦軸に、 t を横軸に選ぶと、 t_a と t_b の間の x の変化は横軸とではさまれた面積となる。

となる。

中学では、運動の区間を区切れば、速度 v [m/秒] は一定の割合で変化する、すなわち、加速度 (acceleration) a [m/秒²] は一定の場合のみを考える。

その区間の中では、時間 t [秒] の、速度 v [m/秒] は、

$$v = at + v_0 \quad (2.16)$$

と表すことができる。 v_0 は時刻 $t = 0$ の速度である。

したがって、時刻 t の位置 x は、

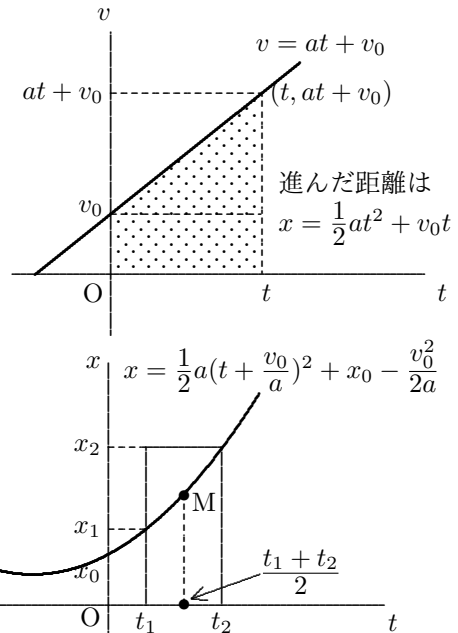
$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \quad (2.17)$$

となる。ただし、 x_0 は、 $t = 0$ における位置を表す。

変形すると、

$$x = \frac{1}{2}a\left(t + \frac{v_0}{a}\right)^2 + x_0 - \frac{v_0^2}{2a} \quad (2.18)$$

これは、 $x = \frac{1}{2}at^2$ を t 軸の方向に $-\frac{v_0}{a}$ 、 x 軸の方向に $x_0 - \frac{v_0^2}{2a}$ だけ平行移動したグラフである。



中学数学では、二次関数では、2点間の平均の傾きは、その中点での接線の傾きに等しいことを学ぶ (『中学数学基礎』を参照してください)。即ち

$$\begin{aligned} t_1 \text{ と } t_2 \text{ における平均の速さ } & \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} \\ & = \text{時刻 } \frac{t_1 + t_2}{2} \text{ における瞬間の速さ} \end{aligned}$$

である。

2 物体が等速運動をしていることを調べるにはどうすればよいか。それは各時間の位置をしらべ、それぞれの区間の道のりを要した時間で割って、それがすべて一定であれば速さが一定といえる。

それでは加速度が一定の直線運動であることを調べるにはどうすれば良いのだろうか。

時刻 $t = 0$ で静止している物体が加速度 a の直線運動をすると、時刻 t では $x = \frac{1}{2}at^2$ のところにきている。いま、 t より d だけ前の時間 $t - d$ と、 t より d だけ後の時間 $t + d$ での位置を求めると、

$$a(t-d)^2/2 \quad at^2/2 \quad a(t+d)^2/2$$

それらの間の距離は

$$a(2dt - d^2)/2 \quad a(2dt + d^2)/2$$

となる。さらにこれらの差 (第2階差) をとると

$$ad^2$$

すなわち、差を2回繰り返すと、 t の値に関わらず一定値になる。これを d^2 で割ったものが加速度 a である。逆に差を2回とって、値が一定になると、加速度が一定であることを意味する。

〔例題1〕 「静止していた物体を滑らかな斜面にそって滑り落とさせる。手を離れた時刻から0.1秒毎に落下距離 (cm) を測定したら、

0.0 1.5 6.0 13.5 24.0 37.5 54.0 ...

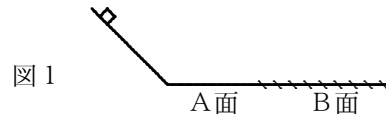
となった。加速度はいくらか、また0.7秒後の落下位置は何mか。落下をはじめてから0.5秒後の速さは幾らか。」

t	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	...
x	0.0	1.5	6.0	13.5	24.0	37.5	54.0	
x の階差		1.5	4.5	7.5	10.5	13.5	16.5	
第2階差		3.0	3.0	3.0	3.0	3.0		

第2階差を計算すると、確かに一定の3.0となる。したがって、加速度を a とすると $a \times (0.1)^2 = 3.0$, $a = 300[\text{cm/s}^2] = 3.0[\text{m/s}^2]$ となる。初速度, 最初の位置はどちらも0と考えられるから,
 $y = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2} \times 3.0 \times (0.7)^2 = 0.735[\text{m}]$ 。速度は $v = at = 3.0 \times 0.5 = 1.5[\text{m/s}]$ 。

加速度が一定の一般の直線運動は $x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + y_0$ のような t の2次式で表される (ただし, 現在の中学数学は一般の2次関数は扱わない)。この場合も, 第2階差は一定で, 加速度との関係は, 時間間隔 d を用いると ad^2 となる。これより加速度を求めればよい。また, 初期の位置 y_0 は $t = 0$ の位置から, 初速度 v_0 は適当な t について, $x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + y_0$ とデータが一致するように決めればよい。

【例題2】 図1のような摩擦のない斜面を滑ってきた物体が, 摩擦のない水平な台上 (この面をA面とする) を右に進む。この台は途中から摩擦のある面 (B面とする) に変わる。次の各問いに答えよ。(東大寺学園高)



[1] 斜面を滑っている物体の運動を $\frac{1}{60}$ 秒ごとに打点するタイマーで記録した。図2はその打点を示したものである。物体が滑り始めたところのはっきりしないので, X_0 と記したところを原点とした。その原点 X_0 から6打点ごとの位置に X_1, X_2, \dots と記号を打った。表は X_0 から測った各記号までの長さを示してある。

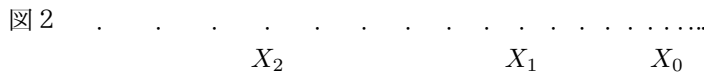
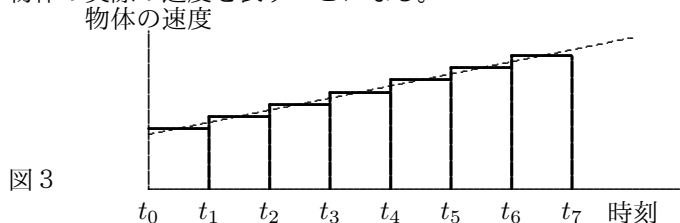


表1

位置	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6
X_0 からの長さ (cm)	10.0	21.0	33.0	46.0	60.0	75.0

- ① X_1 の間の物体の平均速度は何 m/秒か。
- ② 各記号間の長さから①のように平均速度を求め, グラフにすると図3のようになった。階段のようなグラフは物体の実際の速度の変化を表していないが, 各平均速度の中央を線で結ぶ直線が物体の実際の速度を表すことになる。



物体が X_0 を通過した時刻 t_0 を0秒とすると, X_n を通過した時刻 t_n は何秒か。 n を用いて表せ。

- [2] この物体が水平なA面を滑っているときの打点は, ほぼ等間隔で, 4.0cmであった。
 - ① A面を滑る物体の速度は何 m/秒か。
 - ② 物体が X_0 を通過してから何秒後にA面に達したか。
- [3] この物体がA面を水平に進んできてB面の上に乗った。この瞬間から, 物体には速度に関係なく一定の摩擦力が働いた。そして, 物体は一定の割合で減速して, B面に乗ってから4.0秒後に止まった。この物体はB面の上を何 m 滑ったか。

各自, 表の範囲では, これが等加速度直線運動であり, それは「各平均速度の中央を線で結ぶ直線が物体の実際の速度を表す」ことを数学的に確認してから, 解答しよう。

(1) X_0 から X_1 までの距離は $10.0\text{cm} = 0.1\text{m}$, かかった時間は $\frac{1}{60} \times 6 = 0.1(\text{秒})$ 。したがって平均の速さは $\frac{0.1}{0.1} = 1.0\text{m/秒}$

また, t_0, t_1, \dots の間隔は0.1秒より, $t_n = 0.1n$

(2) A面では等速直線運動をしており, $\frac{1}{60}$ 秒間に4.0cm進むから, 速さは $0.04 \div \frac{1}{60} = 2.4(\text{m/秒})$

$t = 0.05$ 秒の時、速さは 1.0m/秒 、 0.1 秒間に速さは 0.1m/秒 ずつ速くなるから、加速度は $a = \frac{0.1}{0.1} = 1.0(\text{m/秒}^2)$ であり、 t 秒での速さは $v = 1.0(t - 0.05) + 1.0 = t + 0.95(\text{m/秒})$ である。したがって、A 面に到達する時刻は、 $t + 0.95 = 2.4$ 、 $t = 1.45(\text{秒})$

(3) B 面上で静止した時刻を 0 秒として、左に加速度 a で B 面の最初の点に到達する、と見なしても同じだから、 4.0 秒で、 2.4m/秒 に達したとして、 $a \times 4.0 = 2.4$ 、 $a = 0.6(\text{m/秒}^2)$ 、進んだ距離は $\frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2} \times 0.6 \times 4^2 = 4.8(\text{m})$ 。

(1) ① 1.0m/秒 、② $0.1n$ 、(2) ① 2.4m/秒 、② 1.45 秒、(3) 4.8m

〔別解〕 以上の解答で、原理的な難しさはどこにもない。しかし、一つ一つの作業を間違いなく完璧に行うことは、かなり難しくなる。もう少し、機械的に解くことを考えよう。

速度 $v[\text{m/秒}]$ は一定の割合で変化する、すなわち、加速度 (acceleration) $a[\text{m/秒}^2]$ は一定とする。

$$\text{時間 } t[\text{秒}] \text{ の、速度 } v[\text{m/秒}] \text{ は、} \quad v = at + v_0 \quad \cdots \quad (1)$$

ただし、 v_0 は時刻 $t = 0$ の速度である。

$$\text{時刻 } t[\text{秒}] \text{ の位置 } x[\text{m}] \text{ は、} \quad x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \quad \cdots \quad (2)$$

ただし、 $x_0[\text{m}]$ は、 $t = 0[\text{秒}]$ における位置を表す。

式 (1)、式 (2) を使って、簡単に解いてみよう。

$$t = 0 \quad X_0 \quad x_0 = 0 \quad \cdots \quad \text{①}$$

$$0.1 \quad X_1 \quad \frac{1}{2}a \times 0.1^2 + v_0 \times 0.1 + x_0 = 10 \quad \cdots \quad \text{②}$$

$$0.2 \quad X_1 \quad \frac{1}{2}a \times 0.2^2 + v_0 \times 0.2 + x_0 = 21 \quad \cdots \quad \text{③}$$

これを解いて、 $x_0 = 0(\text{m})$ 、 $a = \frac{1}{0.01}(\text{cm/秒}^2) = 1.0(\text{m/秒}^2)$ 、 $v_0 = 95(\text{cm/秒}) = 0.95(\text{m/秒})$

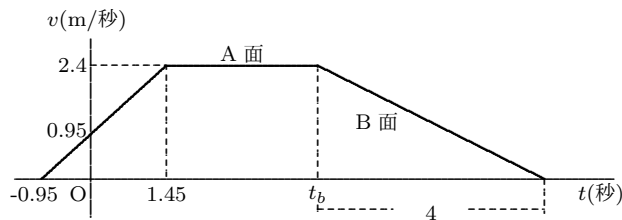
したがって、斜面を動いている間の運動は、

$$v = t + 0.95 (\text{m/秒}), \quad x = \frac{1}{2}t^2 + t (\text{m}) \quad \text{となる。}$$

B 面に差し掛かった時間を t_b とし、B 面での加速度を b とすると、

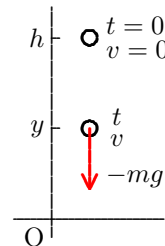
$$v - 2.4 = b(t - t_b) \quad \text{で、} \quad t = t_b + 4 \text{ で } v = 0 \text{ より、} \quad b = -0.6(\text{m/秒}^2)。$$

よって、 $v = -0.6(t - t_b) + 2.4(\text{m/秒}^2)$ 、停止まで B 面を進んだ距離は $l = \frac{1}{2} \times 4 \times 2.4 = 4.8(\text{m})$



3 次に高さ $h[\text{m}]$ のところから自由落下させたとき、地上では毎秒何 m の速さになっているかを考えよう。

速さは 1 秒当たり 9.8m/s ずつ速くなっている ($g = 9.8\text{m/s}^2$) から、出発 $t[\text{s}]$ 後では $v = -9.8t[\text{m/s}]$ の速さになっている。高さ $h[\text{m}]$ のとき、 $t[\text{s}]$ 後に地上に落下したとすると、 $h = \frac{1}{2}gt^2$ となる。このときの速さを $v[\text{m/s}]$ とすると $v = -gt$ より $\frac{1}{2}v^2 = gh$ となる。したがって $m[\text{kg}]$ の物体の $h[\text{m}]$ の高さでの位置エネルギー $E = mgh \times h = mgh$ は $\frac{1}{2}mv^2$ とも表される。



言い換えれば $E = mgh$ の位置エネルギーは地上に落ちてきたとき $\frac{1}{2}mv^2$ の形で表されるエネルギーに変換されたと言ってもよい。これが物体の運動エネルギーである。高さ $h[\text{m}]$ にあった物体の位置エネルギーは何の仕事もしないで地上に落ちてきたのであり、他は何も変化はなくその位置エネルギーは全て運動エネルギーに変わったと考えてもよいだろう。

落下の途中では位置エネルギーの減少分だけ運動エネルギーが増加したと考えられるから、高さ $y[\text{m}]$ の時の速度を符号を含めて改めて $v[\text{m/s}]$ (下向きの速度は負) とすると

$$\frac{1}{2}mv^2 = mgh - mgy, \quad \frac{1}{2}mv^2 + mgy = mgh \quad (2.19)$$

という関係が成り立つ。座標 y は地面を原点とし、鉛直上方を正の方向に選んでいる。したがって質量 m の物体に作用する重力は $-mg$ であり、その重力に逆らって高さ y まで引き上げるのに必要な仕事は mgy 、したがって高さ y の物体に蓄えられた位置エネルギーは mgy ということになる。式

(2.19) は

「運動エネルギーと位置エネルギーの和は落下の途中で変化しない。」
 と言うことができる。これは「力学的エネルギー保存の法則」と一般化される。力学的エネルギー保存の法則は、「仕事の原理」を物体が運動する場合に拡張した法則になっている。

力学的エネルギー保存の法則を確認するのに良い問題がある。

[問題1] 0.2kg の物体を、床からの高さが 2m の位置で糸でつるした後、糸を切って物体を落下させた。0.1kg の物体に働く重力の大きさを 1N とし、次の問いに答えなさい。(明星高)

(1) 図1の(ア)～(ウ)は物体が糸でつるされているときの、物体および糸に働く力を表している。釣り合いの関係にあるのは、どの力とどの力か。(ア)～(ウ)の記号で答えなさい。

(2) 糸を切った後の、物体が落下するようすを発光間隔が 0.1 秒のストロボ写真にとった。図2は、そのストロボ写真の一部を模式的に表したものである。物体の速さは 1 秒間に何 m/秒ずつ増加しますか。

(3) 床を基準面とすると、物体の位置エネルギー、運動エネルギーはそれぞれ次の式で求められる。

位置エネルギー $[J] = \text{物体に働く重力 [N]} \times \text{床から空の高さ [m]}$

運動エネルギー $[J] = \frac{1}{2} \times \text{質量 [kg]} \times \text{速さ [m/秒]} \times \text{速さ [m/秒]}$

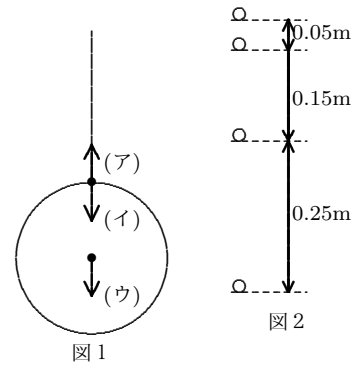
① 物体が落下する前、床からの高さが 2m の位置にあるときの、物体の位置エネルギーは何 J ですか。

② 物体が床からの高さが 0.2m の位置を通過するときの物体の速さは何 m/秒ですか。

(4) 次に、同じ 0.2kg の物体を、床から高さが 2m の位置から真上に 3m/秒の速さで投げ上げた。

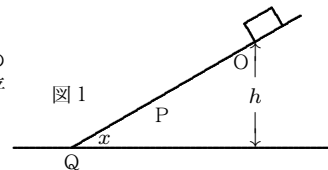
① 物体は床から何 m の高さまで上がりますか。

② 物体が床に着く直前の、物体の速さは何 m/秒ですか。

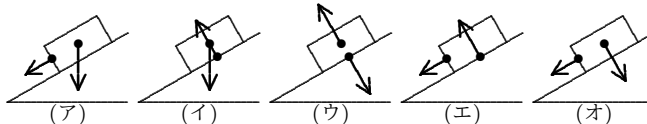


- (1) アとウ (2)10m/秒 (3)①4J ②6m/秒 (4) ①2.45m ②7m/秒

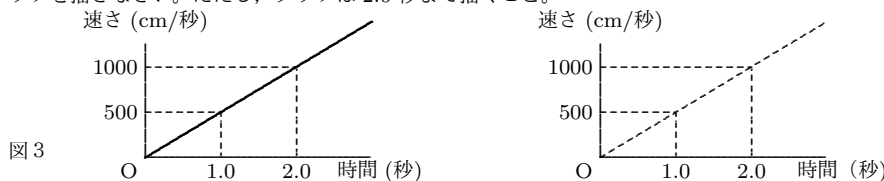
[問題2] 図1のように角度 x の斜面を物体が滑る場合について、次の問いに答えなさい。斜面と物体の間の摩擦はないものとし、斜面から先の平面も滑らかである。また物体は静かに離すものとする。(東海大仰星高)



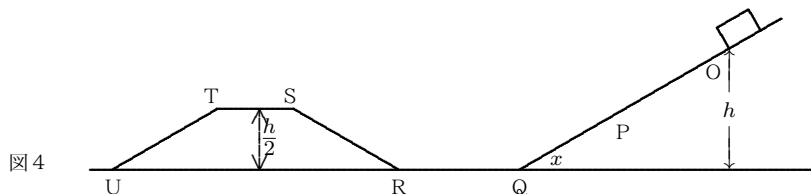
[1] 物体に働く力を矢印で示すとどうなるか、次の図2の(ア)～(オ)から一つ選び、記号で答えなさい。



[2] 斜面のO点から物体を滑らせたとき、2.0 秒後にQ点に達し、速さは 1000cm/秒だった。また物体の速さと時間の関係は左の図3のようになった。斜面の中間地点であるP点から静かに滑らせると物体の速さと時間の関係はどうなるか、グラフを描きなさい。ただし、グラフは 2.0 秒まで描くこと。

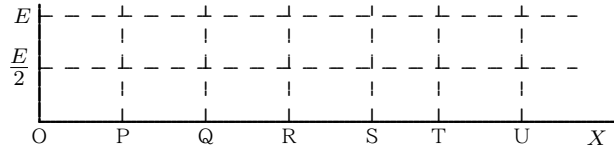


またさらに、図1のO点から滑らせた物体が平面を滑っていくと平面からO点までの高さ半分の高さの丘があり、物体は乗り越えていった。平面Q点から丘を越えた終点U点までの面は滑らかとする。



[3] 図4のO点からU点までの水平方向を X とし、運動エネルギー(縦軸)とO点から水平方向の距離 X (横軸)の関係をグラフで描きなさい。回答欄の点線は物体の持つ力学的エネルギー E とその半分の $\frac{E}{2}$ である。

運動エネルギー



- [4] 図4のS点からT点の平面を物体が滑るとき、速さ 1000cm/秒になるためには平面からO点までの高さ h を何倍にすればよいか、答えなさい。
 (1) イ, (2) $\sqrt{2}$ で水平, (3) Q,R,S,T で折れ曲がる, (4) 1.5 倍

2.8.3 力と運動の関係－運動の法則

鉛直下方向に x 軸を考え、 $t = 0$ で $x = 0$ にある物体を静かに放すとする。 t_1 後に速さ v_1 、 t_2 後に速さ v_2 になっていたとする。物体に作用する力は重力 $f = mg$ で一定である。したがって $ft_1 = mgt_1 = mv_1$ 、同様に $ft_2 = mv_2$ となる。したがって t_1 と t_2 の間 $\Delta t = t_2 - t_1$ では $mv_2 - mv_1 = f\Delta t$ の関係がある。すなわち時間間隔 Δt の間に物体に力 f が作用すると、物体の mv は $mv_2 - mv_1$ だけ変化することがわかった。 mv は運動量と呼ばれる物理量で、運動する物体の運動の規模を表す量で、質量、速度の積である。同じ速さでも質量が大きいほど、また同じ質量でも速さが速いほど運動の規模は大きいという感覚と一致する。速度はベクトル量だから運動量 \vec{p} もベクトル量である。

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

力もベクトル量であり、これを時間間隔 Δt だけ作用させたとき $\vec{f}\Delta t$ を力積という。したがって、 $mv_2 - mv_1 = f\Delta t$ は重力の場合、運動量の変化は力積に等しい、ということが出来る。力は一般に時間とともに変化する。したがって力が一定と見なしうる時間間隔 Δt について

$$\Delta\vec{p} = \vec{f}\Delta t \quad (2.20)$$

といえる。重力は大きな半径の地球が物体を引く力で、地表での少々の高低は重力の大きさに影響を与えないはずである(高さの影響は既に述べた)。したがって、上の議論はどんな一定の力に対しても同様の関係が成り立つと予想される。すなわち、どんな力の変化があっても、時々刻々の力の変化が小さいと見なされる間は「運動量の変化は力積に等しい」ということが成り立つ、と考えられる。質量が一定だとすると、 $\Delta\vec{p} = m\Delta\vec{v}$ だから、(2.20) は $m\Delta\vec{v} = \vec{f}\Delta t$ となる。単位時間あたりの速度の変化、すなわち加速度を $\vec{a} = \Delta\vec{v}/\Delta t$ として、 Δt を充分小さいとすると、次のニュートンの運動の第二法則が成り立つ。

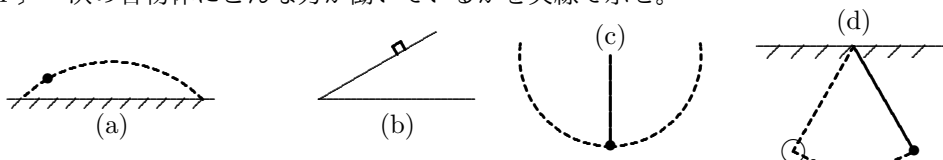
ニュートンの運動の第二法則

$$m\vec{a} = \vec{f}, \quad (\text{質量 [kg]}) \times (\text{加速度 [m/s}^2\text{]}) = (\text{力 [N]}) \quad (2.21)$$

もちろんニュートンの運動の第二法則はこんな簡単な道筋で確立していったのではない。ニュートンは、ガリレイの考えを定式化し、天体に関するケプラーの法則を背景として万有引力の法則と一体として理解を深めていったと考えられている。英国では、ニュートンは科学史上最大の功績を挙げた人だ考えられているが、それを誰も否定できない。この運動の法則は現代の物理学の最も根本的な考え方であり、出発点でもある。それが、どの程度の「真理」であるのかは、それが現実の現象をどの程度解釈できるかにかかっており、「特殊相対性理論」が提唱されるまではその地位は不動のものであった。

あまりにも大きな課題、力と運動の関係を理解するため、例題を通して理解を深める方法を採用する。まず、物体のいろいろな運動に対して、それぞれどんな力(合力)が働いているかから始める。

【例題1】 次の各物体にどんな力が働いているかを矢線で示せ。

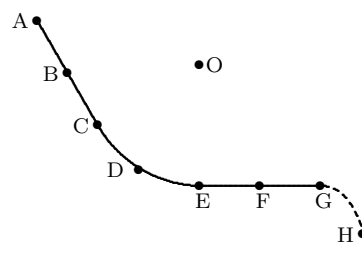


(a) 斜め上に放り投げられたボール (b) 斜面上を滑り落ちる小さな箱 (c) 糸で鉛直面内を回転するおもり (d) 鉛直面内で振動しているおもり

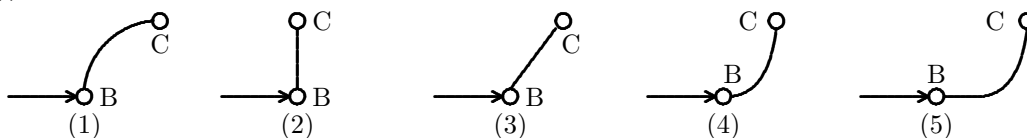
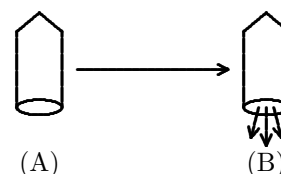
(これは、「物理のおとし穴」東京図書，タラソフ，タラソフ著，からの引用です。)

〔例題2〕 次の問題は，力と運動の関係を理解する良い問題である。

図のA点から台車が静かに降下を始め，各点をとってG点に到達したとする。AからCおよびEからGは直線，CからEは中心Oの円弧，GからHは空中を飛んでいるとし，摩擦力はEからGでのみ作用し，また空気の抵抗は考えないとする。B，D，F，Hの各通過点での台車に加わる力（合力）の向きを図示しなさい。ただしD点での力は定性的でよい。



〔例題3〕 図でロケットは空間を線の方法に航行する。AとBとの間にはロケットに働く外力がない。AがBに到達したとき，ロケットのエンジンが点火し，空間のCに達するまで一定の割合で燃える。ロケットがBからCへは以下のどの経路をとるか？（この問題は米国での教育成果のチェックに用いられたもので，雑誌”パリティ”1992年8月号で紹介された。）



以上の三題は簡単だが誤解しやすいところなので，教師が直接解答する。これらによって，力と運動の定性的関係をより明確に感じて欲しい。

次に，力と運動の定量的関係，すなわち，運動方程式 $ma = f$ の理解を促す例題を取り上げる。

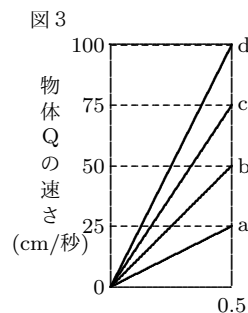
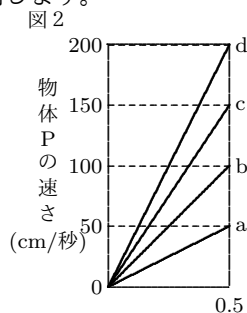
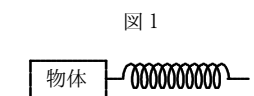
〔例題4〕 校外学習で京都に行った大阪高校の太郎君は，人力車に観光客を乗せて走っている人を見ました。物体の運動を変化させる力に興味を持った太郎君は，次の実験1，2をしました。その結果をもとにして，次の問いに答えなさい。(12, 阪高)

【実験1】 質量の違う物体Pと物体Qを用意しました。図1で，まさつの無視できる水平面にある物体を物体Pにして，重さの無視できるばねを取り付けました。

ばねの先端を持って伸びが一定になるように工夫して水平に引っ張るとき，物体Pの速さが時間とともにどのように変化するかを調べました。実験は，ばねの伸びが，1cm，2cm，3cm，4cmの各場合について行いました。その結果は図2のようになりました。ただし，ばねに加える力の大きさとばねの伸びは比例します。

【実験2】 物体Pのかわりに，質量の違う物体Qを用いて，【実験1】と同じ条件で，同じ実験を行いました。

ばねの伸びが1cm，2cm，3cm，4cmの各場合についての結果は，図3のようになりました。ただし，ばねに加える力の大きさとばねの伸びは比例します。



引き始めてからの時間 (秒) 引き始めてからの時間 (秒)

問1. 【実験1】の結果(図2)から，ばねの伸びを一定になるように水平に引っ張ったときは，一定の割合で速さが変化していることがわかります。図2で，ばねの伸びが1cmのとき，1秒間あたりどれだけ速さ

が変化したかを求めなさい。

問2. 物体Pが、図3のグラフcと同じ速さの変化をするためには、物体Pについているばねの伸びを何cmに保って引っ張るとよいですか。ただし、ばねに加える力の大きさとばねの伸びは比例します。

問3. 図2のグラフbで、引き始めてから1秒後に引っ張ることをやめた場合、引き始めてから2秒後の物体Pの速さを求めなさい。ただし、水平面は十分に長いとします。

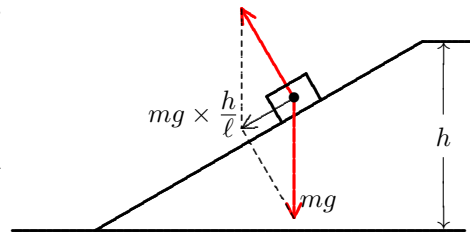
問4.【実験2】をまさつのある水平面で行うと、物体Qが右向きに動いている間は、一定のまさつ力の大きさ f が左向きに作用するとします。また、ばねを1cm伸ばす力の大きさを F とします。ただし、ばねに加える力の大きさとばねの伸びは比例します。図3のグラフdが、ばねの伸びを同じにしてまさつのある水平面で実験すると、図3のグラフbのような速さの変化をしました。一定のまさつ力の大きさ f が、ばねを1cm伸ばす力の大きさ F の何倍かを答えなさい。

問5.【実験1】と【実験2】で、物体Pと物体Qの1秒あたりの速さの変化が同じとき、それぞれの物体に働いている力の大きさは、それぞれ物体の質量に比例することがわかっています。物体Pと物体Qの質量比を簡単な整数比で答えなさい。

答え 問1. 100cm/秒 問2. 1.5cm 問3. 200cm/秒 問4. 2倍 問5. (物体P : 物体Q)=1:2

〔問4の解説〕問題設定が分かりにくいですが、物体Qには、グラフdと同じばねの力 $4FN$ と、摩擦力 f が作用すれば、グラフbと同じ加速度を得た、ということである。グラフbと同じ加速度を得るには、物体Qに合力 $2F$ が作用していることになる。したがって、 $2F = 4F - f$ が成り立つ。よって、 $f = 2F$

〔例題5〕 図のように、高さ h にある質量 m の物体が、長さ l の滑らかな斜面の上を滑り落ちるとする。斜面の傾きを 90° 、 60° 、 30° にしたとき、落下時間はどう変わるか。物体に加わる重力は mg であるが、斜面に平行な分力は $mg \times \frac{h}{l}$ である。したがって、運動方程式は $ma = mg \times \frac{h}{l}$ となり、加速度は $a = \frac{hg}{l}$ となる。



加速度は落下の途中では変わらない。静止している状態から、時間 t の間に進んだ距離は $x = \frac{1}{2}at^2$ だったから、地面に落下するまでの時間は $\frac{1}{2} \frac{hg}{l} t^2 = l$ より、 $t = \sqrt{\frac{2l^2}{hg}}$ となる。

斜面の傾きの角度を 90° (自由落下)、 60° 、 30° と変えると、 l は $l = h$ 、 $\frac{2h}{\sqrt{3}}$ 、 $2h$ と変わり、

時間は $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$ 、 $\frac{2}{\sqrt{3}}\sqrt{\frac{2h}{g}}$ 、 $2\sqrt{\frac{2h}{g}}$ と変わる。

傾き	距離 (l)	加速度	落下時間 (t)	最終速度
90°	h	g	$\sqrt{\frac{2h}{g}}$	$\sqrt{2gh}$
60°	$\frac{2h}{\sqrt{3}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}g$	$\frac{2}{\sqrt{3}}\sqrt{\frac{2h}{g}}$	$\sqrt{2gh}$
30°	$2h$	$\frac{g}{2}$	$2\sqrt{\frac{2h}{g}}$	$\sqrt{2gh}$

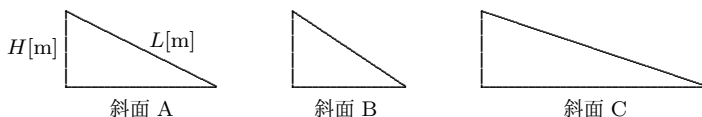
最終速度が斜面の傾きによらず一定であるのは力学的エネルギー保存の法則から直ちに理解できる。

$$0 + mgh = \frac{1}{2}mv^2 + 0 \quad \text{したがって、} v = \sqrt{2gh} \text{ である。}$$

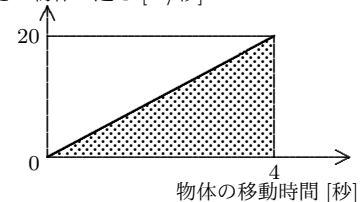
〔演習〕以下の文を読み、次の問1から問7に答えなさい。(13, 清風南海高)

図1の斜面A~Cは、同じ高さ H [m]でそれぞれ傾きの違う滑らかな斜面です。傾きの大小関係は、斜面B > 斜面A > 斜面Cのようになっています。斜面Aの上端から大きさを考えない物体Pを静かにすべらせると、下端につくまで4秒かかりました。グラフ1は、物体Pが斜面Aをすべり始めて下端に着くまでの、物体の移動時間と速さの関係を示したものです。グラフ1で塗りつぶした部分の面積は、斜面Aの長さを L [m]を表しています。

図1



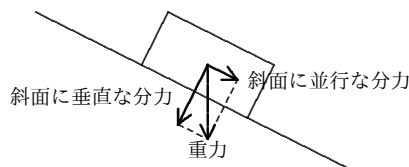
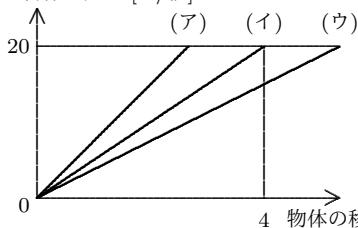
グラフ1 物体の速さ [m/秒]



問1 斜面Aの長さ L [m]を数値で答えなさい。

問2 斜面 B, C で物体 P を上端から下端まで滑らせたとき、物体 P の移動時間と速さの関係はどうなりますか。グラフ 2 の (ア) ~ (ウ) からそれぞれ 1 つずつ選び、記号で答えなさい。

グラフ 2 物体の速さ [m/秒]

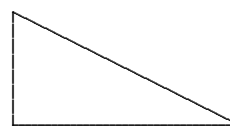


これらのグラフから、同じ高さからすべらせた場合、斜面の傾きに関係なく下端での物体の速さは等しいことがわかります。
 問3 物体にはたらく重力を、斜面に平行な分力と垂直な分力に分解した場合、斜面に平行な分力が一番大きいのは、斜面 A~C のうちどれですか。また、斜面に垂直な分力が一番大きいのは斜面 A~C のどれですか。

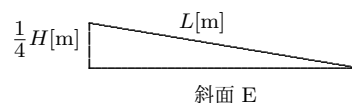
斜面 D は斜面 A と同じ傾きですが、高さの違う滑らかな斜面です。物体 P を上端から静かに滑らせると、下端に着くまで 3 秒かかりました。

問4 物体 P が動きだしてから、3 秒後の速さを答えなさい。

問5 斜面 D の高さは、斜面 A の高さの何倍ですか。分数で答えなさい。

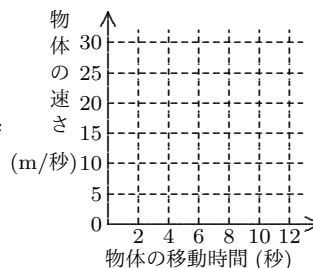


斜面の長さが L [m] で、高さが $\frac{1}{4}H$ [m] の滑らかな斜面 E があります。物体 P を上端から静かに滑らせました。



問6 グラフ 2 を参考にして、下端に着くときの物体 P の速さを答えなさい。

問7 物体 P が、斜面 E を滑り始めて下端に着くまでの、移動時間と速さの関係を示すグラフを書きなさい。



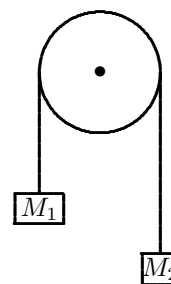
答え 問1. 40m 問2.(斜面 B)(ア) (斜面 C)(ウ) 問3. (平行分力)B, (垂直分力)C 問4. 15m/秒
 問5. $\frac{9}{16}$ 倍 問6. 10m/秒 問7. (0,0) (8,10) を結ぶ線分

[問6の解説] A では、加速度は 5m/秒^2 、E では、面への平行分力が A の $\frac{1}{4}$ だから、加速度は $5 \times \frac{1}{4} = \frac{5}{4}\text{m/秒}^2$ 。t 秒で下端に着くとすると、 $\frac{1}{2} \times \frac{5}{4} \times t^2 = 40$ 。これより、 $t = 8$ 。したがって、 $\frac{5}{4} \times 8 = 10$ (m/秒)

[例題6] 摩擦もなく、質量もない定滑車によって2つのおもりが下り下げられている。どんな運動をするか。(「Atwoodの機械」の問題)

2つのおもりの質量を M_1, M_2 ($M_1 > M_2$) とする。 M_1 と M_2 はロープで結ばれているから、 M_1 が下方に落ちる加速度を a とすると、 M_2 は上方に同じ大きさの加速度 ($-a$) で運動する。 M_1 と M_2 がロープから受ける力 f は同じはずだから、

$$M_1 \times a = M_1 g - f, \quad M_2 \times (-a) = M_2 g - f$$



これより、 f を消去すると

$$(M_1 + M_2)a = (M_1 - M_2)g, \quad \text{よって} \quad a = \frac{M_1 - M_2}{M_1 + M_2}g$$

となる。 M_1 は、 M_2 によって重力加速度 g が小さくなったかのような落下運動を行う。

またロープの張力は、

$$f = M_1(g - a) = M_2(g + a) = \frac{2M_1M_2}{M_1 + M_2}g$$

となる。

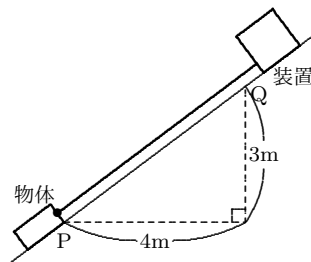
[例題7] 10V の一定電圧で1秒当たり 40J の仕事をするモーターがあります。このモーターで力の釣り合いを保ちながら、ロープを巻き取る装置を作りました。図のように、この装置を使って斜面におかれた重さ 80N の物体を斜面に沿って点 P から Q までひきあげます。このとき電気エネルギーは全て仕事にかわっているものとして、あとの問1~問3に答えなさい。(12, 洛南高)

問1 この装置を流れる電流は何 A ですか。

問2 斜面には摩擦がないものとして、次の(1)・(2)に答えなさい。

(1) 物体を引き上げるとき、ロープにかかる力の大きさは何 N ですか。

(2) このとき物体を点 P から Q まで引き上げるのに何秒かかりますか。



問3 実際には斜面に摩擦があるので、物体を点 P まで引き上げるのに 6.8 秒かかりました。なお、物体が動いている間に働いている摩擦力の大きさは一定です。次の(1)～(3)に答えなさい。

(1) 物体が動いているときの摩擦力の大きさは何 N ですか。

(2) 物体が動いているときの垂直抗力の大きさは何 N ですか。

(3) 物体を点 P から点 Q まで引き上げたとき、垂直抗力がした仕事は何 J ですか。

答え 問1. 4A 問2. (1)48N (2) 6 秒 問3. (1)6.4N (2) 64N (3) 0J

〔解説〕 重力の斜面に平行な分力は、 $80\text{N} \times \frac{3}{5} = 48\text{N}$ である。ロープの巻き取りの力を F 、巻き取る速さを v とすると、 $Fv = 40\text{J/秒}$ 。斜面に沿っての上向きの加速度を a 、物体の質量を m とすると、運動方程式は、

$$ma = \frac{40\text{J/秒}}{v} - 48\text{N} \cdots \textcircled{1}$$

となる。加速度 a は速度 v の変化の割合だから、結局、 $\textcircled{1}$ は未知の関数が v だけの方程式(微分方程式)になる。適当な初期条件を考えると、高校3年程度の微積の力(変数分離法)で、容易に解ける。ただ、 $t = 0$ で、 $v = 0$ として、解けたとしても、 $\textcircled{1}$ から、 $t = 0$ で a は無限大になる。即ち、速度が 0 に近いところでは、この装置が仕事率 40W で物体に作用するというのは現実的ではないと、と予想できる。 $t = 0$ で静止していたものが何秒か後に 3m の高さまで持ち上げられたとすると、そのときは速度を持っており、したがって、加えられた仕事の一部は運動エネルギーに変わっている。区間 PQ の初めと終わりで速度が変わらないときのみ、位置エネルギーの変化がされた仕事に等しくなる。

しかし、これは高校入試の問題だ。このままでは、中学生には解けない。何処で誤解が生じたのだろうか。それは、「このモーターで力の釣り合いを保ちながら」という条件を考慮していなかったからだ。運動していても、力がつりあう(物体に作用する力の合力が 0)ときは、加速度は $a = 0$ 、すなわち、等速直線運動をしていることとなります(これは、 $\textcircled{1}$ の適当な初期条件での解の、時間を十分進めたときの状態でもある)。したがって、 $\textcircled{1}$ より、 $v = \frac{40}{48}\text{m/秒}$ が得られる。よって、問2の(2)は $t = \frac{5\text{m}}{v} = 6$ 秒。しかし、仕事の原理を用いて、80N の力で 3m 持ち上げる仕事を、40W の装置で行うと $t = \frac{80\text{N} \times 3\text{m}}{40\text{J/秒}} = 6$ 秒で求めてもよい。注意深く問題設定を読んでおれば、これは極めて易しい問題だったのだ。しかし、注意深く問題設定を読み取ることと、力と加速度の関係、すなわち運動方程式の理解には関連性がある。力は静止または等速直線運動(慣性運動)を変更する原因である、という認識をしっかり持っているかどうかに関わる。

摩擦力 f が働くと、

$$40\text{J/秒} \times 6.8 \text{ 秒} = (48\text{N} + f) \times 5\text{m}$$

これより、 $f = 6.4\text{N}$ が得られる。

以上のように、中学生が扱える運動は、物体に加わる力(合力)が 0 (力がつりあう → 静止、または等速直線運動)の場合か、一定の場合(等加速度運動)のどちらかに限られる。この枠組みをはずれると、微分方程式を解かねばならない。

〔演習〕 図1のような斜面 AB と、重さ $W[\text{N}]$ の物体 P がある。AO の部分には摩擦がなく、OB の部分には摩擦があるとする。点 A から物体 P を、そっと手を離して滑らせる。以下の問いに記号 W を含む式または数値で答えよ。式中の係数や数値は分数でよい(小数にする必要はない)(灘高 17 年)

問1 物体が点 A にあるとき、(点 O の高さを基準とする)物体の位置エネルギーは何 J か。ただし、点 A は点 O よりも 3m 高い位置にある(物体は十分小さいとする)。

問2 物体が点 O に達したときの運動エネルギーは何 J か。

物体 P は点 O を通過後、OB の部分を滑ったが、その時の速さは一定であった。

問3 OB の部分を滑っている時の、物体に働く摩擦力の大きさは何 N か。

動摩擦力(滑って入り最中に働く摩擦力)は滑る速度によらず一定で、動摩擦力の大きさ $F[\text{N}]$ は垂直抗力 $N[\text{N}]$ に比例し、 $F = kN$ という式で表される。 k は動摩擦係数と呼ばれる定数である。

問4 物体が斜面 OB の部分を滑っているとき、物体に働く垂直抗力の大きさは何 N か。

問5 物体と斜面の間の動摩擦係数 k の値は幾らか。

図2のように、斜面 OB の部分を点 O で折り曲げて水平にする。点 A から物体をそっと手を離して滑らせる。物体 P が点 O

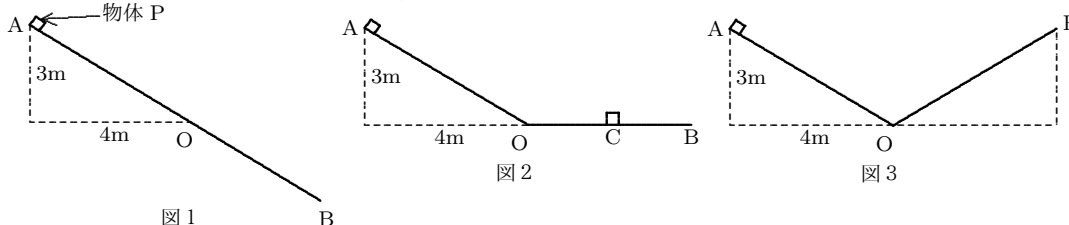
を通過するとき、運動の向きは変わるが速さは変化しないものとする。なお、 k の値はOBの傾きが変わっても問5と同じとする。

問6 物体が水平面OB上を滑っているとき、物体に働く摩擦力の大きさは何Nか。

問7 物体は運動エネルギーを失っていき、水平面OB上の点Cで停止する。摩擦力のする仕事を考えると距離OCを求めることができる。距離OCは何mか。

図3のように、水平面Oの部分点を点Oで折り曲げて、AOと同じ傾きにする。点Aから物体Pを、そっと手を離して滑らせる。物体Pが点Oを通過するとき、運動の向きは変わるが速さは変化しないものとする。

問8 物体は運動エネルギーを失っていき、斜面OB上のある点で停止する。点Oからその点までの距離は何mか。

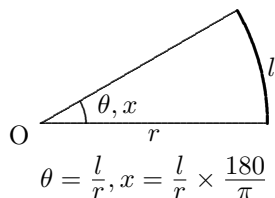


- 問1. $3W(J)$ 問2. $3W(J)$ 問3. $\frac{3}{5}W(N)$ 問4. $\frac{4}{5}W(N)$
 問5. $k = \frac{3}{4}$ 問6. $\frac{3}{4}W(N)$ 問7. $4(m)$ 問8. $\frac{5}{2}(m)$

2.8.4 等速円運動

平面内で、一定の速さで円運動をする点を考える。

円運動を記述するためには、角度の表現を簡潔な表現に変更しておかねばならない。図のような扇形を考え、その中心角を θ とする。中学までは角度を度数法(何々度という表現)で表していたが、角度は扇形の半径 r と弧の長さ l の比で表しても良いことがわかる。すなわち $\theta = \frac{l}{r}$ を角度の定義としても良いことがわかる。こうした角度の表現を「弧度法」といい、角度には単位は本来要らないものであるが、度数法と区別するため、何々[ラジアン]という。 x 度 $\longleftrightarrow \theta$ ラジアン の対応表を書いておく。

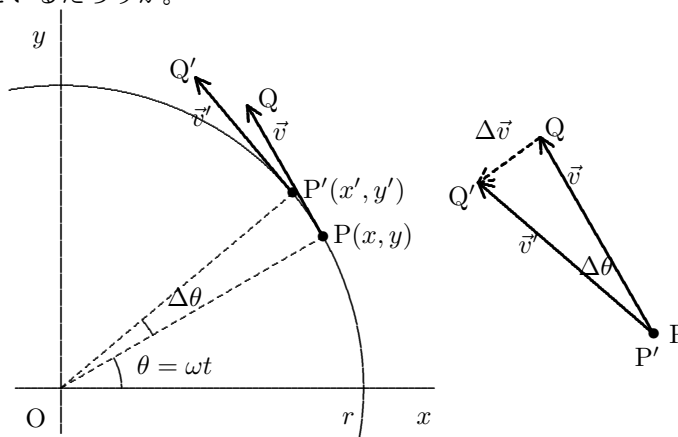


度数法(度)	弧度法(ラジアン)	度数法(度)	弧度法(ラジアン)
0	0	$\frac{180}{\pi}$	1
30	$\frac{\pi}{6} \sim 0.625$	180	$\pi \sim 3.14$
60	$\frac{\pi}{3} \sim 1.047$	360	$2\pi \sim 6.283$
90	$\frac{\pi}{2} \sim 1.570$	x	$\theta = x \times \frac{\pi}{180}$

点Pが半径 r の円周上を一周するのに時間 T [秒]かかったとする。単位時間(1秒)間に進む角度を角速度といい、 ω で表す。今の場合、 $\omega = \frac{2\pi}{T}$ となる。点Pの円周上を進む速さは $v = \frac{2\pi r}{T} = r\omega$ となる。「等速円運動」はこの半径 r と角速度 ω が一定である、ということができる。

それではこのとき、加速度はどうなっているだろうか。

点Pが微小時間 Δt [秒]後に点P'に移動したとする。それぞれの自転の速度は \vec{v}, \vec{v}' とする。角度の変化は $\Delta\theta = \omega \times \Delta t$ である。速度の変化について、速さが一定であることから、速度の変化は向きの変化だけである。向きは $\Delta\theta$ だけ変わるから、速度の変化量の大きさは $v\Delta\theta$ で、円の中心を向いている。単位時間(1秒)間あたりの速度の変化が加速度だから、加速度の大きさは $a = \frac{v\Delta\theta}{\Delta t} = v\omega = \frac{v^2}{r}$ で、向きは円の中心である。



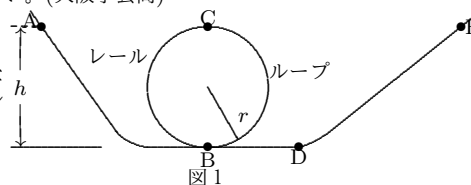
等速円運動では常に円の中心に向かう加速度 $a = \frac{v^2}{r} = r\omega^2$ がある。もし点Pが質量 m [kg]の質点ならば、運動の法則 $ma = f$ に従って、継続的に円の中心に向かって $f = ma = \frac{mv^2}{r}$ の力を作用させなければ、

ばならない。糸におもりをつけて振り回すと、おもりは円軌道の外に飛び出そうとする。これを、遠心力ということもある。遠心力は外部から糸に加えられた力ではなく、円運動を継続するというはその中心に向かって加速度を与えていることであり、それを与えなかったときは慣性の法則で(円の接線方向の)等速直線運動をする。円運動をさせるとあたかも円軌道の外に向かって力が働いたように感じるのである。こうした力を一般に慣性力という。遠心力は慣性力的一种である。そのため、運動を継続させるためには遠心力と同じ大きさで向きが逆の力が必要になる。これがここで求めた $f = \frac{mv^2}{r}$ である。これは、外部から、糸に与えられる力である。

等速円運動によって運動方程式 $ma = f$ が検証できる。弦巻バネの先にひもを結び、ひもの他端に質量 m のおもりをつけて滑らかな水平面上を一定の角速度 ω で回転させ、そのときの遠心力を測定すればよい。回転半径、角速度 ω 、おもりの質量 m をいろいろ変えると $f = \frac{mv^2}{r}$ がかなりの精度で求まる。したがって、等速円運動の場合は $f = ma$ が正しいことがわかる。既に、自由落下については運動方程式が正しいであろうことを知っている。それではこれで、一般に運動方程式は正しいことを検証したことになるだろうか。あるいは、こんな実験と考察でニュートンの運動方程式ができあがってきたのだろうか。何事も偉大な功績の陰には、多くの人たちの英知、苦闘、茨の道がそこにあったはずだが。

〔演習〕 次の文中の(①)~(⑦)に適する語句、記号、式を答えなさい。(大阪学芸高)

一郎さんは、レールと質量 $m(\text{kg})$ の鉄球を用いて右の図1のような実験装置を作り、鉄球を A 点から静かに転がす実験を行った。レールと鉄球の間に摩擦はなく、空気抵抗も無視できるものとする。

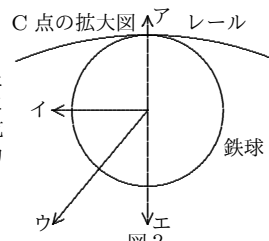


最初、一郎さんは、鉄球はレール上を転がり、ループ部分をまわって D 点を通過した後、E 点まで到達するものと考えていたが、B 点から C 点の間で鉄球がレールから(①)しまった。先生に相談すると、鉄球がループ部分をまわって D 点を通過するためには、鉄球はレールからの垂直抗力を常に受け続けなければならない。また、ループ区間を通過するときには、重力以外に遠心力という力ははたらくと言われた。そこで、遠心力について調べてみると、鉄球には、

$$\frac{\text{質量}(\text{kg}) \times \text{物体の速さ}(\text{m/秒}) \times \text{物体の速さ}(\text{m/秒})}{\text{回転運動の半径}(\text{m})} (\text{N}) \dots (I)$$

の大きさの遠心力が、回転の中心方向と反対の向きにはたらくことがわかった。

一郎さんは、C 点で鉄球に働いていると思われる力を図2のように作図した。鉄球にはたらく力はア~エのうちの(②)と(③)であり、遠心力の向きは(④)である。鉄球にはたらく重力の大きさは一定であり、常に鉛直下向きにはたらくので、レールからの垂直抗力を受けるためには、遠心力が重力よりも大きくないといけない。また、(I)式より遠心力の大きさを大きくするには、C 点を通過する速さを速くすればよいことがわかった。



鉄球にはたらく重力の大きさを $W(\text{N})$ 、A 点の高さを $h(\text{m})$ とすると、A 点での位置エネルギー $U_a(\text{J})$ は

$$U_a = W \times h$$

で求められる。ループの半径を $r(\text{m})$ とし、C 点での位置エネルギーを $U_c(\text{J})$ としたとき、A 点と C 点の位置エネルギーの比 $U_a : U_c$ は、 h と r を用いて表すと $U_a : U_c = (⑤)$ となり、位置エネルギーの差 $U_a - U_c$ は、 $U_a - U_c = (⑥)$ となる。力学的エネルギー保存の法則より、C 点での運動エネルギーは位置エネルギーの差 $U_a - U_c$ となる。一方、C 点での運動エネルギーは

$$\frac{1}{2} \times \text{質量}(\text{kg}) \times \text{C 点の物体の速さ}(\text{m/秒}) \times \text{C 点の物体の速さ}(\text{m/秒}) (\text{J})$$

の式で求められる。以上のことから、ループの半径や鉄球の質量を変えずに、C 点での速さを大きくする、つまり、C 点での運動エネルギーを大きくしたければ、(⑥)式より、(⑦)点の高さを高くすればよいことがわかった。

一郎さんは、(⑦)点の高さを徐々に高くして実験を続けたところ、鉄球はループを回ることができた。

(①離れて ②ア ③エ ④ア ⑤ $h : 2r$ ⑥ $W(h - 2r)$ ⑦A)

惑星は太陽の周りを太陽を焦点とする楕円軌道上を公転している。ケプラーの第3法則(天体の項を参照)は、

「惑星の公転周期 T の2乗は、太陽からの距離 r の3乗に比例する。」

を主張する。これを簡単な場合、すなわち惑星は円軌道を周回すると考えて証明しておこう。太陽、惑星の質量を M, m 、距離を r 、公転の角速度を ω とすると、万有引力と遠心力が釣り合う条件は

$$G \frac{Mm}{r^2} = mr\omega^2, T = \frac{2\pi}{\omega}, T: \text{公転周期}$$

となる。これより、 $\frac{r^3}{T^2} = \frac{GM}{4\pi^2} = \text{惑星によらず一定}$ 、が得られる。

気象観測衛星、通信衛星などは、赤道面上の特定の高さで常に日本を望むように回っている。こうした人工衛星を静止衛星という。地上の点から観測すると、静止衛星は同じところに固定して見える。それは正確に静止衛星が地球の自転に合わせて1日に1回(この表現は天体の学習を通して、少し不正確であることを学ぶ)地球の周りを公転しているからである。太陽や地球が太陽の周りを公転していることなどを無視して考えてみる。地球、人工衛星の質量を M, m 、距離を r 、地球の半径を $R = 6500\text{km}$ 、地球表面での重

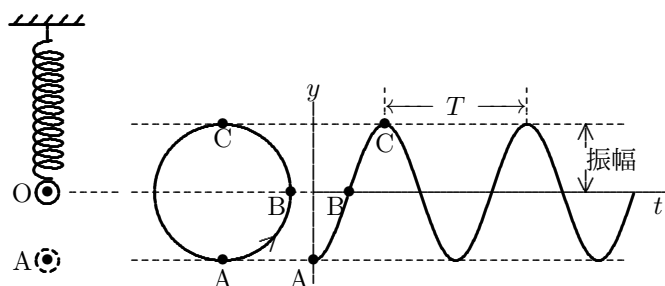
力加速度を g とする。角速度 ω は 1 日で 2π 回回すのだから、 $\omega = 2\pi/(24 \times 3600)[s^{-1}]$ である。

$$g = \frac{GM}{R^2}, \quad G \frac{Mm}{r^2} = mr\omega^2$$

これより $\left(\frac{r}{R}\right)^3 = \frac{g}{R\omega^2} \sim 285$ となる。これより概算で、 $\frac{r}{R} = 6.6$ 。地表よりの高さは $r - R = 5.6 \times R \sim 36000\text{km}$ である。すべての国のすべての静止衛星は赤道上空 3 万 6 千 km 上空のただ一つの円軌道を回っている。

2.8.5 振動

固定した天井から弦巻バネでおもりがつり下げられ、図の点 O で釣り合っていたとする。おもりを点 A まで下方に引っ張り静かに離すと、おもりは上方に引っ張られ上昇するが、平衡点 O を過ぎると、おもりに加わる合力が下方を向き、上向きは減少し、点 O に関して点 A と対称な位置で止まり、その後下方に落ちて行く。上下方向だけのこの運動は、あたかも円周上を一定の速さで運動している質点の上下方向だけを見ていることと同じである。これを、横軸に時間 t 、縦軸に平衡点 O から上向きの変位を y とすると、図のようなグラフとなる。



位置、速度など運動を指定する全ての状態が全く同じ状態をくりかえすとき、これを周期運動という。弦巻バネで天井からつるされたおもりは、周期運動をする。同じ状態にもどる最小の時間を (基本) 周期という。周期は何処で測っても同じはずである。

1 秒間に何度同じ状態になるか、を振動数という。周期 T と振動数 n は

$$n = \frac{1}{T} \tag{2.22}$$

の関係にあり、振動数の単位は $[1/\text{秒}] = [\text{Hz}]$ (ヘルツ) である。関西の家庭電気の交流の振動数は 60Hz、関東は 50Hz である。

バネは、「伸びに比例した伸びの逆方向の力を与える」ことがわかっている。図のように、釣り合いの状態を点 O とする。バネの自然な長さを l_0 、それが長さ l になったとき釣り合っているとすると、バネの力はバネ定数を k とすると $k(l - l_0)$ 、質量 m のおもりの重力は mg だから、

$$mg = +k(l - l_0)$$

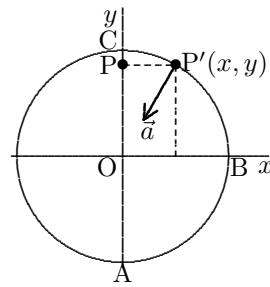
である。図のように、釣り合いの状態の点 O を原点にとり、上向きに y 軸をとる。力の向きも上向きを正にとる。伸びは $(l - y - l_0)$ となるから、おもりに加わる合力は

$$f = k(l - y - l_0) - mg = -ky \tag{2.23}$$

となる。このように変位に比例し、変位に逆方向の力が働く場合、図のような滑らかな振動が発生することがわかっている。この振動を単振動という。単振動の周期はこの場合、おもりの質量とバネ定数だけで決まることがわかる。同じ振幅の振動を考えると、強い (硬い、 k が大きい) バネ、質量が小さいおもりの場合は、運動法則 $ma = f$ から考えて加速度は大きく、周期は短くなるということが理解できる。逆に、大きな質量、弱いバネを用いると周期は長くなる。

なぜ、弦巻バネにつり下げられたおもりは単振動を行うかを説明しておこう。すなわち、図において、点 P の運動は円 O の周上を一定の角速度で回転する点 P' の運動の y 軸への垂線との交点の運動であることをいう。

角速度一定の円運動の加速度は図のように、点 P' から円の中心に向かい、大きさは $a = r\omega^2$ であった。この y 成分の大きさは $a_y = -\omega^2 y$ となる。運動している点 P には質量 m の質点があるとすると、この質点には y 軸方向に $f = -m\omega^2 y$ の力が働いていけばよい。今の場合、 $f = -ky$ だから、 $k = m\omega^2$ である。すなわち、角速度は $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ の回転に相当する振動が起こることになる。これより、振動の周期 T は $T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ となる。



単振動についての、力学的エネルギー保存の法則を確認しておこう。

バネ定数 k の弦巻バネにつり下げられた質量 m の物体には合力 $f = -ky$ の力が作用した。したがって外部から力を作用させ、この力に逆らって $y = 0$ から y までバネを変形させるには $\frac{1}{2}ky^2$ の仕事をする必要がある。すなわち、バネが y だけ伸びたときのバネの中に蓄えられている質量 m の物体の位置エネルギーは $\frac{1}{2}ky^2$ ということになる。従って力学的エネルギー保存則は

$$\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}ky^2 = \frac{1}{2}ky_0^2, \quad y_0: \text{はじめのバネの伸び} \quad (2.24)$$

と表せる。

一般に物体の変形によって物体内に蓄えられているエネルギーを弾性エネルギーという。したがって、バネの位置エネルギー $\frac{1}{2}ky^2$ は、弾性エネルギーである。

物体は微小な変形 y に対して、その変形に比例して、変形の向きと逆の方向にもどろうとする力が働く傾向にある。すなわち、弦巻バネの場合と同じように、 $f = -ky$ の関係が成り立つ場合が多い。この法則を「フックの法則」という。あらゆる場合、フックの法則は変形 y が限られた範囲でのみ有効であることは当然のことである。こうして、多くの物体の振動も単振動を行っていると考えたらよい場合が多い。

一般の振動を考えると、単振動のように滑らかでも単純でもない。しかし、周期運動である限り、単振動とそれらの整数倍の振動数を持ったいくつかの単振動の和（重ね合わせ）で表すことができる。（これは純粋に数学的問題で、大学での楽しみだ。）

2.8.6 ボールが壁に衝突

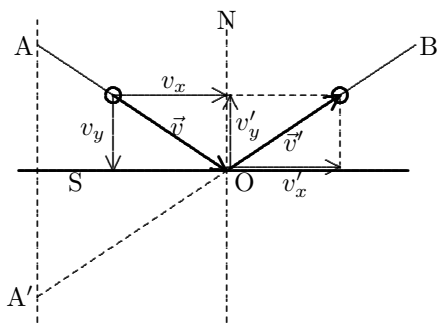
ボールが高さ h から鉛直下方に落下し、コンクリートのような硬いしっかりした地面に落ちたあと、跳ね返ってまた上昇したとする。ボールの質量を m 、落下したときのボールの速度を $v (v < 0)$ 、反射したときの速度を $v' (v' > 0)$ とする。このとき、

$$e = -\frac{v'}{v}$$

を反発係数という。反発係数が $e = 1$ のとき、完全弾性衝突という。このとき地面に対する衝突の前後で速さは等しく ($|v'| = |v|$)、したがって、衝突直後のボールの運動エネルギーはボールのはじめの位置エネルギーに等しくなる。力学的エネルギー保存を考えると、衝突後ボールははじめの高さと同じ高さまで上昇する。従って、これを無限に繰り返すこととなる。現実にはこんなことは起こらず、たとえ空気抵抗が無視できる（たとえば、内部を真空にしたガラス容器の中）条件にしても起こらない。したがって、現実には反発係数は $e < 1$ と考えられ、マジックボールなどは比較的大きな反発係数を持つ場合と考えられる。反発係数が $e < 1$ のとき、衝突のさい、位置エネルギーは変化しないに関わらず、運動エネルギーが減少するから、力学的エネルギー保存は成り立たない。力学的エネルギーが減少した分は、一部はボールや壁を熱する熱エネルギーに変化し、一部は壁やボールの形状や化学的変化、一部は衝突に発生する音、時には電磁波などのエネルギーに変わる。

ボールが壁に斜めに衝突したときはどんなことが起こるだろうか。壁とボールの接触は滑らかで摩擦などは考えないとする。

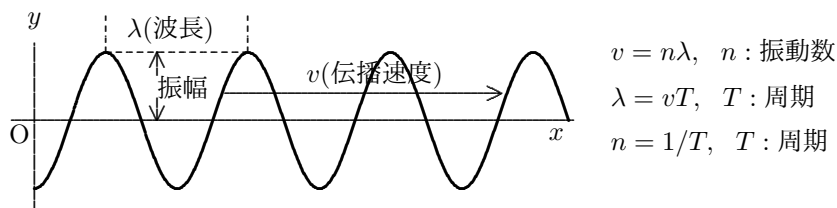
ボールは点Aから速度 \vec{v} で入って、壁の面Sによって反射し、点Bの方向に速度 \vec{v}' で進んだとする。面Sの点Oにおける法線(垂線)をONとする。反射は進行方向AOと法線ONのなす面内で起こる。なぜなら、ボールの入射速度をこの面からそらす方向の力をどこからも受けないからである。 $\angle NOA$ を入射角、 $\angle NOB$ を反射角という。面に平行な方向の力(摩擦力)は働かないとしているから $v_x = v'_x$ 、面に垂直な方向は、反発係数を e だとすると $v'_y = -ev_y$ となる。一般に $e \leq 1$ だから $|\vec{v}'| \leq |\vec{v}|$ となり、運動エネルギーは壁に衝突することによって減少する。



完全弾性衝突 $e = 1$ を考える。このとき、 $v'_y = v_y$ となる。したがって、入射角と反射角は等しくなる。点Aから飛んできたボールの反射後の動きは、あたかもボールが面Sに対して対称な位置(鏡像の位置)A'から飛んできたように振る舞う。運動エネルギーは保存する。

2.8.7 波動

波あるいは波動は、振動が隣り合う部分に次々に伝わり他の部分が振動する現象をいう。波には、進行方向に垂直に振動する横波と進行方向に振動する縦波とがある。水面波や弦の振動、電磁波、地震のS波などは横波である。液体や気体の中では静止したままで進行方向に垂直な力(剪断応力)を伝えることができないから、横波は存在しない。電磁波は波を伝える物質(媒質)は真空中で、なぜ真空中でも波が伝わるかはより深い自然、世界の理解と結びついている。音波や地震のP波は縦波であり、媒質の密度(圧力)の大小が伝わるもので疎密波とも言われる。固体だけでなく、液体、気体の中でも伝わる。



2.9 熱エネルギーと温度

エネルギーの別の形態として熱エネルギーがある。ここでは温度および熱エネルギーの本性についてはあまり深く考察しないが、次の程度のことは理解しておこう。

絶対温度とは摂氏温度に 273.15 を加えた数字で表される。単位はケルビン (K) である。摂氏温度を $t^\circ\text{C}$ 、絶対温度を TK とすると

$$T = t + 273.15$$

となる。摂氏 0 度は絶対温度では 273.15 度になる。温度を絶対温度で表すと全ての温度は正の温度で表せる。言い替えると絶対 0 度は温度の下限である。なぜ温度に下限があるのかは、温度とは何かがわかるとすぐ納得できる。全ての物質は分子や原子のような基本単位からできているが、それらはじっと静止しているのではなく、つねに運動をしている。高温の物質と低温の物質を接触させると、高温の物質から低温の物質へ熱が移動し最終的には2つの物質は同じ温度になる。これは2つの物質の境界面で各々の分子が衝突して運動エネルギーをやり取りした結果高温の物質の運動エネルギーが低温の物質の運動エネルギーに移ったと考えられる。ビリヤードの2つの玉が衝突すると速い玉は遅くなり、遅い玉は速くなる。温度とはこのように物質を構成している基本単位の運動エネルギーに密接に関係している。運動エネルギーは速度によって決まるはずだから、これが零になることはありえてもマイナスになることは有り得ない。こうして温度に下限があることが理解される。実は原子分子の様なミクロの世界で物質は完全に運動を止めてしまうことはないことが知られており、絶対零度では基本単位の全てがある1つの決まった状態になってしまった状態と考えられている。

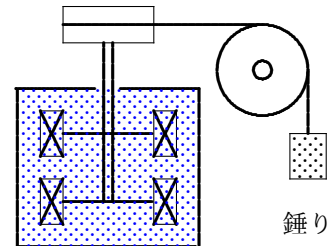
さて、伝統的に熱エネルギーの単位は次のように定義されていた。

「水 1 g の温度を 1°C 上昇させるのに必要な熱エネルギーを 1 カロリー (cal)」と約束する。熱エネルギーを熱量、ときには熱ということもある。同じ 1 g の物質に同じ熱量を与えても、物質によって、また物質の状態 (温度、圧力、その他の状態など) によって温度を 1°C 上昇させるのに必要な熱量は違う。

単位質量の温度を 1°C 上昇させるのに必要な熱量を比熱という。したがって比熱は温度、圧力、その他の条件で変わり得る。液体の水であっても、0°C の水か、20°C の水かによって違うし、圧力によっても違う。しかしあまり大きな違いがないので、ここではおよそその値として、1 cal を用いる、すなわち水の比熱を 1 cal/°C g としておく。

物体を暖めることができる熱エネルギーに対して、運動エネルギーや位置エネルギーなどを力学的エネルギーという。

これらのエネルギーは相互に変換可能である。図のように^{おも}錘りによって水車を回し、錘りの位置エネルギーの減少分を水の温度上昇に変えることができる。これから



「4.185kJ が 1kcal に相当する」

ということが知れる。逆に熱せられた物体から熱を取り出して仕事に変える (熱機関) こともできる。こうして力学的エネルギーと熱エネルギーは相互に変換できるという意味で同等であることが知れる。

ここでは、運動エネルギーは常に全て熱エネルギーに変換できるが、熱エネルギーは常に 100% 力学的エネルギーに変換できる、と主張しているわけではない。熱エネルギーを力学的エネルギーに変換する (熱機関の) 効率を熱効率という。

仕事は全て熱エネルギーに変換でき、1 Joule (0.10197kg 重 m) の仕事は 0.24cal の熱量となって物の温度を上昇させることができる。しかし逆に 1 cal の熱量を 4.186Joule (0.4269kg 重 m) の仕事に変換できるのだろうか。いまここに絶対温度 T 度 (摂氏温度に 273.15 を加えたもの) のお湯が大量にあってここから熱をもらいその熱を使ってピストン内の空気を暖めその膨張によって仕事を取り出し、続けて大気によって冷ましてもとのピストンの位置まで戻すことを繰り返す熱機関を考える。熱機関というのは、この様に熱エネルギーを媒介にして仕事を継続的に取り出すしくみの総称である。大気 (外界) の絶対温度を T_0 度とすると、お湯からピストンに移った熱エネルギーの全てが仕事に変換できるのではなく、その割合 (熱効率) の限界は $1 - T_0/T$ ということが分かっている (実は絶対温度はこれから逆に決められている)。ガソリンを燃やして動くエンジンの場合にも同じ様なことがいえる。熱機関は高温の熱を持っている物体から熱をもらって一部を仕事に変え、残りを外界へ捨てなくてはならない。いくら技術を改善しても、これを零にすることは原理的に不可能 (このことを第二種の永久機関は存在しないという) だからである。したがってエネルギーには大きさとしては各種のエネルギーは同等であるが、各々の質においては、違いがあるのである。運動エネルギー、位置エネルギー、電気エネルギーは質の高いエネルギーであり、化学エネルギーはそれに続くが、熱エネルギーはもっとも質が低く、さらに外界と平衡状態になった熱エネルギーは全く役立たない (このことを「エネルギーの墓場」ということもある)。電気は、化石燃料 (石油、石炭)、ウラン等の核エネルギーを一旦熱エネルギーにしてから、さらにそれを蒸気のエネルギーに伝え、タービンを回し、発電機で発電している。したがって元のエネルギーは電気になるまでにずいぶんあちこちで損失し、もとの燃料のエネルギーにたいする発電された電気エネルギーの割合は 50% をこえない。これを電熱器やストーブによっていちばん質の低い熱 (Joule 熱) に変えてしまうのは、非常な無駄を行っていることになる。エアコンは、Joule 熱とは本質的に違う原理 (熱機関の逆) を使うことによって、左記の割合を 200% とかそれ以上にできるようになっている。

比熱は物質によって、また条件によって変わる。微小熱量 ΔQ (一般に x の変化量を Δx と表すことが多い) を比熱 c 、質量 m の物体に与えたとき、温度が ΔT だけ上昇したとすると

$$\Delta Q = mc\Delta T \quad (2.25)$$

となる。常温での水の場合 $c = 1\text{cal}/^\circ\text{C} \cdot \text{g} = 4.1855\text{kJ}/^\circ\text{C} \cdot \text{kg}$ である。

熱エネルギーは高温部から低温部に伝わる（熱伝達）。質量 m_1 、温度 T_1 の物体（液体、固体でもよい）と質量 m_2 、温度 T_2 の物体が接触しているとする。いま $T_1 < T_2$ とすると、接触面を通して熱 Q が流れ、全体として温度 T_3 になったとする。

物質の比熱を $c[\text{kcal}/^\circ\text{C} \cdot \text{kg}]$ とすると、 m_1 が m_2 から得た熱エネルギー Q は $cm_1(T_3 - T_1)$ 、 m_2 が m_1 に与えた熱量は $cm_2(T_2 - T_3)$ でこれらが等しいはずだか

$$Q = cm_1(T_3 - T_1) = cm_2(T_2 - T_3)$$

$$\text{これより } T_3 = \frac{m_1T_1 + m_2T_2}{m_1 + m_2}, \quad Q = c \frac{m_1m_2}{m_1 + m_2}(T_2 - T_1)$$

となる。

熱が十分伝達してもはやこれ以上変化しない状態を熱平衡状態という。

毎秒 1 t (1 t = 1000kg) の水が 100m の高さから地面に落下しているとする。空気の抵抗などがなく自由落下するとし、地上では運動エネルギーが全て熱に変換され、それが全て水の温度上昇に使われたとする。100m, 1t の水の位置エネルギーは

$$mgh = 1000\text{kg} \times 9.8\text{m/s}^2 \times 100\text{m} = 980000 \text{ J} = 980 \text{ kJ}$$

となるが、これがすべて熱エネルギーに代わるから落下後の水は

$$980 / 4.1855 \text{ kcal} = 234.1 \text{ kcal}$$

の熱が加えられたことになる。したがって 1kg 当たりの水には

$$234.1/1000 \text{ kcal} = +0.2341\text{kcal}$$

の熱が加えられたことになる。あるいは 1g 当たりの水に対しては 0.234cal の熱が加えられたことになる。したがって水は

$$+0.234 \text{ }^\circ\text{C} \text{ の温度上昇}$$

となる。これは意外に少なく感じられるだろう。熱エネルギーは感覚的な評価と比べて大きな量であることがわかる。

電気では単位時間の仕事（仕事率）の単位としてワット（W）が使われる。

$$\left[1\text{W} = \text{毎秒 } 1\text{J} \text{ の仕事} = 1\text{J/s} \right]$$

と定義される。毎秒 1t の水の 100m の高さからの落下は

$$980 \text{ kJ} / 1 \text{ 秒} = 980 \text{ kW}$$

に相当する。もしこれが全て水車を回し、発電機を通して電力に変換されるとすると 980kW の発電所ができる。これは数百世帯の電力になる。現実にはそう話ほうまく行かないが。

〔例題〕 図のような水槽に 10 分間通電すると電熱器による水の温度は何度になるかを考えよう。

電気の学習は後で行うが、電気抵抗 $R[\Omega]$ 、電圧 $V[\text{V}]$ 、電流 $I[\text{A}]$ の間には、オームの法則 $V = RI$ が成立し、電力は $P[\text{W}] = V[\text{V}]I[\text{A}]$ 、仕事は $Q[\text{J}] = P[\text{W}]t[\text{秒}]$ の関係がある。

$V = 100, R = 20$ を $V = RI$ に代入して、 $I = 5[\text{A}]$ を得る。

仕事率である電力は $P = VI = 100 \times 5 = 500[\text{W}]$ 。10 分での

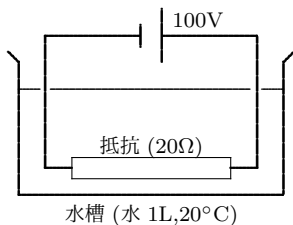
発熱量は $Q = Pt = 500 \times 10 \times 60[\text{J}] = 300000[\text{J}] = 300[\text{kJ}]$ 。

これをカロリーに変換すると $Q = 300 \times 0.24[\text{kcal}] = 72[\text{kcal}]$ 。

一方、水 1g の温度を 1 度上昇させるには 1cal の熱量が必要である。（水の比熱は $c = 1\text{cal}/(\text{g 度})$ ）。水 1L → 1kg だから、

1 度の温度上昇には 1kcal の熱量が必要になる。したがって、

72kcal では 72 度温度が上昇する。よって $20 + 72 = 92$ 度となる。



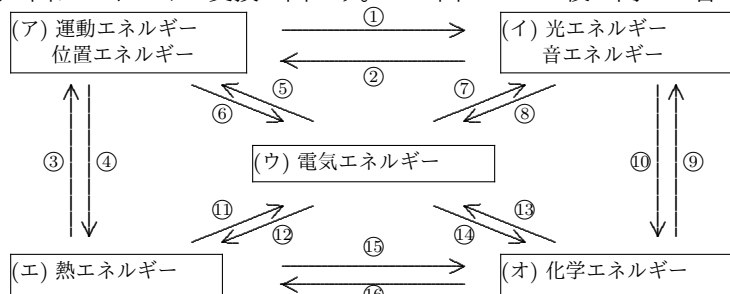
2.10 いろいろなエネルギーとその間の変換

エネルギーにはいろいろな形態がある。そしてそれらは量として等価である。言い換えたら、いろいろな形態のエネルギーに変化するが、量としてのエネルギーすなわち全エネルギーは一定である。このこ

とを「エネルギー保存の法則」という。摩擦などが無いときの運動エネルギーと位置エネルギーの和(力学的エネルギー)が保存する(力学的エネルギー保存の法則)のはその特別の場合である。エネルギーはしたがって変換によって増加も減少もしない。省エネルギーというのは、エネルギーを少なくすることではない。「エネルギー保存の法則」は歴史的には何度かその危機に遭遇し、それが間違っているのではないかと、思われたときもあった。しかし、エネルギーの考えを再評価し、データと照合することによって益々不動の原理に高められていった。その意味で、「エネルギー保存の法則」は実験や観測から得られた法則ではあるが、むしろ人間が自然の法則を理解するための1つの枠組みを与える役割を持った考え方だともいえる。

しかし、それらの間には、それぞれのエネルギー変換を支配する法則によって、Aという形態の全てのエネルギーを常にBという形態のエネルギーに変換できるというわけではない。人間にとって、時と場所によっても必要なエネルギーの形態は変わる。人間に必要なだという目的でむやみにその形態を変更させると、逆に人間に不都合な結果をもたらすことになる。

〔例題〕 次の図はエネルギー変換の図です。この図について後の問いに答えなさい。



- (1) 図中の(ア)にある2つのエネルギーをまとめて何エネルギーといいますか。()
- (2) 「エネルギーの姿は変わっても、その総量は変化しないで常に一定に保たれる」この法則をなんと言いますか。()
- (3) 次のものは、それぞれどのエネルギーに関係したものですか。図中の(ア)~(オ)の記号より一つ選び、その記号で答えなさい。
- 振れ続ける振り子の運動 ()
 - スタートした後のジェットコースターの運動 ()
- (4) エネルギー変換について、図中の①, ④, ⑥, ⑧, ⑩, ⑫, ⑬, ⑯にもっともふさわしいものを下記の例より一つ選び、その記号で答えなさい。
- ①(), ④(), ⑥(), ⑧(), ⑩(), ⑫(), ⑬(), ⑯()
- 自動車走っているときの、エンジンの働き
 - 自動車を止めようとしたときの、ブレーキの働き
 - 自転車用の発電機の働き
 - 太陽電池の働き
 - 植物の光合成
 - 電球や蛍光灯などの照明器具
 - ホットカーペットなどの電熱製品
 - 携帯電話のスピーカー
 - 模型自動車のモーター
 - 石油ガスファンヒーターで部屋を暖める
 - 花火
 - ピアノを弾く
 - 乾電池の働き
- (5) 工事現場で使うダイナマイトなどの火薬類の目的は、何から何へのエネルギー変換ですか。適当なものを「(イ)→(ウ)」のように、図中の(ア)~(オ)の記号で答えなさい。

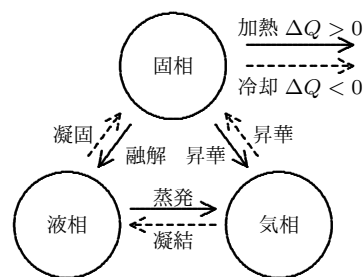
- (1) 力学的エネルギー, (2) エネルギー保存の法則, (3)a. ア, b. ア,
 (4) ①l, ④b, ⑥c, ⑧d, ⑩e, ⑫g, ⑬m, ⑯j, (5)オ→ア

2.11 物質の特性

2.11.1 相変化… 固体, 液体, 気体

水には液体と、氷の固体、水蒸気の気体の三態がある。他の物質にも同じように三態がある。このことは実在気体が理想気体ではないことを物語っている。理想気体は全ての温度で理想気体の方程式にしたがうとしているからである。気体, 液体, 固体の違いを温度などの状態と区別して、気相, 液相, 固相ともいう。相変化は不連続な状態変化と考えられる。

相変化にともなって、分子の相互の関係が変わり、熱の出入りがある。固相から液相、液相から気相への相変化はそれぞれ融解、気化といひ、相変化で吸収する熱を潜熱（latent heat）といひ、融解では融解の潜熱（融解熱）、気化では気化の潜熱（気化熱）という。固相は分子間の相互作用が相対位置を一定にたもち、巨視的にみても形が変化しない。液相は分子間の相互作用が相対距離を一定にたもち、巨視的にみると体積は一定だが形は自由に変わる。気相では各分子は自由に相対位置が変わる。これらをしらべるには、ガスバーナー、温度計が不可欠である。



ガスバーナーの使い方

- ① ガスの調節ねじと空気調節ねじを閉めておいて、ガスの元栓を開く。
- ② ガス調節ねじ（下側のねじ）を緩めて横からマッチなどの炎を近づけて点火する。
- ③ 炎を適当な大きさにしてから、空気調節ねじ（上側のねじ）を緩めて（このとき、ガス調節ねじを押さえて固定しておく）青色の安定した炎にする。
- ④ 火を消すときは、まず元栓を閉じ、空気調節ねじを閉じ、続いてガス調節ねじを閉じる。

正確なデータを得るため、温度計についても考えておこう。

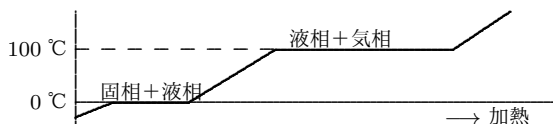
温度計、乾湿計

温度計、乾湿計の原理を考える。

通常の室温や水温を測るのに使う温度計は「アルコール温度計」である。ただし、アルコールの沸点は 100°C より低いから、温度計に入っている実際の赤い液体は 灯油 や 軽油 だそう。固体のガラスに比べ液体の油やアルコールの膨張率は非常に大きい。したがって、密閉したガラス容器に液体を入れて温度変化をさせると、そのガラス容器に占める液体の割合が増える。それを目盛りをつけた細い棒状の部分に導いて温度計測する。

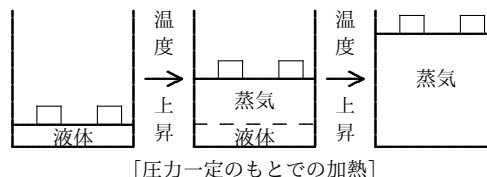
乾湿計は乾球温度計と湿球温度計を並べてその温度差から湿度を割り出す。乾球温度計は通常の棒状の温度計であり、湿球温度計は温度計の球部をガーゼで覆い、その他端を水の入った壺につけておいた物である。湿度が小さくなると、ガーゼ表面から液体の水が盛んに蒸発し（気化熱は 1g あたり、 100°C の場合 540cal もある）、湿球の温度が下がる。乾球との温度差は湿度によって決まる。

さて、水の状態変化については、 0°C より低温の氷を一定の割合で加熱する、という設定で小学生の時から知っている。



相変化の例として気相と液相の関係をもう少し詳しくみておこう。液体の水を容器に入れ、圧力一定の条件を与えるためピストンに一定の錘りをのせておく。

容器を熱すると液体はわずかに膨張しながら温度が上昇し、沸点に達すると加熱した熱量は気化熱として吸収され、全ての液体が蒸気になるまで体積は膨張し、温度は変わらない。

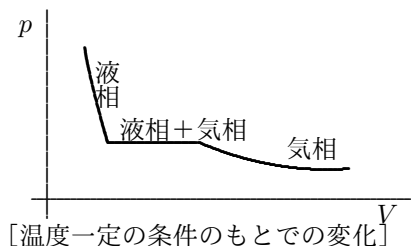
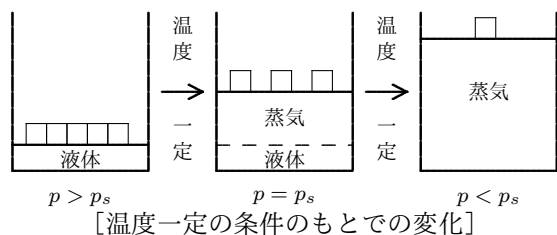


[圧力一定のもとでの加熱]

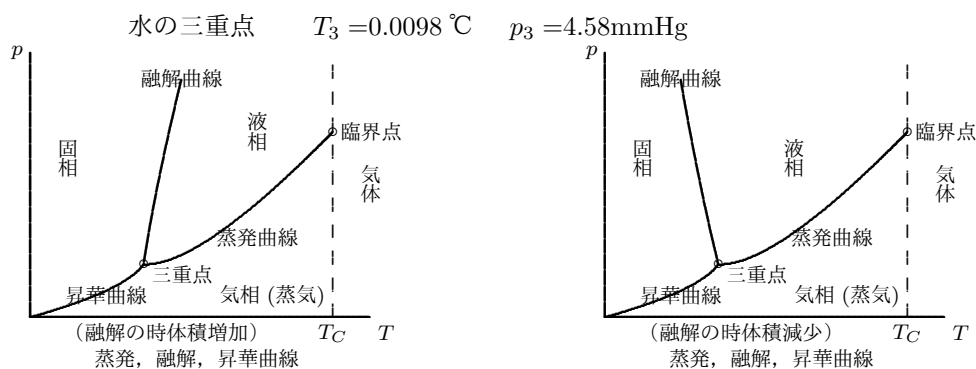
全てが気化したあと、さらに加熱すると蒸気は熱せられ（過熱蒸気）、温度上昇と共に体積も膨張することはよく知っている。蒸気と液体が共存しているとき、この蒸気を飽和蒸気（saturated vapor）という。液体が微粒子になって飽和蒸気と同じ温度、圧力の液体が混在している状況を湿り蒸気（wet vapor）といひ、液体部分を全く含まない飽和蒸気または過熱蒸気を乾き蒸気（dry vapor）ということもある。飽和蒸気の圧力を飽和蒸気圧（saturated pressure）といひ、上の考察より温度だけの関数である。 100°C の水の飽和蒸気圧は約 1 気圧である。温度と飽和蒸気圧の関係をグラフに表したものを蒸気圧曲線または簡単に蒸発曲線という。

次に温度一定の条件で圧力を変えたらどうなるかを見てみよう。温度一定に保つため容器を一定温度の熱源に接触させつつ、ピストンの錘りを変えて、圧力を変化させる。圧力の減少にしたがって、液体の体積はわずかに膨張する。またこの間、系はわずかに熱を吸収する。さらに圧力を減少させ、温度によって決まる飽和蒸気圧 p_s にたつと、液体の中の高速で運動している分子がピストンを押し上げ、蒸気が占める空間ができる。ここでは液面を飛び出す分子の数と液体中に入る蒸気の数とが平衡している。

熱の供給が続くと、熱は気化熱として液体が蒸気に変わるのに利用され、同じ温度、同じ圧力のもとで、蒸気の占める割合が増加し、ついに全て蒸気に変わる。圧力を p_s からさらに減少させると、蒸気は膨張する。このとき、温度一定だから、膨張によってした仕事に相当するエネルギーは熱として吸収している。



こうして各温度に対して p - V 図を描いていく。液相と蒸気相の共存状態では、温度が高くなるにしたがって、分子運動は激しくなり、蒸気圧は上昇し、蒸気相と液相の分子密度が接近する。さらに高温になると液相と蒸気相の区別が出来ない臨界点 (critical point) にたっし、蒸発の潜熱は 0 になり、それより高温ではもはや液相が存在できない領域となる。臨界点での温度を臨界温度 T_c 、圧力を臨界圧力 p_c 、体積を臨界体積 V_c という。臨界温度より高温の蒸気のみを気体とよぶこともある。したがって蒸発曲線の温度の上端は臨界温度 T_c である。気相と液相の場合と同じように、液相と固相の共存域は融解曲線で、気相と固相の共存域を昇華曲線という。蒸発曲線、融解曲線、昇華曲線は論理的に 1 点で交わる。これを三重点という。



気体の場合、加熱の条件、すなわち体積を一定として加熱するのか、圧力を一定にして加熱するのかなど温度変化の条件が異なると比熱が大きく変わる。以下に気体を除くいろいろな物質の比熱と相変化の潜熱を掲げておく。

25°C, 大気圧における比熱 (J/°C · kg)

物質	相	比熱
鉄	固体	448
銅	固体	387
金	固体	129
銀	固体	234
アルミ	固体	900
鉛	固体	234
真鍮	固体	380
ガラス	固体	837
エタノール	液体	2400
水銀	液体	140
水	液体	4186

融解熱および気化熱 (°C, J/kg, 1 気圧)

物質	融解点	融解熱	沸点	気化熱
ヘリウム	-279.65	5.23×10^3	-268.93	2.09×10^4
窒素	-209.97	2.55×10^4	-195.81	2.01×10^5
酸素	-218.79	1.38×10^4	-182.96	2.13×10^5
ナフタレン	80.5	1.41×10^5	217.9	8.54×10^5
パラジクロロベンゼン	54	1.01×10^5	174.1	
エタノール	-114	1.04×10^5	78	8.54×10^5
二酸化炭素	-56.6	1.91×10^5	78.3	3.70×10^5
アンモニア	-77.7	3.33×10^5	-33.48	1.268×10^5
水	0.00	3.34×10^5	100.00	2.26×10^6
硫黄	119	3.81×10^4	444.60	3.26×10^6
鉛	327.3	2.45×10^4	1750	8.70×10^5
アルミ	660	3.97×10^5	2450	1.14×10^7
銀	960.80	8.82×10^4	2193	2.33×10^6
金	1063.00	6.44×10^4	2660	1.58×10^6
銅	1083	1.34×10^5	1187	5.06×10^6

[問題 1] 表 1 は物質 A~F の融点と沸点を示したものである。次の各問に答えよ。(東大谷高)

問 1 物質 A と C は室温が 20°C の部屋では、それぞれ固体、液体、気体のどの状態にあるか。A() C()

問 2 20°C の部屋で物質 A~F を容器に入れ、それぞれ -50°C に保たれた液体につけたところ、いくつかの物質は液体から固体になった。このような変化をする物質は A~F のどれか。2 つ答えよ。() ()

問 3 表 2 は、表 1 の物質 F を加熱したときの加熱時間と温度を記録したものである。加熱を始めてから、33 分後に物質 F はどのような状態になっているか。下の A~オから 1 つ選び、記号で答えよ。()

	融点 [°C]	沸点 [°C]
A	1083	2570
B	-39	357
C	-218	-183
D	-115	78
E	0	100
F	63	360

加熱した時間 [分]	0	6	12	18	24	30	36	42	48	54
温度 [°C]	23	33	42	51	59	63	63	76	84	86

表2
 ア. 固体だけ イ. 固体と液体が混じっている ウ. 液体だけ エ. 液体と気体が混じっている オ. 気体だけ
 (問1. A. 固体 C. 気体 問2. B・E 問3. イ)

[問題2] 次の実験について、後の問に答えよ。(京都明徳高改)

[実験A]

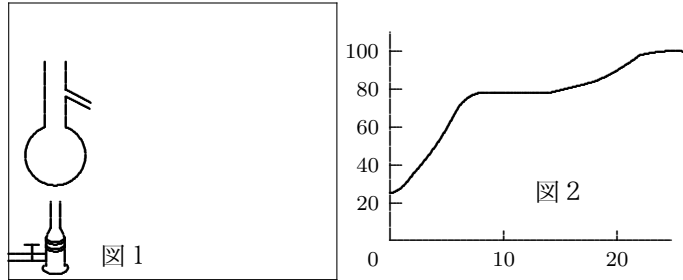
① 水 15cm³ とエタノール 10cm³ の混合物を枝付きフラスコの中に入れ、

図1のような実験装置を用いて、小さな炎でおだやかに加熱し、温度を測定しながら発生する蒸気を集めた。このとき、試験管の中に液体が 5cm³ 集まるたびに試験管を取り替え、試験管A・B・Cの順に集めた。図2はこの実験における蒸気の温度と加熱時間との関係をグラフに表したものである。

② 試験管A・B・Cに集めた液体を、それぞれ蒸発皿に 1cm³ ずついれ、蒸発皿にマッチの火を近づけた。表は、火を近づけた時の液体の様子を説明したものである。

[実験B]

水 20cm³ と食塩 5g の混合物を、あらたに用意し枝付きフラスコの中に入れ、図1のような実験装置を用いて発生する蒸気を試験管に約 5cm³ 集めた。



	火を近づけたときの液体のようす
Aに集めた液体	火がつき長く燃え続けた。火が消えた後の蒸発皿には、液体は殆ど残らなかった。
Bに集めた液体	火がすこしの間燃えた。火が消えた後の蒸発皿には、液体が少量残った。
Cに集めた液体	火はついたがすぐ消えた。火が消えたあとの蒸発皿には、液体の殆どが残った。

(1) 実験Aのスケッチを完成せよ。ただし、温度計、試験管、氷水およびそれを入れるビーカー、沸騰石、ゴム管、ゴム栓、金網は必ず書き入れよ。スタンドは省略して良い。

(2) 実験Aの下線部の混合物を分離するために行う実験操作を何というか。また、物質の何の違いを利用しているか。

(3) 実験Aで、試験管A, B, Cに集めた液体についてどのようなことが言えるか。ア～エから選べ。

ア Aは水だけ、Bはエタノールと水の混合物、Cはエタノールだけである。

イ Aはエタノールだけ、Bは水とエタノールの混合物、Cは水だけである。

ウ すべて水とエタノールの混合物で、水が含まれている割合はAが最も多く、Cが最も少ない。

エ すべて水とエタノールの混合物で、水が含まれている割合はCが最も多く、Aが最も少ない。

(4) 実験Bで用いた水と食塩の混合物の濃度は何%になるか。ただし、水の密度は 1.0g/cm³ とする。

(5) 実験Bで、試験管に集めた液体は何と考えられるか。アからウから選べ。

ア 食塩水 イ 水 ウ 食塩

(1) 教科書、参考書を見て、必ず正確に図を描いておこう (2) 蒸留(分留), 沸点 (3) エ (4) 20% (5) イ

2.11.2 温度、圧力などによる状態変化

温度・圧力によって相変化が起こることを見てきたが、同じ相(気体、液体、固体)のなかでも温度・圧力が変化すると物質は状態変化をする。

気体だけでなく、液体や固体でも温度変化によって体積が変化する。等方的で一樣な長さ l の物質を十分小さな温度変化 ΔT をさせたとき、長さが Δl だけ変化したとすると

$$\Delta l = \alpha' l \Delta T \quad (2.26)$$

が成り立つ。比例定数 α' は線膨張係数という。 $\alpha' = \frac{1}{l} \frac{\Delta l}{\Delta T}$ だから、 α' の単位は $[1/^\circ\text{C}]$ である。同様に体積は

$$\Delta V = \alpha V \Delta T \quad (2.27)$$

だけ変化する。 α は体積膨張係数という。 1 辺の長さ l 、したがって体積 $V = l^3$ の立方体を考えれば

$$\Delta V = (V + \Delta V) - V = (l + \Delta l)^3 - l^3 = 3l^2 \Delta l + \dots$$

となるが、 $\Delta l = l \alpha' \Delta T$ より

$$\Delta V/V = 3\Delta l/l + \dots = 3\alpha' \Delta T + \dots$$

Δl が十分小さいから… の部分は無視でき、 $\alpha = 3\alpha'$ が成り立つ。

以下にいくつかの物質の膨張係数を掲げておく。

室温における線膨張係数
 $\alpha' [(\text{°C})^{-1}]$

材料	膨張係数	材料	膨張係数
アルミ	24×10^{-6}	真鍮	19×10^{-6}
銅	17×10^{-6}	普通のガラス	9×10^{-6}
鉛	29×10^{-6}	鉄	11×10^{-6}

室温における体積膨張係数
 $\alpha [(\text{°C})^{-1}]$

材料	膨張係数
エタノール	1.12×10^{-4}
ベンゼン	1.24×10^{-4}
ガソリン	9.6×10^{-4}
0 °C の空気	3.67×10^{-3}

物体内で対象としている部分に単位面積あたりに作用している力を応力 (stress) という。微小直方体を想定すると、各面に垂直な方向に作用する法線応力 (normal stress) と面に平行な方向に作用するせん断応力 (shear stress) の 2 種類が考えられることがわかる。圧力は面に垂直に物体に向かって働く応力であり、気体を別にすると物質の中では引っ張りの応力も考えられる。これらを表現したのがフックの法則であった。

フックの法則のところでも記したが、^{つるまき}弦巻バネはこの法線応力に対する復元力を表したのではなく、剪断ひずみにたいする復元力の現れである。太いゴムひもをねじったとき長さ方向は変わらないが棒の各部で少しずつずれて、全体として大きくねじれる。このときの復元力と同じ原理である。

2.11.3 気体の状態変化

気体の物理的性質は、それぞれの気体の種類や混合比などによって差があり、また温度、圧力などによっても変化する。しかし、その成り立ちからかなり共通な性質が多くある。0 °C 1 気圧、体積 22.4m^3 の気体のヘリウムを考え、これに含まれる分子の数をアボガドロ数 N_0 という。またこれだけの物質を 1kmol という。すなわち

$$N_0 = 6.022 \times 10^{26} \text{ kmol}^{-1} \quad (2.28)$$

である。気体の各分子は互いに弾性衝突をしてエネルギーや運動量を交換している、と仮定すると、気体は種類によらず 0 °C 1 気圧、体積 22.4m^3 のなかに同じ数 N_0 の分子が含まれることが導け、1kmol の気体については、圧力 p 、体積 V 、温度 T の間には

$$pV = RT, \quad R = 8.314 \times 10^3 \text{ J}/(\text{K} \cdot \text{kmol}) \quad (2.29)$$

の関係が成り立つ。ここで R はガス定数といわれ、その成り立ちから、気体の種類にはよらない。 T は絶対温度 (単位は K : ケルビン) で、摂氏温度 t °C と $T[\text{K}] = 273.15 + t[\text{°C}]$ の関係がある。 $n\text{kmol}$ の気体に付いて議論するときは、 $pV = nRT$ を用いればよいことがわかる。また、実験的にこの式が常温でもかなり良い近似であることがたしかめられる。

この関係 $pV = RT$ を「理想気体の状態方程式」(ボイル・シャルルの法則) という。 p, V, T のいずれか 2 つが与えられると、残りの状態を指定する変数は決まる、という意味である。どうしてこんなところに突然絶対温度などが現れたのかなどは、この式をまじめに導き、温度とは何かを深く学ばねば理解できない。こうしたことは大学の「熱学」で学習できる。

1kmol の物質とは何 kg になるのだろうか。酸素分子 (O_2) で考えてみよう。

分子 1 個の質量を m とすると 1kmol の分子の質量は $N_0 m$ となる。したがって、分子 1 個の質量が求めればよい。炭素原子 1 個の質量を 12 とする質量の単位を原子質量単位 [u] という。 $1u = 1.6605402 \times 10^{-27} \text{ kg}$ である。この原子質量単位で測った各原子 1 個の質量を原子量という。炭素は原子量 12 である。酸素原子はおよそ原子量が 16 である。水素原子は 1 である。これは原子は陽子、中性子、電子などからできているが、陽子と中性子はほとんど同じ質量で、電子はそれらの約 2000 分の 1 の程度だから、原子の質量は陽子と中性子の総数でだいたい決まる。水素は陽子 1 つ、炭素は陽子 6 個、中性子 6 個であり、酸素は陽子 8 個中性子 8 個である。ヘリウム原子は陽子 2 個、中性子 2 個だから、ヘリウム原子の原子量は 4 である。一般に原子量は構成粒子の相互作用によって正確な整数にはならない。また、現実存在する原子は同じ元素 (陽子の数が同じ) であっても中性子の数が違うもの (同位元素という) がいろいろ混ざったものだから、原子量は整数から大きくずれることもある。アルゴン (Ar) の原子量は 39.95 である。

酸素分子は酸素原子が 2 個結合したものであるから、1 個の酸素分子の質量はおよそ 2 個の酸素原子の質量になる。したがって、酸素分子の分子量は $16 \times 2 = 32$ となる。窒素の原子量は 14 だから、窒素分子

(N₂) の分子量は 28 である。乾燥空気 (水蒸気を取り除いた空気) は窒素が 78.08%, 酸素 20.95%, アルゴン 0.93% である。したがって空気の分子量 $M = 0.7808 \times 28.0 + 0.2095 \times 32.0 + 0.0093 \times 39.95 = 28.94$ となる。したがって,

$$\text{酸素 1kmol の質量は } N_0 m = N_0 \times 32.0 \times 1.6605402 \times 10^{-27} \text{kg} = 32.0 \text{kg}$$

$$\text{空気 1kmol の質量は } N_0 m = N_0 \times 28.94 \times 1.6605402 \times 10^{-27} \text{kg} = 28.94 \text{kg}$$

となる。すなわち、物質 1kmol の質量はその物質の分子量に単位 [kg] をつけたらよい (実は 1kmol はそうなるように定義されている)。

0℃ ($T_0 = 273.15\text{K}$), 1気圧 ($p_0 = 1013\text{hPa}$) の 1kmol の気体の体積を $V_0 = 22.4\text{m}^3$ ($p_0 V_0 = RT_0$) とする。たとえば摂氏 15 度, 1気圧の気体の体積は

$$V = \frac{RT}{p} = \frac{T}{T_0} \frac{p_0}{p} V_0 = \frac{273.15 + 15}{273.15} \times 22.4\text{m}^3 = 23.63\text{m}^3$$

従って, 摂氏 15 度, 1気圧の気体の密度は

$$\text{空気では, } 28.94 / 23.63 \approx 1.2\text{kg/m}^3,$$

$$\text{ヘリウムでは, その約 8 分の 1 の } 0.17\text{kg/m}^3 \text{ となる。}$$

同じ温度の変化では, 気体の圧力と体積は反比例する。これらはすべて, ただ一つの方程式 $pV = RT$ という気体に固有の関係式から計算できる。

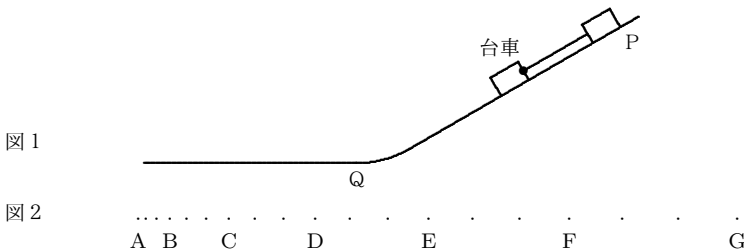
気象で上昇気流が発生したとき, 「断熱膨張」が起こることを学ぶ。このときは, P, V, T のいずれかを一定にして変化する, という条件ではなく, 膨張過程で, 熱が外部からの熱の出入りが全くない (このことを断熱変化という) という条件のもとで変化することになる。このとき温度は下がる。

運動とエネルギー 補充問題

1 運動に関する次の問に答えよ。(四天王寺高)

台車が斜面を降りる運動の様子を調べるため, 図 1 のように, 紙テープを後ろに取り付けた台車を斜面 PQ の上に置いて手で支えておき, 紙テープを記録タイマーに通した。記録タイマーのスイッチを入れて, 静かに手を離すと, 台車は斜面を下り, 点 Q から先は水平面を運動した。

この実験に用いた記録タイマーは, 1/60 秒ごとに打点を打つものである。図 2 は, この実験で記録された紙テープである。

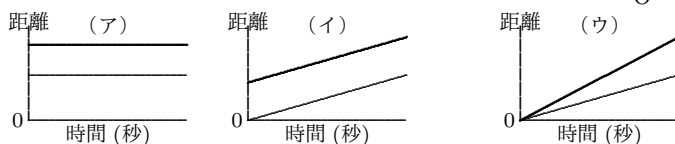
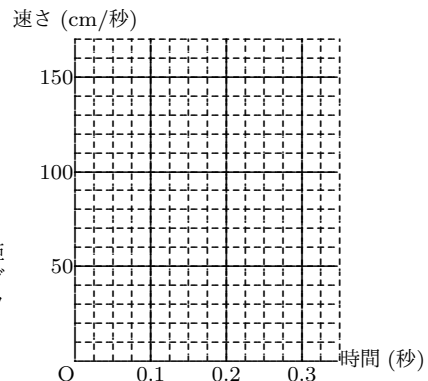


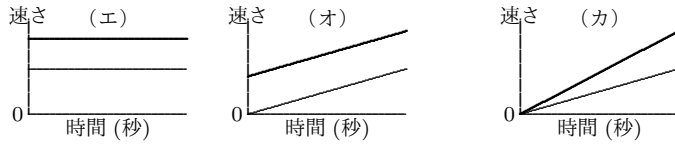
[1] 表は, 3 打点ごとの間隔を物差しで測ったものである。AB, BC, ..., FG 間の各区間における平均の速さを計算し, 打点 A が打たれた時刻を 0 秒として, 時間と早さの関係を回答欄のグラフに描け。グラフには, 計算で得られた点を, 見てわかるように残しておくこと。

区間	AB	BC	CD	DE	EF	FG
区間の距離 (cm)	1.6	2.8	4.0	5.2	6.4	7.6
速さ (cm/秒)						

[2] 上の運動では, 時間が 1 秒たつごとに, 速さが何 cm/秒ずつ速くなるか。

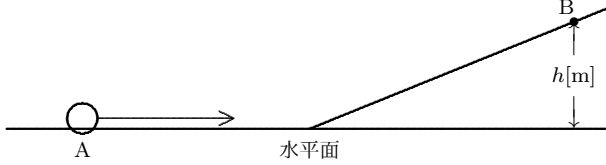
[3] 斜面の傾きを大きくして PQ 間で実験したとき, 台車が進んだ距離と時間の関係, 台車の速さと時間の関係はどのようになるか。グラフ (ア)~(カ) から, 正しいものを一つだけ選べ。ただし, グラフの太線は傾き角が大きい場合を, 細線は小さい場合を示す。





- [4] 台車が斜面の下端Qを通過して水平面を運動するとき、台車はどのような運動をするか。摩擦や空気抵抗が無視できるものとして答えよ。
 (2) 480cm/秒, (3) カ, (4) 等速直線運動

2 図のように、滑らかな水平面上の点Aに置かれた小物体に運動エネルギー K [J] を与え、水平方向右向きに運動させる。小物体は、滑らかな斜面上を運動し、最高点B (水平面から h [m]) まで上がり、再び水平面に向かって斜面を滑り下りる。この運動で力学的エネルギーは一定に保たれるとする。また、位置エネルギーは図の水平面を基準面とする。

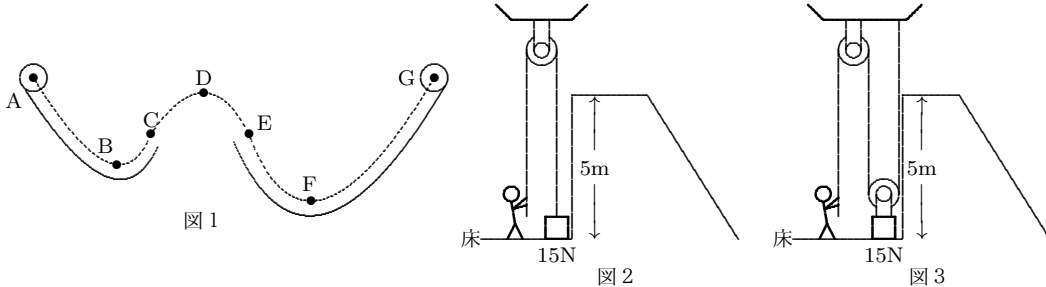


- [1] 水平面からの高さが h_1 [m] の点を通過するときの位置エネルギーを U [J] とすると、 h_1 [m] での運動エネルギーはいくらか。
 [2] 最高点Bに達したときの位置エネルギーは何 [J] か。
 [3] 最高点Bから滑り下るとき、高さが $\frac{2h}{3}$ [m] の位置を通過するときの小物体の運動エネルギーは何 [J] か。 K を用いて表せ。ただし、位置エネルギーは図の水平面からの高さに比例するとする。
 (1) $K - U$ [J], (2) K [J], (3) $\frac{1}{3}K$ [J]

3 他の物体を動かしたり、変形させたりすることができる物体は「エネルギーを持っている」という。この「エネルギー」について考えてみる。問題中に出てくる物体は小さく、大きさを考えなくてもよいとする。答えが割り切れない場合は四捨五入をし、少数第一位まで答えること。(西大和学園高 15)

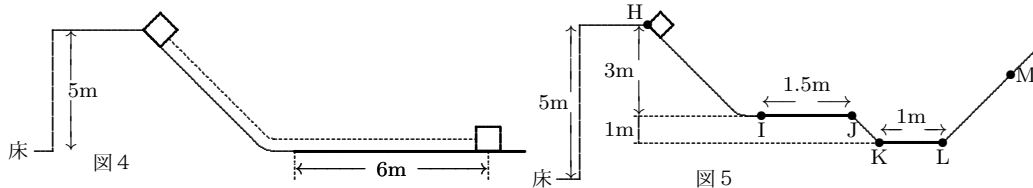
- (1) 次の文章の に当てはまる語句を答えなさい。
 エネルギーには、動いている物体が持つ ① エネルギーや高いところにある物体が持つ ② エネルギー、モーターを動かしたり電球を光らせたりする ③ エネルギーなど様々な種類がある。このうち、① エネルギーと ② エネルギーとを合わせて ④ エネルギーという。

図1のように物体を斜面上の点Aで静かに離した。物体は一度点Cから空中に飛び出した後、点Eで跳ね返ることなく別の斜面に滑らかに着地し、点Aと高さと同じ点Gまで達した。



- (2) 点A～点Gのうち、① エネルギーが最も大きい点を全て選べ。
 (3) 点A～点Gのうち、② エネルギーが最も大きい点を全て選べ。
 物体が「仕事」をされると、された「仕事」の分だけ「エネルギー」が変化する。この「仕事」について考えてみる。
 高さ5mの台の上に、15Nの重さの物体を、図2のような滑車とロープを用いてゆっくり持ち上げた。ロープは軽くて伸びないものとする。
 (4) 物体を持ち上げた仕事はいくらか。
 (5) 滑車にかけられたロープを1秒間に80cmの速さで引いて物体を持ち上げたとき、仕事率はいくらか。
 次に滑車を図3のように変えて、高さ5mの台の上に、15Nの重さの物体をゆっくり持ち上げた。滑車1つの重さは3Nであった。

- (6) ロープを引く力の大きさはいくらか。
 (7) (5)と同じように滑車にかけられたロープを1秒間に80cmの速さで引いて物体を持ち上げたとき、仕事率はいくらか。
 高さ5mの台の上に持ち上げた15Nの重さの物体を、図4のように斜面から静かに滑らせた。斜面の先の水平面に摩擦力のかかる素材を使ったところ、物体は水平面を6m進んで止まった。ただし、この素材の部分以外では摩擦力は生じないものとする。



- (8) 摩擦力の大きさはいくらか。
 図5のような斜面および水平面をつくり、図4と同じ物体を静かに滑らせた。水平面IJおよび水平面KLには1.5mおよび1mにわたって図4と同じ大きさの摩擦力のかかる素材が使われている。ただし、この素材の部分以外では摩擦力は生じないものとする。

ないものとする。

(9) 点 H～点 M のうち、(1) の $\boxed{①}$ エネルギーが最も大きい点を全て選べ。点 M は、物体の折り返す点である。

(10) 点 M の床からの高さはいくらか。

(11) 物体は点 M で折り返した後、斜面および水平面を滑り、最終的に静止した。その位置を、解答欄の () に記号および数字を入れて答えよ。

点 () から右に () m の点

答え (1) ① 運動 ② 位置 ③ 電気 ④ 力学的 (2) F (3) A・G (4) 75(J) (5) 12(W) (6) 9(N)
(7) 7.2(W) (8) 12.5(N) (9) I (10) 2.9(m) (11) (点)I(から右に)1.4(m)の点

4

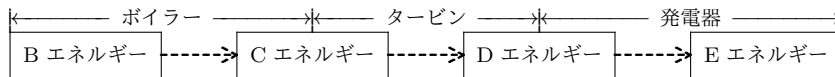
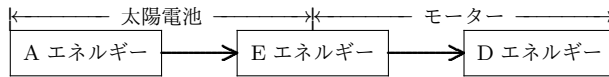
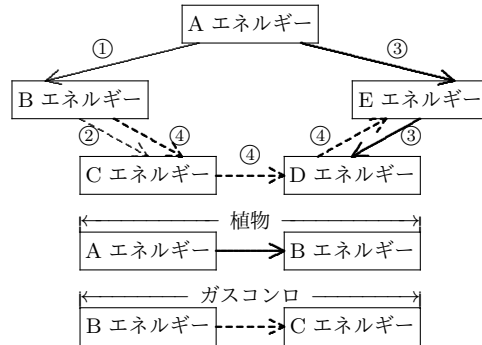
次の①～④の文と図は、エネルギーの移り変わりについて説明したものであり、A～E のエネルギーは、運動・化学・電気・熱・光エネルギーのいずれかを表したものである。また、右図は①～④の文に表されたエネルギーの移り変わりを模式的に示したものである。これについて、後の問い(1)～(3)に答えよ。ただし、記述したエネルギー以外のエネルギーは考えないものとする。(京都府)

① 植物が光合成によってデンプンを作るとき、A エネルギーはおもに B エネルギーに移り変わる。

② ガスコンロを使って水を温めているとき、B エネルギーはおもに C エネルギーに移り変わる。

③ 太陽電池でモーターが回転しているとき、A エネルギーはおもに E エネルギーを経て D エネルギーに移り変わる。

④ 火力発電によって発電していると、B エネルギーはおもに C エネルギーから D エネルギーを経て E エネルギーに移り変わる。



(1) B エネルギーが表すものは何エネルギーか、次の(ア)～(エ)から1つ選べ。()

(ア) 運動エネルギー (イ) 化学エネルギー (ウ) 電気エネルギー (エ) 熱エネルギー (オ) 光エネルギー

(2) B エネルギーがおもに E エネルギーを経て A エネルギーに移り変わる事例として最も適当なものはどれか、次の(ア)～(エ)から1つ選べ。()

(ア) 乾電池を使った懐中電灯の明かりがついているとき

(イ) ろうそくの明かりがついているとき

(ウ) マグマの熱を使用しているとき

(エ) 風を利用して風力発電をしているとき

(3) 電気ポットで湯を湧かしているとき、何エネルギーがおもに何エネルギーに移り変わるか、エネルギー名をそれぞれ漢字で書け。() エネルギーが () エネルギーに移り変わる。

(1) イ (2) ア (3) 電気, 熱

5

落差が 200m の滝があります。この滝では平均毎秒 100 トンの水が流れ落ちていきます。1kg の質量の物体に働く重力の大きさを 10N とし、次の問いに答えなさい。(立命館高)

(1) 1kg の水が 1m の高さから落下したときに得られるエネルギーは何 J ですか。

(2) 100 トンの水に働く重力は何 N ですか。

(3) この滝で得たエネルギーの 10% が電気エネルギーに変換されて利用できるものとする、何 W の電力が得られますか。

(4) 水平な線路上を進む電車を、この滝のエネルギーにより動かすことを考えます。電車の質量を 100 トンとします。この滝で得たエネルギーの 10% がすべて電車の運動エネルギーに変換されたとします。静止した状態で得たエネルギーを 1 秒間供給すると、速さは最大何 m/秒になりますか。ただし、運動エネルギーは以下の式で与えられるものとします。

$$\text{運動エネルギー} = \frac{1}{2} \times \text{質量} [\text{kg}] \times \{ \text{速さ} [\text{m/秒}] \}^2$$

(5) 自然の滝により水力発電を行ってエネルギーを得るには、水量の調節が難しいため、実際には、ダムが用いられます。貯水槽は発電所から 10m の高さがあり、貯水槽から毎秒 3 トン (3000kg) の水が発電所に送られます。この水のエネルギーのうち 15% が電気エネルギーに変換されて利用できるものとします。1 家庭の 1 日の平均電気使用量は 10kWh であるとする、このダムを 1 日に 10 時間稼働したとき、このダムは 1 日に何家庭の電力を供給することができますか。割り切れない場合は、四捨五入して整数で答えなさい。

(1) 10J (2) 1000000N (3) 20000000W (4) 20m/秒 (5) 45 家庭

第3章 電気・磁気

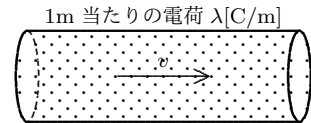
3.1 電流, 電場, ジュールの法則

物質が帯びている電気の量を電気量という。電子は負の電気をもった粒子であり、負の電荷をもっている。原子核に含まれている陽子は電子と同じ大きさの電気量で、正の電荷をもっている。電荷をもっている粒子を荷電粒子という。原子は通常中性であるのは、原子核を構成している陽子の数と原子核の回りを回っている電子の数が同じになっているからである。何個かの電子が原子から離れたり、余分に電子がくっついて原子が帯電することもある。分子でも同じようなことがおこる。こうした帯電した原子や分子をイオンという。また、金属の中ではいくつかの電子が一つの原子の回りだけでなく、他の原子へ移動したと見なせるような事も起こる(自由電子)。さらに、一つの原子あるいは分子の中でも全体として電子と陽子の平均的な分布がずれて電荷が移動したとみなす事ができる場合もある(分極)。電気量(電荷)の単位はクーロン[C]で、電子や陽子の電荷の大きさ e を電気素量といい、 $e = 1.6 \times 10^{-19}$ [C]である。

電流を次のようなモデルで考えてみよう(これはモデルであり、電流の定義そのものではない。定常な電流ではほぼこれでよい)。

電線(導線)の単位長さ当たり(1m 当たり)の電荷を λ [C/m] とし、自由電子などの荷電粒子の平均的な一方向への速さを v [m/秒] とする。電流を導線の一断面を単位時間(1 秒間)に通過した電気量だとすると、

$$I[\text{A}] = \lambda[\text{C/m}] \times v[\text{m/秒}]$$



となる。したがって、「1A=1C/秒=毎秒 1C の電荷が流れる電流」である。

電荷は他の電荷から力(クーロン力: 静電気の力はこれによる)を受ける。クーロンの法則は、形の上からは万有引力の法則と同じである。

クーロンの法則

電荷 q が距離 r 離れた電荷 q' から受ける力は、2つの電荷を結ぶ直線方向で、 q, q' が同符号ならば、反発力、異符号ならば引力で、大きさは

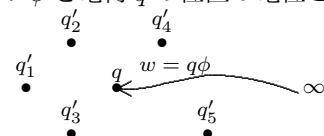
$$f = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq'}{r^2}, \quad \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 8.9876 \times 10^9 \text{Nm}^2/\text{C}^2$$

である。

$\frac{1}{4\pi\epsilon_0}$ は単なる比例係数で、単位系(電荷の単位)を定めればその値が決まる。 $f = qE$, $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q'}{r^2}$ と表したとき、 E を電荷 q' による、電荷 q の位置の電界あるいは電場(静電場)という。電場は大きさだけでなく、向き、方向をもった量...ベクトルである。一つの電荷 q' だけでなく多くの電荷が散らばっているときも、それぞれの電荷 q' が電荷 q に加わる力の和(重ね合わせの原理)、合力を f とし、電荷 q における電場を $f = qE$ と定義すると、電場 E はそれぞれの電荷 q' の作る電場の和になっている(電場も重ね合わせの原理が成り立つ。ベクトルによる厳密な表現は省略)。

ただ一つの電荷 q' 、(仮に $q' > 0$) が作る電場の中を、電荷 q 、(仮に $q > 0$) を無限の遠方から、現在の位置まで移動させるためには斥力に抗して仕事を加えなければならない。その仕事を w とすると、 w は q だけでなく、 q' にも比例し、 $w = q\phi$ とおける。 ϕ は q' に比例する。この ϕ を電荷 q の位置の電位という。

多くの電荷 q' が散らばっているときも、電荷 q を無限の位置から現在の位置に移動させるときの仕事を $w = q\phi$ と表せば、 ϕ は電位となる。この議論は電荷 q' が連続的に分布している場合にもそのまま拡張できる。

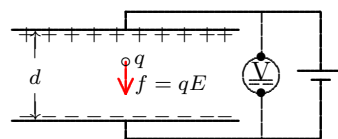


2点 A, B 間の電位の差を電圧あるいは電位差といい、 V で表す。 $V = \phi_A - \phi_B$ 。従って、電荷 q を電位

差 V だけ移動させるには $w = qV$ の仕事がされたことになる。

距離 d だけ離れて平行におかれた同じ 2 つの十分広い金属板 (極板という) に電池で電圧をかける。そうすると、平行板の内側には、電圧に応じた (比例した) それぞれ大きさが等しく符号が反対の電荷が現れる。その 2 つの極板に挟まれた空間に電荷 q (仮に q は正とする) が入ると、 q は 2 つの極板にある電荷から力 f を受ける。 f は極板にある電荷と電荷 q に比例する。したがって $f = qE$ とする。

E は電荷 q の位置の電場である。 E が平板の間どこでも同じだとすると (この証明はクーロンの法則から証明できるが、大学に入ってから楽しみ)、電荷 q を負に帯電した平板から正に帯電した平板に移動するのに必要な仕事は $w = fd = qEd$ となる。



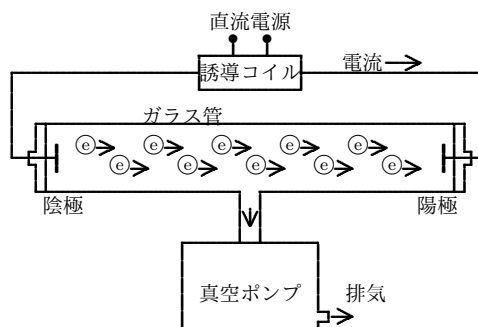
したがって、極板間の電圧 $V[V]$ は $V = Ed$ となる。電圧の単位 V はボルトと読む。また、電荷 q にされた仕事は $w[J] = qV$ となる。

また、平行板の距離 d を十分小さくすると、小さな電圧 V に対して、大量の電荷 q を蓄えることができる。こうした用途に使われるとき、この平行板は蓄電器 (コンデンサー) といわれる。

極板を高温に熱すると、金属内部の一部の電子は金属外部に飛び出しやすくなる。極板を高温に熱し、極板間の電圧 V を例えば 2 万ボルトぐらいまで高くすると、陰極から電子が飛び出し、正極に引きつけられる。電荷 $-e$ (e は電気素量) が負極から正極に空間を移動したとすると、電荷にされた仕事は、 eV である。移動した電荷は、正極にぶつかる直前では eV の運動エネルギーを得たことになる。このエネルギーは正極との衝突で熱エネルギーに変わり、正極を熱することになる。

密閉したガラス管の両端に電極を設置し、直流電圧をかけてもなかなか電流は流れない。いなずま稲妻は空気中を電流が流れる現象で、数万ボルト以上の電圧が作用している。このように気体中を電流が流れることを気体放電という。

しかし、図のように真空ポンプで 0.05 気圧程度以下にガラス管の空気の圧力を下げ、高圧の直流電圧をかけると陰極から電子が飛び出し、陽極に向かって走る。こうした気圧を低くして状態を真空放電といい、真空放電を起こさせるガラス管を真空放電管 (クルックス管) という。ガラス管の内部の気圧を下げていくと、真空放電でのガラス管内の色が変わる。真空放電で電流を担っているのは電子であり、電子の移動方向と電流の向きは逆になる。誘導コイルの原理は後で学ぶ。



これは、極板の間の空間を極板に比べ相対的に電気の流れにくい金属などの導線が満たしたときも同じであり、このときは荷電粒子の運動エネルギーが陽極にぶつかって一気に熱に変わるという形ではなく、荷電粒子の移動の途中で熱を発生することになる。導線内を $I[A]$ の電流が流れ、その間の電圧が $V[V]$ とすると、単位時間 (1 秒間) 当たりの仕事、すなわち仕事率 (Power) は

$$P[W] = V[V] \times I[A] \tag{3.1}$$

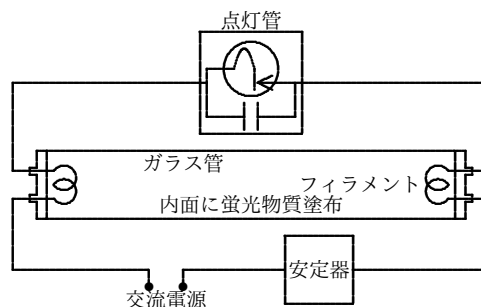
となる。電気ではこの仕事率を電力という。電力 P の単位 $[W]$ はワットで $1W = 1J/\text{秒}$ である。(3.1) はジュールの法則といわれている。

抵抗回路を電流が流れると熱が発生し、これをジュール熱という。ジュールの法則はこのジュール熱の計量化の法則でもある。今考えている導線の区間について、両端の間の電圧が V 、流れている電流を I とすると、時間幅 $t[\text{秒}]$ の間の仕事は $Q[J] = VIt$ となる。熱量の単位をカロリーであらわすと、発熱量は

$$Q[\text{cal}] = 0.24 \times V[V] \times I[A] \times t[\text{秒}] \tag{3.2}$$

となる。これをジュールの法則という場合もある。

図は点灯管方式の蛍光灯の模式図である。蛍光物質が内面に塗布されたガラス管の両端には、コイル状のフィラメントにエミッター (電子放射性物質) を塗装した電極がある。ガラス管内には、放電しやすくするために 2~4hPa のガス (アルゴンあるいは混合希ガス) と少量の水銀原子を入れておく。電源は交流で、点灯の際、電極 (陰極, 交流だから交互に変わる) に電流を流すと、加熱され、高温になったエミッターから大量の電子が放出される。



放出された電子は、陽極に移動し、放電が始まる。放電により流れる電子は、ガラス管の中の水銀原子と衝突、水銀原子は電子の運動エネルギーを受けたり高いエネルギーの状態になり、これがエネルギーの低い状態になるとき紫外線を発する。紫外線はガラス管内の蛍光物質に照射され、可視光線が発生する。図には蛍光管の他に安定器、点灯管 (グロー球) がある。バイメタルは温度による膨張率の違う 2 つの金属を張り合わせたもので、温度変化により片方に曲がる。点灯管 (グロースイッチ) はこのバイメタルと蓄電器 (コンデンサー) を組み合わせたものであり、点灯後は、回路は切断され、もっぱら放電によって回路が閉じるよう工夫したものである。

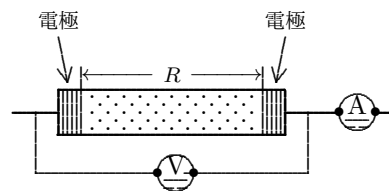
蛍光灯の磁気安定器は鋼板を積層した磁気コアとアルミまたは銅線を用いた巻線とにより構成されている。安定器の基本的な機能は、蛍光ランプの起動に必要な高い電圧をランプの両端に加えることと、ランプの点灯を安定に維持するための電流制限素子としての役目をもつ。

3.2 オームの法則

荷電粒子は物質の中を移動するとき抵抗を受ける。電場から受ける力と導線を構成している物質から受ける力が釣り合うように電流が流れる。荷電粒子が電場から受ける力は電場の強さ E に比例し、電圧 V (電位差) はこの電場 E を物質の長さ方向に積み上げたものだから、力を受けた量 (力積) は電圧に比例する。荷電粒子が移動するときの抵抗は荷電粒子の速さ、すなわち電流に比例すると考えると

$$V[V] = R[\Omega] \times I[A] \quad (3.3)$$

という法則が成り立つことが予想される。比例定数 R が (電気) 抵抗で、単位 $[\Omega]$ はオームと読む。

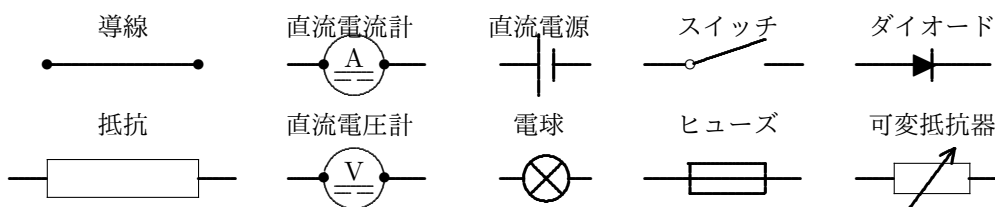


抵抗モデル

勿論抵抗 R は導線の太さや長さ、材質によって変わり、更に一般的には温度や圧力、流れる電流の大きさによっても変わる。オームの法則は電気・磁気の学問の基礎の考え方ではなく、逆にこの式を用いて抵抗を定義しているにすぎない。従ってある条件 (温度、圧力、その他) で定義された抵抗が他の条件でも同じ抵抗になる保証はない。

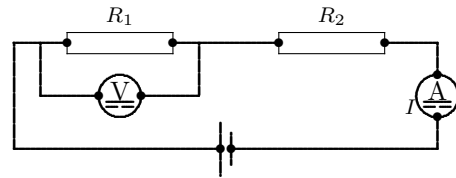
発光ダイオードはどちらか一方の方向のある電圧の範囲でのみ発光する。発光ダイオードを抵抗とみなすと、電圧の向きによって抵抗の大きさは全く違ったものになる。

ここで、電気用図記号を確認しておこう。



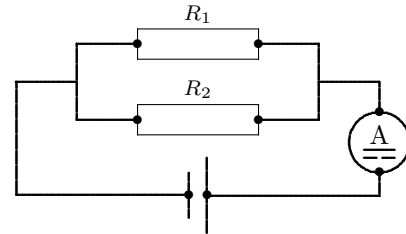
現在は、電流計、電圧計は直流、交流区別なく、 と表す。抵抗だけからなる回路では、基本の回路は抵抗の直列つなぎと並列つなぎである。

抵抗の直列つなぎを表す図で、直流電源装置の電圧を V 、電流計は I を示しているとする。回路はただ一つの閉回路からなっているのでどこで電流を測っても同じであり、抵抗 R_1 、 R_2 にも同じ電流 I が流れている。



R_1 、 R_2 の両端の電圧はオームの法則より、 $V_1 = R_1 I$ 、 $V_2 = R_2 I$ となる。電源電圧は R_1 、 R_2 の両端の電圧の和に等しいから、 $V = V_1 + V_2$ である。これらより、 $V = (R_1 + R_2)I$ が得られる。抵抗 R_1 、 R_2 を一つの抵抗と見なして (抵抗の合成)、その抵抗を R とすると、やはり、 $V = RI$ が成り立つ。したがって、比較すると、 $R = R_1 + R_2$ が得られる。

抵抗の並列つなぎを表す図で、直流電源装置の電圧を V 、電流計は I を示しているとする。抵抗 R_1 、 R_2 を流れる電流を I_1 、 I_2 とすると、 $I = I_1 + I_2$ となる。それぞれにもオームの法則がなりたつから $V = R_1 I_1$ 、 $V = R_2 I_2$ である。また抵抗 R_1 、 R_2 を一つの抵抗と見なし、その抵抗の大きさを R とすると、 $V = RI$ である。



これらより、 $\frac{V}{R} = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2}$ となり、 $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$ が得られる。

一般に n 個の抵抗 R_1, R_2, \dots, R_n を直列につないだとき、並列につないだときの合成抵抗を R とすると、それぞれ

$$R = R_1 + R_2 + \dots + R_n \quad \text{抵抗の直列つなぎ}$$

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n} \quad \text{抵抗の並列つなぎ}$$

となる。

また上の抵抗の計算から次のことが理解できる。

同じ抵抗を直列につなぐと全体の抵抗はその抵抗の個数に比例する。このことから、物質の抵抗は長さに比例することがわかる。また同じ抵抗を並列につなぐと全体の抵抗は抵抗の個数に反比例する。したがって、物質の抵抗は長さ l に比例し、断面積 S に反比例する。

$$R[\Omega] = k \frac{\ell[\text{m}]}{S[\text{mm}^2]}, \quad k: \text{抵抗率}$$

右に、いろいろな物質の抵抗率 (k) を示す。

抵抗率の小さい物質を導体、大きい物質を不導体あるいは絶縁体という。

なぜ物質には抵抗があるかは、水路に杭などの抵抗物があると水が流れにくくなる、というモデルで解釈できる。

中間的な抵抗率を示す物質は半導体 (semiconductor) と言われる。ゲルマニウム、ガリウム砒素、セレンなどの稀少元素や、特に高純度のシリコン (珪素) など組み合わせて、特殊な導電性を持った素子を作る。そうした素子が現代エレクトロニクスの基礎をなしている。また、特定の物質は特定の温度以下になると全く抵抗が無くなる現象 (超伝導) が確認されている。超伝導のメカニズムは部分的には解明されているが、まだまだ分からないことが多数ある。超伝導物質によってできた導線は、効果的な電力の電送、密度高く巻いたコイルに大電流を流して強力な磁場を作るなど、ますますその応用が期待されている。

長さ 1m, 断面積 mm^2

物質	抵抗 (Ω)
銀	0.016
銅	0.017
金	0.024
アルミニウム	0.028
鉄	0.098
ニクロム	1.1
タングステン	0.055
磁器	$10^{13} \sim 10^{18}$
大理石	$10^{14} \sim 10^{15}$

3.3 抵抗回路

定常的に流れる電流の計算に便利なようにまとめたものが次の原理である。

キルヒホッフの法則

- (1) 電荷は生成も消滅もしないから、全ての結合点で、その点に入る全ての電流と全ての出ていく電流は等しい。
- (2) 回路の中のどんな閉じた一回りも電圧は0となる。

電流が定常的に流れている限り、これらを疑う余地はない。これまで、電圧を回路の2点間の電圧と考えていたが、元をただせば、各点に「電位」があり、その差として電位差(電圧)を考えた方がわかりやすい。電位の基準は何処にとっても良い。その意味は、丁度位置エネルギーの基準の位置(高さ)を何処にとっても良いことに対応している。電位の基準を何処にとっても良い、という考え方は電場の定義とは一致しないが、われわれの応用上全く不都合は現れない。

後の議論のために、ここで、基本の抵抗回路について充分練習しておかねばならない。塾には、抵抗回路の基本練習のプリントが用意されている。必ずこれらをクリアーした上で次に進んで欲しい。

回路の基本的な計算練習は塾のプリントにまかせ、ここでは、いくつかの総合的な問題を考える。

- 1 水の温まり方を調べるために、熱量計と電熱線を用いた実験を行いました。次のぶんしょうをよみ、後の問に答えなさい。電熱線から発生した熱はすべて水を温めるために使われたものとし、水の蒸発は考えないとして。 (立命館宇治高)

〔実験1〕 3種類の電熱線 X, Y, Z を用意した。それぞれの電熱線には次のように書かれていた。

X: 6V - 6W Y: 6V-12W Z: 6V-18W

それぞれの電熱線について、図1のように接続して熱量計に入れ、6Vの直流電源につないで14分間電流を流した。電流を流す前の温水は20°Cであった。熱量計に入れる水の質量を100g, 200g, 300gに変えてそれぞれの温度上昇を調べたところ、表1のような結果が得られた。

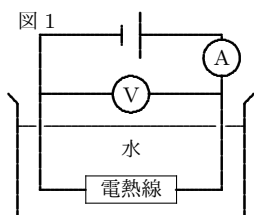


表1 電熱線と水の質量を変えたときの温度上昇

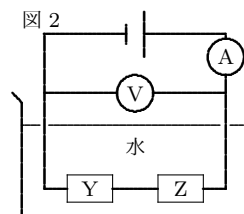
水の質量	電熱線 X	電熱線 Y	電熱線 Z
100g	12°C	24°C	36°C
200g	6°C	12°C	18°C
300g	4°C	8°C	12°C

熱量計

- (1) 電熱線 Y に流れる電流は何 A ですか。
- (2) 電熱線 Z の抵抗は何 Ω ですか。
- (3) 電熱線 X から発生した熱量は何 J ですか。
- (4) 水の質量が一定のとき、電熱線から発生する熱量 Q (J) と、水の温度上昇 t (°C) の関係を言葉で答えなさい。
- (5) 水の質量が 100g のとき、 $Q = K \times t$ と表した場合の K の値を単位も含めて答えなさい。
- (6) 容器内の水の質量を m (g) とします。 $K = c \times m$ と表した場合の c の値を単位も含めて答えなさい。

〔実験2〕 図2のように電熱線 Y と Z を直列に接続して熱量計に入れ、6Vの直流電源につないで電流を流した。

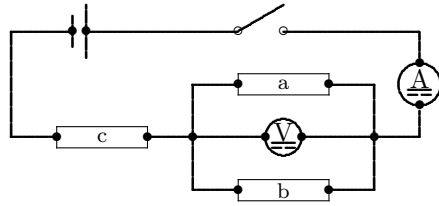
- (7) 電熱線 Y と Z を直列に接続すると、全体としての電力は何 W になりますか。
- (8) 20°C の水 100g の温度を 6°C 上げるためには、何秒間電流を流せばよいか。



熱量計

- (1) 2A, (2) 2 Ω , (3) 5040J, (4) 比例, (5) 420J/°C, (6) 4.2J/°Cg, (7) 7.2W, (8) 350 秒間
- (5) について、 $6W \times 14 \times 60s = K \times 12^\circ C$
- (6) について、 $c = \frac{K}{m} = 4.2J/^\circ Cg$, c は水の比熱である。
- (8) について、時間 x とする。 $7.2W \times x = c \times m \times t$

- 2 次の回路図のように、抵抗が 10Ω の電熱線 a, 抵抗のわからない電熱線 b, c をそれぞれビーカー A, B, C に入れ、電源装置、スイッチ、電流計、電圧計をつなぎ、ビーカー内の液体の温度変化を調べる実験装置を作った。この実験についてあとの問いに答えよ。ただし、電熱線の抵抗値は、温度によって変化しないものとする。(初芝富田林高改)



- (1) この回路の電熱線 a と電熱線 b のようなつなぎ方を何と呼ぶか。()
 ビーカー A と C には水 50g を、ビーカー B にはエタノール 40g を入れてこの装置で実験を行った。下の表には、ビーカー C の水の温度変化を示してある。また、この実験の間、電圧計の値は 5.0V 、電流計の値は 2.5A であった。なお、液体の温度変化に必要な熱量は、液体の質量と温度の変化量に比例する。

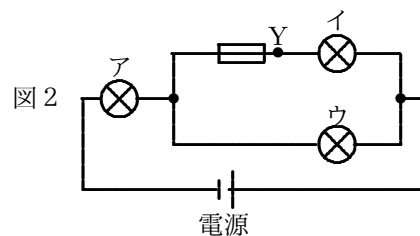
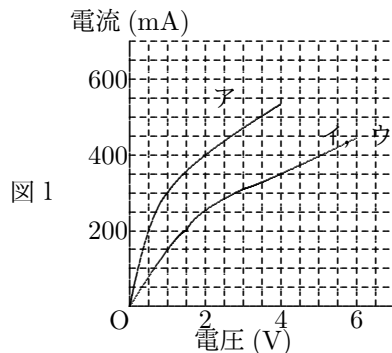
時間 (秒)	0	10	20	30	40	50	60	70	80
温度 ($^{\circ}\text{C}$)	10	12.5	15	17.5	20	22.5	25	27.5	30

表 ビーカー C 中の水の温度変化と時間経過

- (2) 電熱線 a を流れる電流は何 A か。
 (3) (2) のとき、電熱線 a での消費電力は何 W か。
 (4) 電熱線 c からビーカー C 中の水が 40 秒間に得た熱量は何 J か。ただし、水 1g が 1°C 上昇するのに必要な熱量は 4.2J とする。
 (5) この電熱線 c の消費電力は何 W か。ただし、電熱線 c で生じた熱は、すべて水の温度上昇に使われたものとする。
 (6) ビーカー B 中のエタノールの温度は最初 10°C であった。80 秒後のエタノールの温度は何 $^{\circ}\text{C}$ になったか。ただし、エタノール 1g が 1°C 上昇するのに必要な熱量は 2.5J である。また、電熱線 b で生じた熱は、すべてエタノールの温度上昇に使われ、エタノールはこの実験の間、蒸発しないものとする。

(1) 並列 (つなぎ、回路) (2) 0.5A (3) 2.5W (4) 2100J (5) 52.5W (6) 18°C

- 3 加わる電圧の大きさと流れる電流の強さとの関係が図 1 のグラフで表されるような豆電球ア, イ, ウを用いて図 2 に示す回路を作った。ただし、豆電球については、 300mA 以上の電流が流れないと光り出さないものとする。ヒューズの抵抗は無視する。



- [1] 豆電球アに加わる電圧を測定すると 1.0V を示した。このとき、

- ① 豆電球アを流れる電流の強さはどれだけか。
- ② 豆電球イを流れる電流の強さはどれだけか。
- ③ 豆電球イの抵抗はどれだけか。
- ④ 電源の電圧はどれだけか。

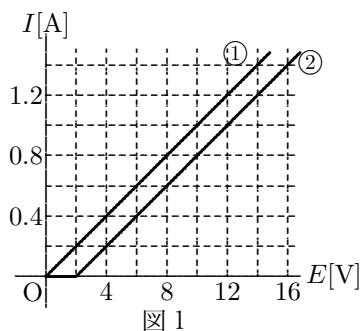
- [2] 電源の電圧を徐々に上げていったところ、豆電球アを流れる電流が400mAに達したとき、ヒューズが切れた。
- ① ヒューズが切れる直前、豆電球ウの電圧はいくらか。
 - ② ヒューズが切れた後、Yと電源のマイナス端子との間の電圧はいくらか。
 - ③ ヒューズが切れた後、豆電球アは光っているか。
- [3] ヒューズが切れると同時に豆電球アを流れる電流の強さが変化したので、電源の電圧を調整して再び豆電球を流れる電流が400mAになるようにした。電源の電圧を何ボルト変化させなくてはならなかったか。電圧を上げたときは+を、下げたときは-をそれぞれ数値の前につけよ。
- [4] (1)～(3)を通じて、回路全体が消費する電力が最大になったときの電力を求めよ。

(1)①300mA,②150mA,③6.7Ω,④2.0V (2)①1.5V,②3.5V,③光らない (3)+3.5V (4)2.8W

電球のヒラメントはタングステンなどの金属が用いられる。金属の抵抗は温度が上昇すると大きくなる。従って一般にオームの法則において、 $V = RI$ ではあるが、 R は電流によって変化する。本来のオームの法則はこの抵抗 R が一定であることを主張し、オームの法則が成り立たないということになる。ダイオードを抵抗と見なせば、オームの法則は成り立たない。多くの電気器具はスイッチを入れると、はじめは大きな電流が流れる。その後、装置の温度が上がり、抵抗は安定し、「定格電力」を消費する。回路にコイルなどを入れるとスイッチを入れた瞬間の状態はさらに複雑になる。これらは非定常な電流の議論となる。ただし、交流でも抵抗だけが入っている回路ではほとんどの点で定常と同じように扱ってもかまわない。

- 4 次の文章を読んで、以下の問いに答えなさい。(大阪星光学院高)

電気抵抗 X を直流電源と電流計と電圧計で回路をつくり、電流と電圧の関係を調べたところ、電気抵抗 X の電流 $I[A]$ と電圧 $E[V]$ の関係のグラフは図1の原点を通るような直線①のように描けた。また、電気抵抗 X と同じようにダイオード Y を直流電源と電流計と電圧計で回路をつくり、電流と電圧の関係を調べたところ、ダイオード Y の電流 $I[A]$ と電圧 $E[V]$ の関係のグラフは図1の②のように描けた。ダイオード Y は、0から2.0Vの範囲では電圧をかけても電流は流れないが、2.0V以上の電圧をかければ電流が流れ、電圧の大きさによって抵抗の大きさは変化する。また、回路図でのダイオード Y の記号は図2のように表され、電流は矢印の方向のみに流れる。



電流の流れる向き



図2

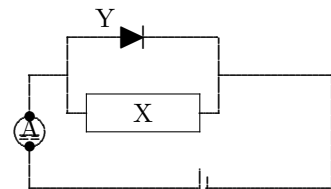


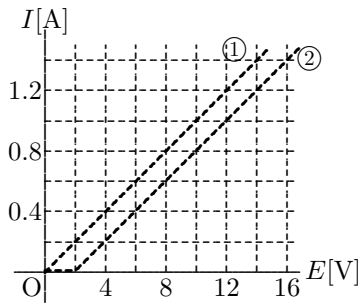
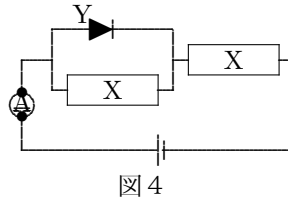
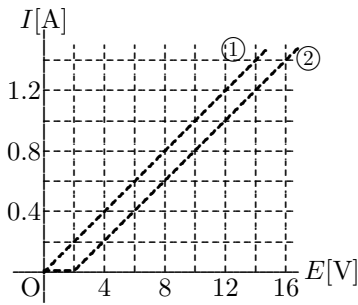
図3

- 問1 図1のグラフより電気抵抗 X の抵抗の大きさは何Ωですか。
- 問2 ダイオード Y にかかる電圧が4.0Vのとき、電流は図1のグラフより0.20A流れるので、そのときの抵抗はオームの法則より20Ωとなる。また、6.0Vのとき、0.40A流れるので、そのときの抵抗はオームの法則より15Ωとなる。ダイオード Y にかかる電圧が12Vにおける抵抗の大きさは何Ωですか。

図3のように電気抵抗 X 、ダイオード Y を並列につなぎ、直流電流計と直流電源で回路を作った。

- 問3 電源の電圧を8.0Vにしたとき、ダイオード Y に流れる電流は何Aですか。
- 問4 電源の電圧を8.0Vにしたとき、電流計は何Aを示しますか。
- 問5 電源の電圧を0から8.0Vまで変化させたときの電源の電圧 $E[V]$ と電流計の電流 $I[A]$ の関係を、問4で示した電圧と電流の値を通るようにグラフを描きなさい。

図4のように電気抵抗 X 、ダイオード Y 、直流電流計と直流電源で回路を作った。



問6 電流計が0.60Aを示しているとき、電源の電圧は何Vですか。

問7 電源の電圧を0~16Vまで変化させたときの電源の電圧 $E[V]$ と電流計の電流 $I[A]$ の関係を、問6で示した電圧と電流の値を通るようにグラフに書きなさい。

問8 電源の電圧が16Vのとき、ダイオードYの消費電力を求めなさい。

- 問1. 10Ω 問2. 12Ω 問3. $0.60A$ 問4. $1.40A$
 問5. $(0,0)-(2,0.2)-(8,1.4)$ を結ぶ折れ線 問6. $10.0V$
 問7. $(0,0)-(4,0.2)-(16,1.0)$ を結ぶ折れ線 問8. $2.4W$

5 ホイートストン・ブリッジ

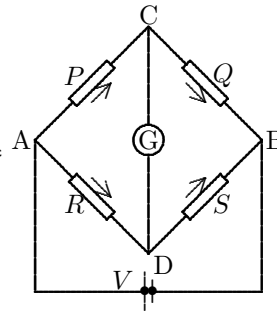
図のような回路を考える。Gは検流計(ガルバノメーター)で、微小な電流を計測するとき用いる電流計である。抵抗 P, Q, R, S を通る電流を、図の向きに I_1, I_2, I_3, I_4 とする。これによって、精密に抵抗値を計測できる。

検流計Gに電流が流れないとする。閉回路A-C-D-A, C-B-D-Cにキルヒホッフの法則を適用して、

$$I_1P - I_3R = 0, I_2Q - I_4S = 0, \text{したがって } \frac{P}{R} = \frac{Q}{S}$$

P, Q は $10\Omega, 100\Omega, 1000\Omega$ のいずれかにしておき、 R は可変抵抗器を用いる。いま、 $P = 10\Omega, Q = 1000\Omega$ で、 $R = 123\Omega$ にしたとき、検流計Gの針が0を指したとすると、

$$S = \frac{Q}{P}R = \frac{1000}{10} \times 123 = 12300\Omega = 12.3k\Omega \text{ となる。}$$

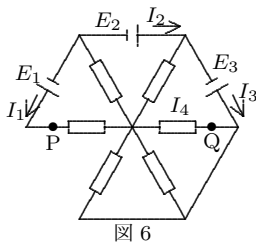


次の問に答えよ。

「上の図のホイートストン・ブリッジで S を電球におきかえた。 $P = 300\Omega, Q = 150\Omega, R = 400\Omega, V = 6V$ のとき、検流計には電流が流れなかった。

- (1) この電球の抵抗値を求めよ。
- (2) AC間の電圧はいくらか。
- (3) もし電球を取り外したら、検流計には電流が流れる。その方向は $C \rightarrow D$ か、 $D \rightarrow C$ か。」
 ((1) 200Ω , (2) $4V$, (3) $D \rightarrow C$)

6 下の回路において、電源の電圧は、 $E_1 = E_3 = 2V, E_2 = 1V$ 、抵抗は全て 1Ω である。各抵抗に流れる電流は、右向きするとき正の値で、左向きするとき負の値であらわすものとする。各電流を求めよ。(灘高改 15年)



抵抗は全て 1Ω だから、抵抗による電圧降下は電流 I で表現した。

$$\begin{aligned} E_1 - I_1 - (I_1 + I_2) &= 0 \\ E_2 - (I_2 - I_3) - (I_1 + I_2) &= 0 \\ E_3 + I_4 + (I_2 - I_3) &= 0 \\ -I_4 - \frac{1}{2}(I_3 + I_4) &= 0 \end{aligned}$$

$$\text{これより, } \frac{4}{3}(E_2 - 2E_1) + (E_3 + E_1) = -2I_1$$

$E_1 = E_3 = 2, E_2 = 1$ を代入すると、 $I_1 = 0(A)$ 、したがって、順次、 $I_2 = 2(A), I_3 = 3(A), I_4 = -1(A)$ となる。

7 次の問に答えよ。

- (1) $3000V$ の電圧で $100A$ の電流を送る発電機の電力はいくらか。
- (2) 高さ $20m$ のダムから流れ出る水でこの発電機を動かす、(1)の電力を得るためには、毎秒何トン水を流さねばならないか。ただし、重力加速度は $g = 10m/s^2$ とせよ。
- (3) 抵抗率 $k = 0.02$ (長さ $1m$, 断面積 $1mm^2$ あたりの抵抗値 Ω)、断面積 $0.5cm^2$ の針金で $10km$ 離

れている消費地にこの電力を送る場合、この針金によって浪費される電力はいくらか。

(4) 変圧器で電圧を 10 倍にあげて、電力を送れば、針金によって消費される電力はいくらか。」

これは、古い大学入試の問題集から拝借した。単位、データはいくらか変更している。

変圧器は交流で、電磁誘導を用いて行われる。現実の電力会社の配電は交流で行われているが、電圧、電流を「有効電圧、有効電流」と読み替えて直流と同じ取り扱いが行われる。また、電線による電力の消費は往復の長さを考慮することを忘れてはいけない。

(1) について、 $P = 100 \times 3000 = 300000(\text{W}) = 300(\text{kW})$

(2) について、 $h = 20\text{m}$ の高さから 1 秒間に流れ出す水の質量を $m[\text{kg}]$ とするとその位置エネルギーは mgh だから、

$$m \times 10 \times 20 = 300000 \quad m = 1500(\text{kg}) = 1.5(\text{t})$$

(3) について、 $R = 0.02 \times \frac{10 \times 1000 \times 2}{0.5 \times 10^2} = 8(\Omega)$ 。

したがって、消費電力は $P = I^2 R = 100^2 \times 8 = 80000(\text{W}) = 80(\text{kW})$

(4) について、変圧器を通る電力は変わらないと考えられるから、10 倍に電圧を変換したときの電流 I は

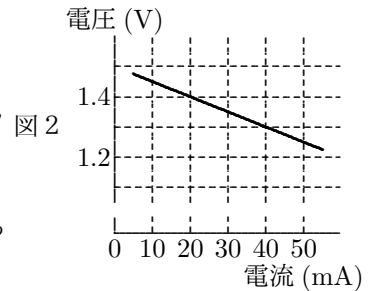
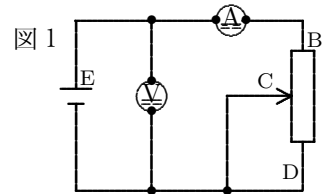
$$I \times 30000 = 100 \times 3000, \quad I = 10\text{A}$$

$$8\Omega \text{ の抵抗に } 10\text{A} \text{ の電流が流れるから、消費する電力は } P = I^2 R = 10^2 \times 8 = 800(\text{W})$$

8 次の間に答えよ。

乾電池は長く使っていると電圧が下がってくる。これは電池内に抵抗があり、古くなるとこの抵抗が大きくなると考えて良い。

今、古い乾電池 E を使って図 1 の様な回路を作り、すべり抵抗器のつまみ C を動かして電圧計の目盛りを読んだ。この結果をグラフにしたのが図 2 である。



(1) 電流計の読みが 50mA となるのは、すべり抵抗器のつまみ C を B, D のどちらの方に動かしたときか。

(2) 電流計の読みが 50mA の場合に電池内で発生する熱量は、10mA の場合に発生する熱量のおよそ何倍か。

(3) この乾電池の内部抵抗はいくらか。

(4) この乾電池は、新しくて内部の抵抗が無視できるほど小さかったときには、いくらの電圧を示していたはずか。

(2) について、内部抵抗を r とすると、発熱量は rI^2 となる。

(3) について、電池の電流が流れないときの起電力は 1.5V。よって、 $E = 1.5 - rI$

(1)B,(2)25 倍,(3)5Ω,(4)1.5V

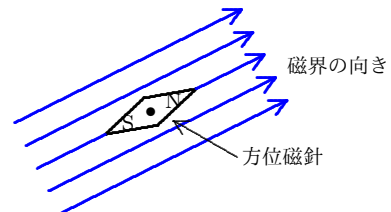
3.4 電流が作る磁場

電荷は他の電荷が作る静電場から力を受ける。同じように、電流は他の電流が作る磁場から力を受ける。

まず、電流が作る磁場から考える。

そのため、磁界の定義をしておく。

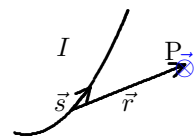
磁界の向きは小さな方位磁針の N 極が向く方向で決められる。磁力線とは、磁界の強さに比例した密度で磁界の方向に曲線を連ねたものである。磁界の強さは磁石に加わる力から決められる。図の磁界は一様であるが、一般には場所によって変化するから、この図は極狭い範囲での図と考えられる。



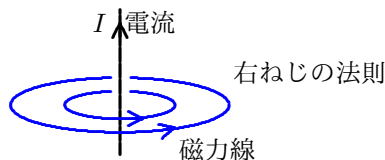
詳細な実験によって、次のことが分かっている。

ビオ・サバールの法則

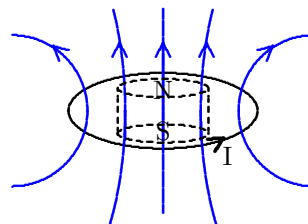
電流 I の回路の一部分 \vec{s} が距離 r だけ離れた位置 P に作る磁場は距離 r の 2 乗に反比例する強さで、その部分 \vec{s} の長さの距離 r 方向に垂直な成分と電流の強さに比例し、紙面に垂直で表から裏に向かう。



実は、ビオ・サバルの法則は式を用いて簡潔に表現される。中学ではこれをつなぎ合わせて直線電流に当てはめた、図のような「右ねじの法則」を出発点とする。

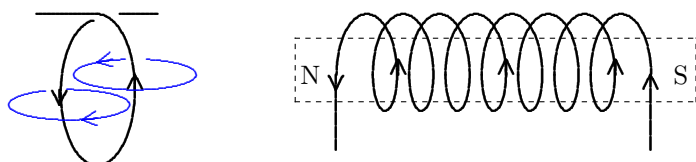


右ねじの法則を円電流 I に適用すると右図のようになる。磁力線は図の下方から上方に向かっており、円電流から十分離れたところでは、あたかも円電流の中心に上方をN極とした円柱形の永久磁石がつくる磁場と同じ形になる。



磁石はこうした原子レベルの小さな無数の円電流が分布しており、一つ一つの円電流がつくる強くない磁場が寄せ集まって、一つの大きな磁場を作っていると考えられている。静電場は実在する電荷によって作られた。一方、磁石の作る静磁場はこうした小さな円電流から理解される。一般の物質ではこの小さな円電流の向きがバラバラであるので、全体として周りに磁場をつくらないが、特定の状況で向きを偏らせて固めると、外部に磁場をつくることになる。これが永久磁石となる。N極やS極を担う「磁石の素」のようなものは発見されていない。

ループを1重にただけではできる磁界は弱い。コイルはこれを幾重にも繰り返して大きな磁界を得る。左の図のように、一重のループの内部では、ループの各部は同じ方向(右から左)の磁界を与え磁界を強めあっている。これが右の図のように重なって、あたかも強い永久磁石のように作用する。

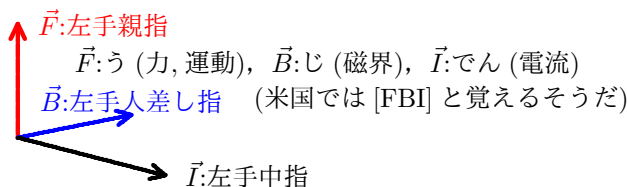


次に、電流が磁場から受ける力を考える。

磁場が電流に作用する力は「フレミング左手の法則」(アンペールの力)で表される。

フレミング左手の法則

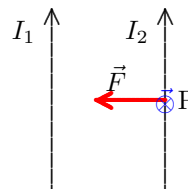
電流と磁界の作る面に垂直で、電流の向きから磁界の向きへ右ねじを回したとき、ねじの進む方向が力の方向である。大きさは磁界と電流の磁界に垂直な成分の積に比例する。



よく見ると、フレミングの左手の法則は、右ねじの法則と別々に存在するのではなく、一体として、電流の間に作用する力を記述した法則となっている。フレミング左手の法則によって与えられる力は、「アンペール (Ampère) の力」とも言われ、また荷電粒子に作用する力と見たときには、「ローレンツ力」とも言われる。

平行で同じ方向に電流 I_1 と I_2 が流れているとする。電流 I_1 は右ねじの法則によって、 I_2 上の点Pでは紙面の表から裏に向かって垂直な方向の磁界を生ずる。点Pで電流 I_2 は、フレミング左手の法則によって、紙面内で I_1 の方向(引きつけられる)に力を受ける (pinch 効果)。互いに逆向きならば、斥け合う力が働く。

実は、電流の単位アンペア ([A]) はこの力を用いて定義されている。1A とは、互いに 1m 離れた平行な同じ電流が 1m あたり 2×10^{-7} N の力を及ぼす、と定義している。



コイルに電流を流すことによって磁石の役割を持たせるとき、それを電磁石という。電磁石の強さは流れる電流の大きさ、コイルの巻き数などによって決まってくるが、効率よく磁力線を束ねておくためにコイルの中に「鉄心」を入れておくことが多い。また特に強力な磁石を作るために、コイルに用いる導線に「超伝導」材を用いることもある。

以上、電流が作る磁場(ビオ・サバルの法則)と磁場の中で電流が受ける力(アンペールの力・ローレンツ力)は互いに他を前提として成り立つ法則になっている。

電流計

電流計はアンメーターともいわれる。

検流計 (ガルバノメーター) は極微量の電流を計測するために工夫された電流計である。検流計の表示盤は正負対称にしてある。電圧計も基本的にはこの電流計を基礎に作られている。

一般には、電流、電圧、抵抗などが計測できる「テスター」という形で市販されている。交流にも対応している。塾のテスターも使ってみて下さい。

電流計の取り扱い

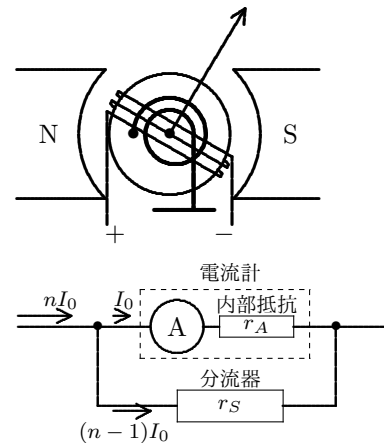
- ① 電流計は回路に直列に接続する。電流計 (電圧計も) は回路のスイッチを切った状態でセットする。
計測が終わって電流計を取り外すのではなく、回路のスイッチを切ってから、電流計を取り外す。
- ② 向かって右の端子が+極 (赤)、左に向かって 5A, 500mA, 50mA の-端子 (黒) があり、電流は+端子から電流計に入るようにセットする。
(電圧計は、向かって右の端子が+極 (赤)、左に向かって 3V, 15V, 300V の-端子 (黒) がある)
- ③ 計測を始める前に、ゼロ点調節ねじで電流が流れていないとき、指針が 0A を示すようにしておく。
- ④ -端子は大きい方から試してみる。

電流計の原理

一般に見られる直流用電流計のしくみは、磁石のN極とS極の間にコイルがあり、コイルに電流が流れるとその強さによって、コイルがまわり (可動コイル型)、コイルに取りつけた針が動き、その針のさす目もりで電流の大きさを読み取るようになっている。可動コイルにはコイル状のパネや板パネをとりつけ、回転に対する復元力を与える。コイルはフレミング左手の法則の電流の強さに比例 (回転角によって変わるが) した電磁力とパネの復元力が釣り合うところまで回転する。

計測する電流には大きな巾があるから、電気回路 (分流器という) を工夫してそれぞれの領域の電流を計測できるようにしてある。

計測可能な最大電流が I_0 の電流計の内部抵抗を r_A とし、並列に抵抗 r_S の分流器をとりつけ、 n 倍の電流を計測するためには、 $I_0 r_A = (n-1) I_0 r_S$ となり、分流器の抵抗を $r_S = \frac{r_A}{n-1}$ としておけばよい。

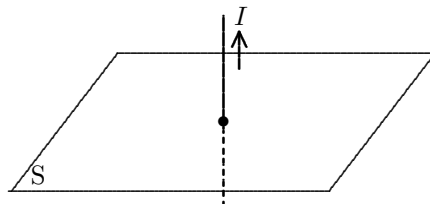


いくつかの基本的な問題を考えておこう。

1 (電流が作る磁界 … 右ねじの法則)

図のように、面Sに垂直な方向に下から上に向かって電流が流れている。面S上の磁力線を描きなさい。ただし、磁力線の密度は、磁界の強さに比例して表現することになっています。

紙面に、電流の向きに向かって、右回りの同心円を描けばよいが、電流から離れるに従って、線の密度は小さくなる。ビオ・サバルの法則 (電流要素からの距離の2乗に反比例すること) から、電流からの距離に反比例して、磁界の強さは小さくなっていくことが導かれる。



2 図のように、直線の導線 PQ と長方形のコイル abcd を置き、導線 PQ に図中の矢印の向きに電流を流した。次の問いに答えなさい。

① 導線 PQ を流れる電流によって、コイル abcd の中心にできる磁界の方向は、次のア・イのどちらですか。記号で答えなさい。(13, 大阪学芸高)

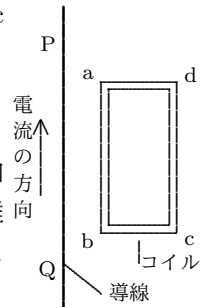
- ア. 紙面 (問題用紙) 裏から表の方向 イ. 紙面表から裏の方向

② コイルabcdで、電流がa→b→c→dの向きに流れているとき、コイルの辺bcが受ける力の向きはどうなるか、次のア～カから選び、記号で答えなさい。

ア.上 イ.下 ウ.左 エ.右 オ.紙面裏から表 カ.紙面表から裏

③ 導線PQを流れる電流の強さが一定の場合、コイルの電流が磁界から受ける力は、磁界の強さに比例し、その向きはフレミングの左手の法則に従うことが知られている。また、導線PQの周りにできる磁界の強さは、導線PQからの距離に反比例する。以上のことから、問②のようにコイルに電流が流れたとすると、コイルabcdはどちら向きに動くか。問②のア～エから選び、記号で答えなさい。

①イ ②エ ③ウ



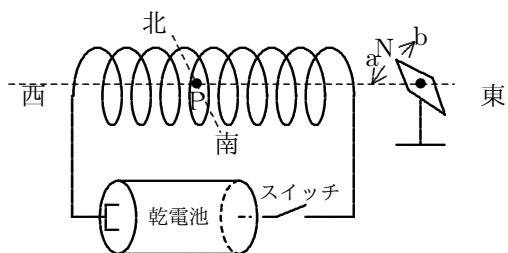
3 (コイルの磁界)

図は、コイルを東西の方向になるようにして水平な板の上に置き、その端に磁針をおいて、コイルに電流を流したとき、コイルに生じる磁界の向きを調べるための装置を模型的に表したものである。

(1) 電流を流したとき、コイルの中のP点に生じる磁界の向きはどうなるか。㉗～㉝から正しいものを選びなさい。

㉗ 東向き、 ㉘ 西向き、 ㉙ 南向き、 ㉝ 北向き

(2) 電流を流したとき、コイルに生じる磁界によって磁針のN極はどうなるか。㉗～㉝から正しいものを選びなさい。



- ㉗ aの向きに振れる
- ㉘ bの向きに振れる
- ㉙ aの向きにもbの向きにも振れる
- ㉝ aの向きにもbの向きにも振れない。

コイルの電流の向きは、乾電池の図から、左前方から見た図であることをヒントにする。(1)㉗ (2)㉘

4 (フレミング左手の法則)

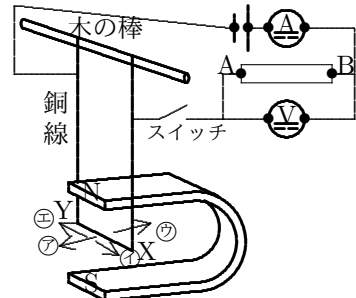
図のように、導線を折り曲げて、そのXYの部分のU字型磁石の中央を通るように木の棒につり下げた。この回路のスイッチを入れたところ、電圧計は4.8V、電流計は1.6Aを示した。

- (1) 電熱線ABの抵抗は何Ωか。
- (2) 電熱線のAB間で1秒間に発生する熱量は何calか。小数第2位を四捨五入して答えよ。
- (3) スwitchを入れたとき、XYの部分を通る電流によって、XYの周りにできる磁界の向きは、次の㉗～㉝のどれか。

- ㉗ XYに平行で、XからYの向き
- ㉘ XYに平行で、YからXの向き
- ㉙ XからYの方向を見て、XYを中心にして左回りの向き
- ㉝ XからYの方向を見て、XYを中心にして右回りの向き

(4) スwitchを入れたとき、XYの部分の磁界から受ける力は、図の矢印㉗～㉝のどれか。

(1)3Ω (2)1.8cal (3)㉝ (4)㉗



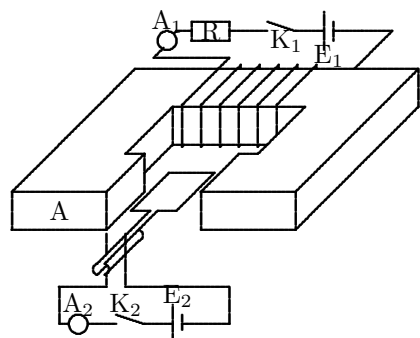
5 図は直流電動機の構造模型である。E₁、E₂はそれぞれ6V、3Vの電池、Rは7Ωの抵抗、K₁、K₂はスイッチ、A₁、A₂は電流計である。次の各問に答えよ。(大阪教育大付属天王寺)

(1) スwitch K₁は開いたままで、スwitch K₂を閉じたら、0.5Aの電流が流れた。

- ①コイルの電気抵抗は何Ωか。
- ②コイルの回転はどうなるか。

(2) スwitch K₂を開き、スwitch K₁を閉じたら、電流計A₁の読みは0.6Aを示した。

- ①電磁石のコイルの抵抗は何Ωか。
- ②電磁石のAは何極か。
- ③電磁石の作る磁界を強くするにはどうしたらよいか。
- ④K₁を閉じたままK₂を閉じると、コイルはどちらの向きに回転するか。時計回り、反時計回りで答えよ。



(3) スイッチ K_1 は閉じたままスイッチ K_2 を閉じると、電流計 A_2 の指針ははじめ大きく振れたがすぐに減少し、 $0.3A$ を示して安定した。

① K_2 を閉じた直後の針の振れは、何 A か。

② コイルの回転のはじめに電流が多く流れ、すぐに電流が現象するのはなぜか。要点をまとめて答えよ。(電磁誘導の考えが必要)

③ 電流計 A_2 の指針が $0.3A$ を示して安定したとき、回転軸などの摩擦に逆らう仕事として消費される電力はいくらか。(摩擦力を、コイルとは別のもう一つの抵抗と見なせばわかりやすい)

(1) ① 6Ω ② 回転しない (2) ① 3Ω ② S 極 ③ コイルの巻き数を増やす、電流を大きくする。④ 時計回り

(3) ① $0.5A$ ② 磁力線を切ってコイルが回るので、コイルに電流とは逆向きの起電力が生ずる。③ $0.36W$

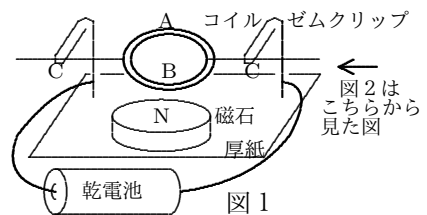
6 図1のような手作りのモーターを作成した。エナメル線でコイルを作り、ゼムクリップの台を乾電池につないで電流を流し、下に磁石を置くとコイルが回るはずである。ところが実際は、回転がすぐ止まったり、コイルの回転方向が半回転ごとに変わったりしてうまく回らない。モーターが回る仕組みからその原因を究明し、モーターを完成させたい。(近大付属)

まずモーターを作る際、次の3点に注意した。ただし、コイルに流れる電流の大きさは適当であるとする。

○ コイルは回転しやすいように重心の位置やバランスを考えて巻いた。

○ コイルとゼムクリップとの接点部分(図1のC)はでんりゅうが流れるようにエナメル線を充分にはがした。

○ 大きな力が働くように充分強力な磁石を使用した。



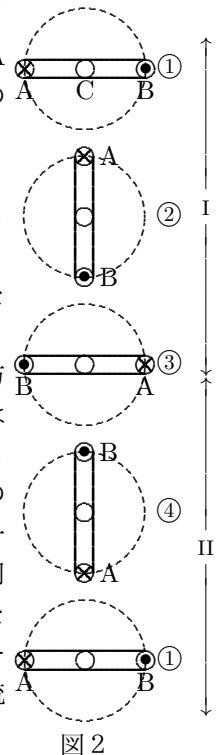
また、図2はモーターのコイルを横から見た断面図である。①②③④でコイルが1回転し、半回転ごとに分けて①②③をI、③④①をIIとする。ただし、Aでの電流の向き ⊗ は問題用紙の表から裏、Bでの電流の向き ⊙ は問題用紙の裏から表の向きを表す。

(1) コイル周辺の磁界の向きはどちら向きか。上か下かで答えよ。

(2) ②と④で、Aの部分(部分)が磁界から受ける力の向きはそれぞれどちら向きか。右か左で答えよ。

(3) 次の文章を読んで()の中に適切な語句を、また[]の中には文章を入れよ。ただし、ア～ウは()の語句から選べ。

コイルが一方向に回転するためには、磁界から受ける力の向きが回転を促す方向にはたらかなければならない。AとBでは電流の向きが逆向きなので働く力は(ア 同じ、逆)向きであり、対称性からAの部分にのみ注目して考えればよい。コイルのAの部分(部分)が磁界から受ける力の向きはIとIIで(イ 同じ、逆)向きなので、コイルが半回転するごとすなわちIとIIでコイルの回転方向が変わり、一方向にうまく回らない。従って、IとIIでAの部分(部分)が受ける力の向きが(ウ 同じ、逆)向きになればよい。磁界の向きは磁石を置くと決まるので、力の向きを変えるためには、(エ)の向きを変えなければならない。そのため通常(オ)のモーターには(オ)とよばれるものが付いている。しかし、手作りモーターの場合は電流の向きを変えることは難しいので、電流の有無で(オ)の代わりにする。



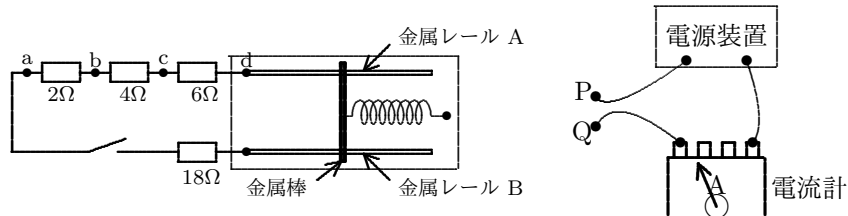
すなわち、IとIIのどちらかの区間で電流を流さないことにより、半分の区間で受けた力の勢いで残りの半分の区間を回るようにすればよい。以上のことから、実際にコイルを一方向に回転させるためにはCの部分に[カ]という工夫をすればモーターが完成する。

コイルの図は不正確に描いてある。コイルに流れる電流の向きは図2で判断する。学校でも製作して実験したかも知れない。そうでないならば、簡単にできる実験だから、自分でもやっておこう。

(1) 上、(2)②右、④右、(3)ア. 逆 イ. 同じ、ウ. 逆、エ. 電流、オ. 整流子 カ. エナメルを一部残す

7 次の文章を読んで、あとの問1～問4に答えなさい。(洛南高 13)

抵抗値がそれぞれ 2Ω , 4Ω , 6Ω , 18Ω の抵抗器, 金属レール A・B, 金属棒, スイッチを使って, 図1のような回路を作った。a, b, c, d は端子を示している。レール A・B は平行に固定されていて, そこでの磁界の強さは一定になっている。レールの上にはバネのついた金属棒が置かれていて, バネの他端は釘で固定されている。金属棒が磁界から力を受けてレール上を動くときはレールに対して常に直角を保つものとする。なお, 金属棒が磁界から受ける力の大きさは流れる電流の大きさに比例することがわかっており, 抵抗器以外は抵抗を考えなくてよい。図2は, 電流計をつないだ電源装置で両端を P, Q とする。

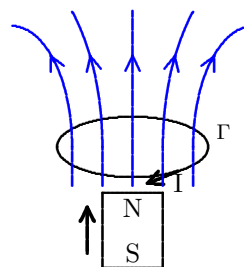


- 問1 スイッチを開いたときと閉じたときのそれぞれにおいて, ad 間の抵抗値を求めなさい。
 スイッチを閉じた状態で, P と a, Q と d をつないで, ある電圧をかけると, 電流計は 500mA を示し, バネは 3cm 伸びていた。
 問2 このとき 18Ω の抵抗器に流れる電流は何 mA を示しますか。また, この抵抗器での消費電力は何 W ですか。
 問3 次に, P を b につなぎかえて, 電源の電圧を変えました。
 (1) バネののびが 5cm になるとき, 電流計は何 mA を示しますか。
 (2) 電流計が 840mA を示しているとき, バネは何 cm 伸びていますか。
 問4 続いて, 2Ω の抵抗器を別の抵抗器にかえて, さらに P を c につなぎかえて電源の電圧を変えました。電流計が 5A を示したとき, バネののびが 5cm になりました。この抵抗器の抵抗は何 Ω ですか。

問1(開いたとき) 12Ω , (閉じたとき) 7.2Ω 問2 200mA , 0.72W 問3 (1) 1000mA , (2) 4.2cm 問4 62Ω

3.5 電磁誘導

電界は静止した電荷によるもの… 静電場があったが, もう一つの磁界が変化したときにできる電圧… 誘導電圧によるものがある。図のように, 閉回路に下からN極を近づけるとループに囲まれた磁力線(中学では磁力線と磁束線は同じようなものと考えておこう)の数は増える。この磁力線の数を減らす方向にループに電流が流れる。この電流を「誘導電流」, この現象を「電磁誘導」という。



電磁誘導を定式化したのはファラデーである。

ファラデーの電磁誘導の法則

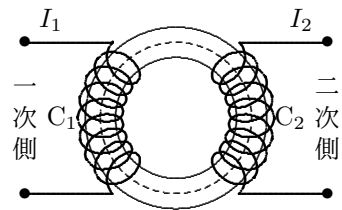
ループに含まれる磁力線の数の時間的な変化の割合に比例した起電力が発生する。
 誘導電流の方向は磁力線の数の変化を妨げる方向に生ずる(レンツの法則)。

比例定数はエネルギーの考察から決まる(1であることが分かっている)。

誘導電流は微小だから, これを検出するには検流計が用いられる。電流は時間に関する磁力線の数の変化の割合だからより大きな電流を得るためには, 速く磁石を動かす, コイルの巻き数を増やす, より強い磁石を用いるなど, などを実現すればよい。磁石をコイルに入れたり出したりすると電流の向きは交互に変わる, すなわち交流となる。磁石が静止しているときは電流は流れない。交流発電機はこれと同じ原理である。もちろん整流子, ブラシを利用して, 一定方向の電流を得るように工夫することもできる。

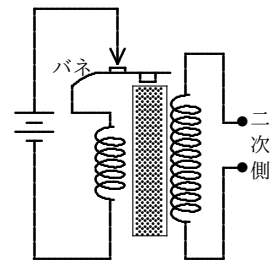
交流は電磁誘導を用いて電圧を簡単に変換することができる。

環状鉄心(矩形でもよい)に、巻き数 N_1 のコイル C_1 (1次側)に電流 I_1 が流れ、巻き数 N_2 のコイル C_2 (2次側)に電流 I_2 が流れているとする。磁力線(厳密には磁束線)は鉄心の中からを一切漏れないとする。このとき、一次側の電圧 V_1 と二次側の起電力 V_2 の間にはファラデーの電磁誘導の法則によると $V_1 : V_2 = N_1 : N_2$ の関係が成り立つ。また、電力の損失が一切ないとすると、 $P = V_1 I_1 = V_2 I_2$ となる。



これは変圧器 (transformer トランス) の原理であり、一次巻数 N_1 に比べ、二次巻数 N_2 を多くすると、交流の電圧を高くすることができる。

右図は誘導コイル (induction coil) の原理を示したものです。一次、二次のコイルを同一円筒上に重ねて巻き、 N_1 に比べ極端に N_2 を大きくしておいて、一次側に断続器 (インタラプター) を挿入し、直流の切断と接続を高速で繰り返すことによって急激な磁力変化を発生し、二次側に大きな起電力を生じるよう工夫したものである。

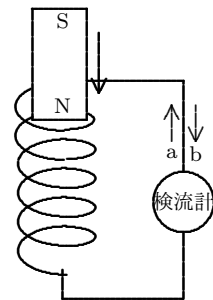


誘導コイルはクルックス管の電源をはじめ、いろいろなところで利用されています。出力は数万ボルトにも達し危険ですから、先生の指導に従って取り扱って下さい。

1 (電磁誘導 … レンツの法則)

(1) 図において、コイルに棒磁石のN極を素早く入れて止めたときの電流について正しく述べているのはどれか。下の㉑～㉕から1つ選べ。

- ㉑ 入れているときは a の向きに流れるが、止めたときは流れない。
- ㉒ 入れているときは a の向きに流れるが、止めたときは b の向きに流れる。
- ㉓ 入れているときは b の向きに流れるが、止めたときは流れない。
- ㉔ 入れているときは b の向きに流れるが、止めたときは a の向きに流れる。



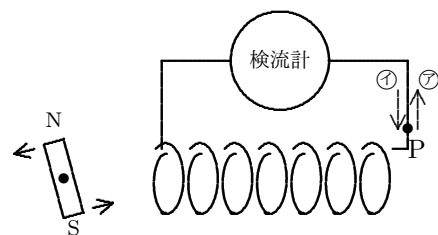
(2) コイルに棒磁石を入れたり出したりすると、コイルに電流が流れる。このような現象を何というか。

(1)㉑ (2)電磁誘導

2 (ファラデーの電磁誘導の法則)

図のように、コイルの近くで棒磁石を回転した。次の問に答えよ。

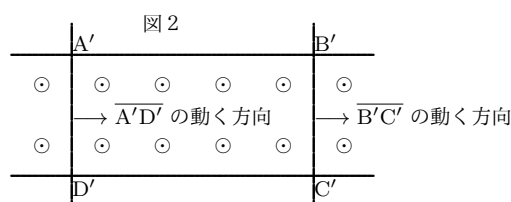
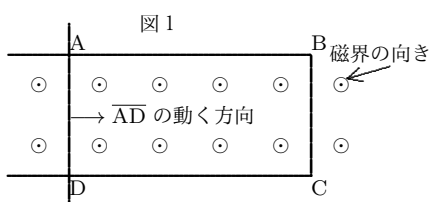
- (1) 図の矢印の向きに棒磁石を回転させると、図の状態で点Pの電流の向きは㉑、㉒のどちらか。
- (2) この装置で得られる電流は、交流か、それとも直流か。
- (3) 次の㉑、㉒の場合の電流の強さはどうなるか。㉑～㉕から選べ。



- ㉑ 棒磁石の回転数を2倍にする。
- ㉒ 棒磁石の回転数は変えないで、棒磁石を2倍の強さのものにする。
- ㉓ 2倍になる ㉔ 変わらない ㉕ $\frac{1}{2}$ 倍になる。

(1)㉑ (2)交流 (3)㉑㉒㉓

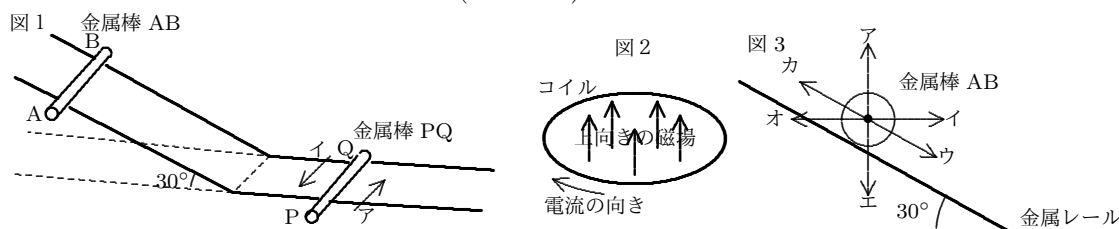
3 大きさが一定で、紙面の裏から表へ紙面に垂直に貫く磁界がある。この磁界中に図1、図2のように回路 ABCD、回路 A'B'C'D' をそれぞれ紙面に並行に置く。図1の回路の一部 \overline{AD} は自由に動かすことができ、いま、一定の速度で \overline{BC} と並行に紙面上を右へ動いている。図2で回路の一部 $\overline{A'D'}$ 、 $\overline{B'C'}$ は自由に動かすことができ、いま、それぞれ平行に同じ速度で紙面上を右へ動いている。



次の問に答えよ。

- (1) 図1, 図2の回路において, それぞれ \overline{AD} , $\overline{A'D'}$ に電流は流れるか. 流れるならば, どちら向きか.
- (2) 図1, 図2の回路において, それぞれ \overline{AD} , $\overline{A'D'}$ は磁界から力を受けるか. 力を受けるならば, どちら向きか.
- (1) 図1の回路にのみ電流が流れ, その向きは \overline{AD} 部分については $A \rightarrow D$ である.
- (2) \overline{AD} のみ力を受け, その向きは \overline{AD} と磁界の両方に垂直で, 左向きである.

- 4 図1のように, 等間隔で水平に置かれた2本の金属レール上に金属棒 AB, 金属棒 PQ を置きます. ただし, 金属レールは途中で 30° の傾きで傾斜をなしています. 2本のレールの間およびレール上には一様な磁場 (磁界) をかける事ができるものとし, また金属棒とレールの間には摩擦はないものとします. 図2のように上向きの磁場を強くしていくと, コイルに図示した向きに電流が流れることを参考にして, 以下の問いに答えなさい. (帝塚山高)



問1 金属棒 AB を固定して上向きの磁場を強くしていくと金属棒 PQ は左右どちらの向きに動き出しますか. 右か左で答えなさい.

問2 金属棒 AB を固定して下向きの磁場を強くしていくと金属棒 PQ は左右どちら向きに動き出しますか. 右か左かで答えなさい.

金属棒 AB の固定をはずし, 自身の重さで斜面を下るようにしました. 一様な磁場を上向きにかけたまま金属棒 AB が斜面を下るとき, 金属棒 PQ は右向きに動き出しました.

問3 このとき, 金属棒 PQ に流れる電流は, 図1のア, イどちら向きですか.

問4 電流が流れることによって金属棒 AB が磁場から受ける力の向きを, 図3のア~カから選びなさい.

問5 磁場の向きを下向きにして, 同じ実験をするとき, 金属棒 PQ は左右のどちらの向きに動き出しますか. 右か左かで答えなさい.

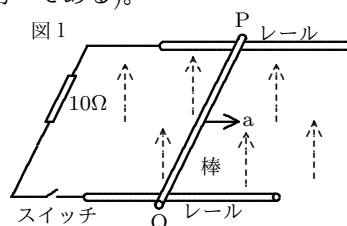
問6 金属棒 PQ の材質を, 十分抵抗の大きいもの (形状は同じ) に変えて, 磁場の向きを上向きに戻して同じ実験をしました. 金属棒 AB の動きは, 材質を変える前に比べてどのようになりますか. 最も適当なものを次のア~オから選びなさい.

- ア. 変える前に比べて遅く斜面を下る.
- イ. 変える前と同じ速さで斜面を下る.
- ウ. 変える前に比べて速く斜面を下る.
- エ. 斜面を登り始める.
- オ. 斜面上で静止する.

答え 問1. 左 問2左 問3ア 問4オ 問5右 問6ウ

- 5 図1のように, 10cmの間隔で水平に置かれた2本の金属レールの上に, 金属棒 PQ を置く. 2本のレールの間には上向きの一様な磁界がある (磁力線の密度は均一である).

レールには 10Ω の抵抗器がつながれている. 抵抗器以外の部分には電気抵抗はないものとする. レールは十分長く, 棒はレールとつねに垂直であり, 棒とレール間に摩擦はないものとする.



棒をある速さで a の向きに動かすと, 棒とレールと抵抗器で作られる回路を貫く磁力線の数が増加

する。その結果、回路に電圧（電流を流そうとする働き）が生じる。（灘高）

問1 この電圧によって回路に流れる電流の向きは、棒の部分でいうと図1のP→Q, Q→Pのどちらか。（→）

この電圧は「棒が磁力線を横切ることによって、棒に生じている」と考えることができる。その電圧の大きさは、棒が単位時間あたりに横切る磁力線の数に比例することが知られている。

問2 棒の速さを2倍にすると、棒に生じる電圧は何倍になるか。（倍）

次に、8Vの電池とスイッチを追加した図2の回路を考える。最初、棒を手で固定した状態でスイッチを閉じる。このとき棒が動き出さないように手が棒に加えている力の大きさを F_0 とする。

問3 棒に流れている電流の強さと向きを答えよ（向きは図2のP→QかQ→Pで）。

強さ（ A） 向き（→）

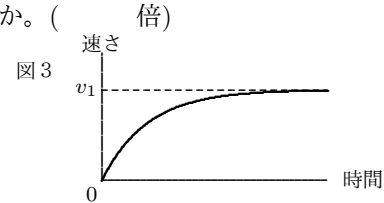
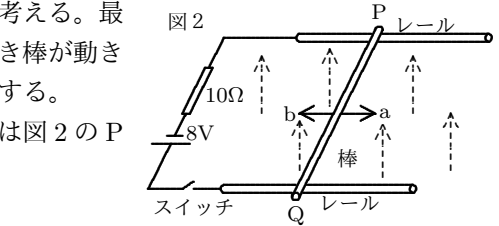
問4 手が棒に加えている力の向きは、図2のa, bのどちらか。（）

手を放すと棒はレールに沿って動き始める。棒が磁界から受ける力は、棒に流れる電流の強さに比例することが知られている。手を放して棒が動き始めた後、棒に生じる電圧の大きさが2Vになった瞬間を考える。

問5 その瞬間に回路に流れている電流は何Aか。（ A）

問6 棒が磁界から受けている力の大きさは F_0 の何倍か。（倍）

十分に時間がたつと、速さが一定値になり、棒に生じる電圧の大きさが8Vになった。そのときの棒の速さを v_1 とする（図3参照）。



問7 v_1 は、棒に生じる電圧の大きさが2Vであった瞬間の速さの何倍か。また、速さ v_1 のときに回路に流れている電流は何Aか。（倍）（ A）

問8 次の(1)~(4)のそれぞれのように、図2の装置を一箇所だけ変えて実験を行った。各場合について、十分に時間がたったときの棒の速さは、 v_1 の何倍になるか。

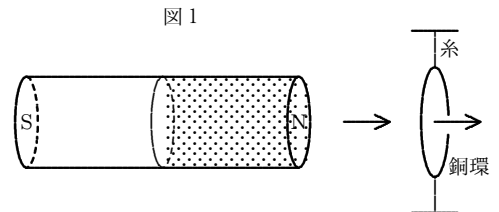
- (1) 磁界の強さを2倍（磁力線の密度を2倍）にした場合。（倍）
- (2) 抵抗を2倍の20Ωにした場合。（倍）
- (3) 棒の質量を2倍にした場合。（倍）
- (4) レールの間隔を半分の5cmにした場合。（倍）

答え（高3以上の人で、詳しく理解したい人には、概説を用意しています。）

問1. P→Q 問2. 2倍 問3.(強さ) 0.8(A) (向き)Q→P 問4. b 問5. 0.6(A) 問6. $\frac{3}{4}$ 倍 問7. 4倍, 0(A)
問8 (1) $\frac{1}{2}$ 倍 (2)1(倍) (3)1(倍) (4) 2(倍)

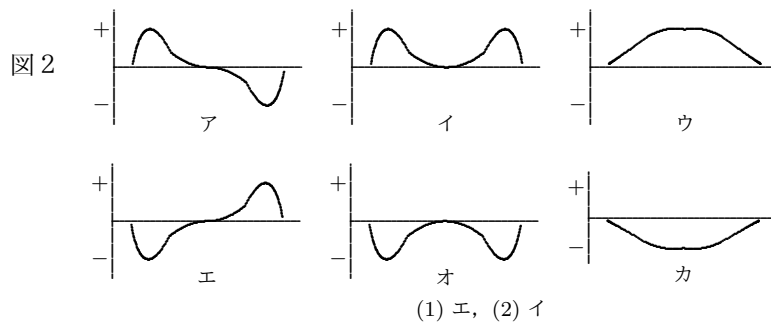
6 第1図のように細い導環を上限から糸で張って空中に保持してある。

丸い棒磁石を、N極を先にして環の左方から右方へ環の中を通り抜けさせるときに生ずる現象について、以下の問いに答えよ。ただし、棒磁石の速度は一定で、かつ環には触れないとし、また棒磁石の直径よりわずかに小さく、両者の軸は一致しているとする。



(1) 銅環に流れる電流の強さが時間的に変化するおおよその様相は、第2図のグラフの(ア)~(カ)のうちどれにもっとも近い。ただし第1図において、左方から眺めて、時計の針のまわる向きに流れる電流を+、逆向きのものを-とし、横軸を時間軸とするものとする。

(2) 磁石の運動によって環が受ける力が時間的に変化するおおよその様相は、グラフの(ア)~(カ)のうち、どれにもっとも近い。ただし、棒磁石の進行方向にはたらく力を+、その逆向きのものを-とするものとする。横軸は時間軸である。



[補足] 以上が、中学、高校で学ぶ電気の学習の基本の全てである。しかし、これらは電気、磁気の学習のほんの出発点である。次にはこれらの法則の全てに、エネルギーや電流の保存則が成り立つようにするため、電流の考えに電場の時間的な変化(電束電流という)も考慮して、統一した取り扱いができるように発展させなければならない。これが「電磁気学」である。これによって電波も取り扱えるようになる。

第4章 化学分野

* 化学分野の資料(表)は、「理科中学事典第1分野」教学研究社からそのまま引用させていただいたものを含みます。

* 授業では、文科省の「一家に一枚周期律表」を使わせていただきます。

* 中学・高校の化学分野においては、「なぜ」にはほとんど答えられない。実験や多くの資料から、それらを整理・分類し、現象論的な規則性を法則として確立し、それを応用することが中心となります。

4.1 物質

4.1.1 物質の三態

物質には三態(気体、液体、固体)の状態がある。三態を気相、液相、固相ということもある。「状態」には、物質のその時の温度、圧力、密度、その他物質の姿を指定する全ての指標が対応し、その一部が変化しても「状態変化」になる。「相」は固体と液体の違いのように、状態の違いに不連続性があることを明確に表現するとき、「相」が違ふ、という。相の違いは、たとえば密度などが違ふだけでなく、もう少し基本的な見方、その物質を構成している粒子(分子)の配置の仕方の違いを反映している。

固体(固相)は分子が互いに決まった相対的な位置を保っており、一定の形をもつ。外力によって変形はするが、元に戻ろうとする力が働く。液体(液相)は、分子間の平均的な距離は変わらないで一定の体積を示すが、形状は自由に変化する。気体(気相)は各分子が自由に空間を飛び回って、体積や形は変化する。全ての物質はこの三態をとると考えられている。これらのことは、状態変化に際して熱の出入りがあることも含め、物理分野のところで既に学んでいる。

4.1.2 物質の分類

純粋な物質(純物質)と混合物がある。不純物が混じると密度などが変わる。

純粋な物質にはそれぞれ固有の融点(溶けるとき温度)、沸点(沸騰するとき温度)がある。

物質 $\left\{ \begin{array}{l} \text{混合物} \cdots \text{食塩水} \cdot \text{砂糖} \text{ など} \\ \text{純物質} \left\{ \begin{array}{l} \text{化合物} \cdots \text{二種類以上の単体で成り立っている純物質} \\ \text{単体} \cdots \text{一種類の元素で成り立っている物質} \cdots \text{鉄, 銅, 酸素} \text{ など} \end{array} \right. \end{array} \right.$

これらのことについても物理分野を参照しよう。

4.2 原子, 分子

1 近代原子論

イギリスの物理, 化学者 ドルトンは

- (1) 全ての物質は原子からできている,
- (2) 原子はそれぞれの種類に応じた質量を持つ,
- (3) 原子は他の原子と結合して化合物を作る。
- (4) 原子は消滅したり, 発生したりしない,

とした。

分子論(アボガドロの法則)

アボガドロは気体などは原子が単独で存在するのではなく, 分子を形成していると主張した。

気体反応論

ゲイ・リュサックは熱による気体の膨張の法則(シャルルの法則, 式(2.29))を確立し,

気体反応の法則を見つけだした。これが、分子論の基礎になる。

メンデレーフの周期表

メンデレーフはそれまで知られていた元素を性質の似た元素に分類し、一つの表にまとめた。

電離説

スウェーデンの化学者アレーニウスは、水溶液の一部は電圧をかける前から電離し、イオンになっていることを主張した。

次の問題によって、原子説、分子説を学習しておこう。

〔例題1〕 次の文章を読んで、あとの問1～問3に答えなさい。(洛南高)

1774年、ラボアジエは「化学反応の前後で、物質全体の質量は変化しない」という[1]の法則を発見しました。同じ頃、プールのストによって「化合物を構成する元素の質量の比は常に一定である」という定比例の法則も発見されました。これらの実験事実を説明するために、[2]は次のような原子説を発表しました。

A: 物質はそれ以上分割できない原子からできている。

B: 各元素の原子は、[3]大きさ・質量・性質を持つ。

C: 化合物は、成分元素の原子が一定の割合で結合している。

D: 化学変化では、原子と原子の結合のしかたが変わるだけで、新たに原子が生成したり、消滅したりすることはない。

1808年、ゲーリュサックは「気体の化学反応は反応前後の体積の間に簡単な整数比が成り立つ」という気体反応の法則を発見しました。しかし、この法則に[2]の原子説を適用すると、気体の反応をうまく説明することができませんでした。

1811年、アボガドロは、気体反応の法則を粒子概念で説明するため、次のような分子説を提唱しました。

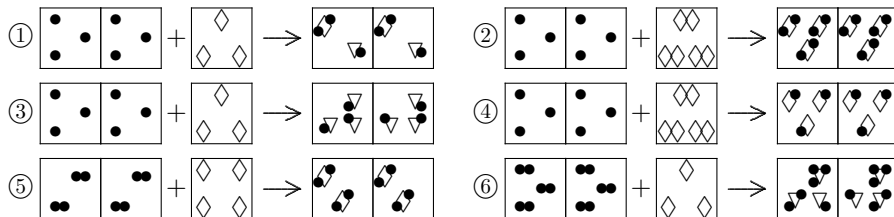
E: 全ての気体は、それぞれいくつかの原子(1つの場合もある)が結合してできた分子を構成単位としている。

F: 全ての気体は、同温・同圧のもとでは、同体積中に同数の分子を含む。

アボガドロは、物質を作る基本粒子としての原子と、物質の性質を備えた最小の粒子としての分子の区別を明確にしたこととなります。

問1 文章の[1]～[3]にあてはまる語を答えなさい。

問2 同温・同圧のもとで、水素2Lと酸素1Lが化合して水蒸気2Lになる関係を、モデルを使って考えてみました。次の図の正方形は気体を入れた容器であり、それぞれ同じ体積を示しています。そして、黒い球の印(●)は水素原子、菱形の印(◇)は酸素原子を表し、また図中の三角形の印(▽)は酸素原子の $\frac{1}{2}$ 個を示しています。次の①～⑥の図は、前の文章中のA、C、D、Fのどの説を満たしますか。その組み合わせとして正しいものを、あとの(ア)～(ク)の中から1つずつ選んで、記号で答えなさい。ただし、同じ記号を繰り返し選んでもよいものとします。



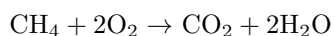
(ア)A、Cを満たすが、D、Fは満たさない。 (イ)C、Dを満たすが、A、Fは満たさない。

(ウ)D、Fを満たすが、A、Cは満たさない。 (エ)C、D、Fを満たすが、Aは満たさない。

(オ)A、D、Fを満たすが、Cは満たさない。 (カ)A、C、Fを満たすが、Dは満たさない。

(キ)A、C、Dを満たすが、Fは満たさない。 (ク)A、C、D、Fすべてを満たす。

問3 メタン(化学式 CH_4)を完全に燃焼させるときの反応式は



と書けます。この反応式からメタン1Lを完全に燃焼させるには、同温・同圧のもとでは2Lの酸素 O_2 を必要とし、燃焼後1Lの二酸化炭素 CO_2 と2Lの水蒸気 H_2O が生じることとなります。次の(1)・(2)に答えなさい。

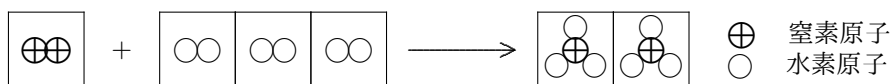
(1) 化学式 C_xH_y の気体1Lを完全に燃焼させるには、同温・同圧のもとでは3Lの酸素を必要とし、燃焼後2Lの二酸化炭素と2Lの水蒸気が生じます。 x, y はいくらですか。

(2) 化学式 $C_xH_yO_z$ の気体 1L を完全に燃焼させるには、同温・同圧のもとでは 4.5L の酸素を必要とし、燃焼後 3L の二酸化炭素と 4L の水蒸気が生じます。 x, y, z はいくらですか。

問 1. 1. 質量保存 2. ドルトン 3. 同じ 問 2. ①(イ) ②(カ) ③(エ) ④(ク) ⑤(キ) ⑥(ウ)

問 3. (1) $x = 2, y = 4$ (2) $x = 3, y = 8, z = 1$

〔例題 2〕 すべての気体は、同じ温度と同じ圧力で同じ体積には同数の分子が含まれる。したがって、気体を含む反応では反応式の係数(分子数の比を表す)が反応する気体や生じる気体の同温同圧での体積比を表していることになる。たとえば、窒素(気体)と水素(気体)からアンモニア(気体)が生じる反応式 $N_2 + 3H_2 \rightarrow 2NH_3$ は 1 体積の窒素と 3 体積の水素が反応して 2 体積のアンモニアが生じることを示し、同温同圧における同体積を 1 つの箱で示すと次のようなモデルで表される。

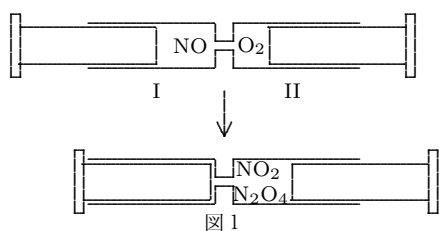


25℃において、一酸化窒素 NO は速やかに酸素 O_2 と次の反応①のように反応する。さらに、生じる二酸化窒素 NO_2 は、その一部が次の反応②のように反応し、その結果、 NO_2 と N_2O_4 の混合気体になる。



実験 A~C はすべて 25℃で行い、実験中の大気圧は一定であった。(灘高)

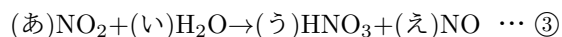
《実験 A》図 1 のように、重さを無視できる同形の 2 つの注射器 I と II を用意し、I には 180mL の NO を、II には 90mL の O_2 を入れ、容積が無視できる小さな管でつなぎ、その後、I のピストンを押し、すべてを II に注入した。その瞬間 II の容積は反応式①により 180mL の NO_2 になるはずであるが、引き続いて反応式②の反応で NO_2 の一部が変化し、数秒後 II の容積は 135mL になり落ち着いた。



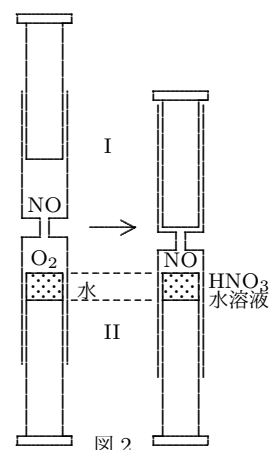
問 1 次の (1), (2) に整数で答えよ。

- (1) NO_2 のうち何 mL が反応式②のように反応したか。
- (2) 最後の状態において、135mL 中の N_2O_4 は何 mL か。

《実験 B》図 2 のように、実験 A と同じ注射器 I と II を用意し、I には 180mL の NO を、II には 90mL の O_2 と 100mL の水を入れ、容積が無視できる小さな管でつなぐ。その後、I のピストンを押し、すべてを II に注入すると、気体部分 60mL と水溶液部分 100mL となって落ち着いた。このとき、反応式①で生じた NO_2 は速やかに反応式③のように水と反応するため、 N_2O_4 は生じることなく、気体 NO(水に溶けず、水と反応しない)と硝酸 HNO_3 の水溶液となっている。



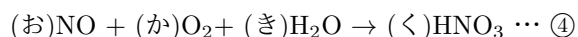
問 2 反応式③の係数(あ)~(え)に適する整数をそれぞれ答えよ。係数が 1 となる場合は 1 と答えよ。



《実験 C》実験 B で最初に II に入れる O_2 を 120mL にして行くと、反応①で余る 30mL の O_2 が、反応③で生じる NO を NO_2 にし、その NO_2 が水と再び反応③を起こし、反応後に NO だけが x [mL] 残って落ち着いた。

問 3 x の値を求めよ。

問 4 実験 B と実験 C を比較すると、最初に入れる O_2 をある体積 y [mL] にすると、最後に NO が残らず硝酸の水溶液のみにてできると予想される。その y の値を求めよう。そうなるときには、初めに入れた NO と O_2 のすべてがなくなり、その途中で必要量の H_2O と反応して硝酸 HNO_3 になることから、これらの反応全体を次の 1 つの反応式④で表せることがわかる。



(1) 反応式④の係数(お)~(く)に適する整数をそれぞれ答えよ。

(2) y の値を求めよ。

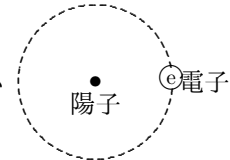
問 1.(1)90mL (2)45mL 問 2.(あ)3 (い) 1 (う)2 (え) 1 問 3 $x = 20$ 問 4.(1)(お)4 (か)3 (き)2 (く)4 (2) $y = 135$

2 原子模型

原子は、中心に正の電荷をもった原子核があり、その電荷と同じ大きさとなるように負の電荷を持った電子 (electron) がいくつか回っている。電子一個は、電荷の大きさが $e = 1.60217733 \times 10^{-19} \text{C}$ 、質量は $m_e = 9.1093897 \times 10^{-31} \text{kg}$ である。したがって、原子核にもその整数倍の電荷を持った粒子があることになる。この粒子を陽子 (proton) といい、その質量は $m_p = 1.672623 \times 10^{-27} \text{kg}$ である。

水素原子は1個の陽子だけの原子核と一個の電子からなる原子である。

電子は、その質量は陽子の質量の約 1700 分の 1 で、原子の質量は陽子の質量と見なせるから、水素原子は陽子の周りを1個の電子がぐるぐる回っていることになる。原子核と電子は互いに反対の電荷を持っており、電子はクーロン力で中心の陽子の方に引ばれている。電子は高速で陽子の周りを回っており、このときの遠心力とクーロン力が釣り合っていることになる。



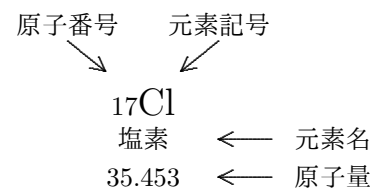
一見こうして水素原子のモデルが確立したかのように見えるが、数々の実験やすでに確立している物理学(力学、電磁気学、熱学など)と矛盾していることがわかってきた。水素原子が発する光の色は連続的なものではなく、とびとびの色(光の波長、あるいは振動数)に対応したスペクトルをなす。電磁気学によると、電子(荷電粒子)が加速度を持って運動すれば、電磁波を放射し、電子の運動エネルギーは減少し、陽子に吸い込まれてしまうはずである。その他数々の説明困難な事柄を前に、1920年代になって、「量子力学」と呼ばれる微細な領域の現象の解明に不可欠な理論が確立した。20世紀の物理学はこの量子力学の発展を軸に進歩した。

水素原子以外の原子は原子核とその周りを回転している複数の電子からなっている。

原子核はいくつかの正の電荷を持った陽子と、いくつかの電気を持たない中性子から成り立っている。中性子は真空中では約 10 分ほどでその半分が陽子と電子、ニュートリノに分裂する。電子の質量は陽子の約 2000 分の 1、ニュートリノの質量はあるが非常に小さいと考えられているから結局中性子の質量はほとんど陽子の質量と同じとなる。また陽子の正の電荷は電子の負の電荷と同じ大きさである。従って、一つの原子核の質量は陽子の個数と中性子の個数の和によってほとんど決まってくる。6個の陽子と6個の中性子、6個の電子からなる炭素原子の質量を 12 と定め、一般の原子の質量をその相対的な質量であらわした量を質量数という。原子は原子核の中の陽子の数…原子番号…と同じ数の電子が原子核の周りを回り、結果として中性になっている。

元素の表記は元素記号で表す。周期律表を見よう。

塩素原子は原子番号が 17 であるから、原子核に 17 個の陽子を持っており、したがって、17 個の電子が原子核の周りに回っている。自然に存在する塩素原子は、18 個の中性子を持った原子と 19 個の中性子を持った原子が混じり合っている。言い換えたら、質量数が 35 の原子と 36 の原子が混じり合っている。



こうした元素名は同じであるが、中性子の数が違う原子を同位元素(アイソトープ)という。したがって、塩素原子の原子量は整数から大きくはずれている。塩素原子より軽い元素では、陽子と中性子の数が同じ原子が大半を占めており、質量数はおよそ原子番号の 2 倍になる。

化学的な変化は主にこの電子の働きによって決まる変化をいう。原子核、原子の大きさは元素によって、また定義によってかなり差があるが、原子核は 10^{-15}m ほどの極めて狭いところに陽子や中性子が引きつけあって集まったものであり、原子の広がりには 10^{-10}m ほどの広がりを持っている。次の問題によって、原子分子の質量の表し方を勉強しておこう。

〔例題〕 次の文を読んで、問 1、問 2 に答えなさい。ただし、10 を n 個かけたものを 10^n と書きます。また、 $\frac{1}{10}$ を n 個かけたものを $\frac{1}{10^n} = 10^{-n}$ と書きます。例えば、 10^8 と 10^{-8} は以下ようになります。

$$10^8 = \overbrace{10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10}^{10 \text{ を } 8 \text{ 回かける}} = 100000000$$

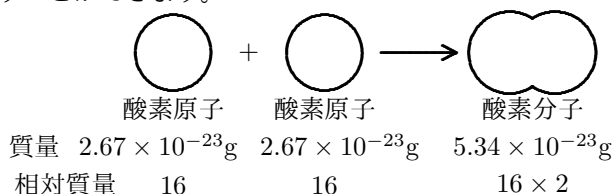
$\frac{1}{10}$ を 8 回かける

$$10^{-8} = \frac{1}{10^8} = \overbrace{\frac{1}{10} \times \frac{1}{10} \times \frac{1}{10} \times \frac{1}{10} \times \frac{1}{10} \times \frac{1}{10} \times \frac{1}{10} \times \frac{1}{10}} = 0.00000001 \quad (\text{大阪星光学院高})$$

物質を構成する最小の粒子を原子といいます。原子は 1 個の大きさが 10^{-8} cm ぐらいで、質量は $10^{-23} \sim 10^{-22}$ g ぐらいのきわめて小さい粒子です。このような小さな原子の質量をそのまま取り扱うのはとても不便なので、ある原子の質量を基準にして、その他の原子の質量の大きさを、基準にした原子に対しての比で表すことにします。このように、原子の質量を比で表したもの(相対質量)を原子量と呼んでいます。各原子の原子量には単位をつけません。

相対質量の考え方を簡単な例をあげて考えてみましょう。いま 100 粒の米の質量が 2.0g、100 粒の大豆の質量が 30g とします。このとき、米 1 粒の質量は (①) g、大豆 1 粒の質量は (②)g となります。また、米 1 粒の質量と大豆 1 粒の質量の比は 1:(③) となります。ここで、米 1 粒の質量を 12 と決めると、基準の米に対する大豆の相対質量は (④) となります。原子の場合には、原子 1 個の質量が 2.0×10^{-23} g の炭素原子を原子量の基準 12 としています。これから、 2.67×10^{-23} g の酸素原子の原子量を求めると 16 になります。また、 0.17×10^{-23} g の水素原子と 5.35×10^{-23} g の硫黄原子の原子量を求めると、それぞれ (⑤) と (⑥) になります。

分子は原子がいくつか集まって構成されているので、その分子の相対質量は構成原子の原子量の和として表すことができます。これを分子量と呼んでいます。例えば、化学式 O_2 で表すことができる酸素分子は、酸素原子が 2 個結合してできているので、酸素分子の分子量は、酸素原子 2 個の原子量の和 $16 \times 2 = 32$ として表すことができます。



分子どうしの質量の比は、各分子の分子量の比となります。例えば、二酸化炭素の分子量について考えてみましょう。二酸化炭素の分子量は (⑦) で、これは分子量 32 の酸素分子の質量の (⑧) 倍になります。また、二酸化炭素分子中の炭素原子の質量の占める割合は分子全体の (⑨)% になります。

問 1 本文中の (①)~(⑨) に適当な数値を入れなさい。ただし、(⑤)、(⑥) は整数値で、(⑧)、(⑨) は小数第 2 位を四捨五入して第 1 位まで答えなさい。

問 2 炭素を完全燃焼すると二酸化炭素となりますが、炭素が不完全燃焼する場合には一酸化炭素が発生します。炭素が不完全燃焼するときの化学反応式を書きなさい。また、この反応で炭素 4.8g と化合する酸素の質量を求めなさい。ただし、炭素の不完全燃焼では一酸化炭素だけが生成するものとします。答えは小数第 2 位を四捨五入して第 1 位まで求めなさい。

問 1. ①0.02②0.30③15④180⑤1⑥32⑦44⑧1.4⑨27.3 問 2.(化学反応式) $2C+O_2 \rightarrow 2CO$ (酸素の質量)6.4g

4.3 気体の発生方法, 集め方, 性質

4.3.1 気体の捕集法

{	水に溶けにくい気体 …… 水上置換
	水に溶けやすい気体 {
	空気より重い …… 下方置換
	空気より軽い …… 上方置換

酸性・アルカリ性の判定に用いる指示薬

- ①リトマス紙 酸性液のとき、青色リトマス紙 → 赤色
アルカリ性液で、赤色リトマス紙 → 青色
- ②BTB液 酸性液で黄色、中性液で緑色、アルカリ性液で、青色に変化
- ③ムラサキキャベツ液 酸性液で赤、中性 (PH7.7) で青、アルカリで緑 (PH9.4) 黄 (PH14)
- ④フェノールフタレン液 アルカリで赤くなる。

他の、色で溶液の特性を知る試薬

ヨウ素溶液 … デンプンにたらずと、青紫色になる。

ネスラー試薬 … 水に溶けているアンモニア少ないときはうす黄色、多いときは赤褐色の沈殿。

フェーリング液 … 糖類があると赤色沈殿

ベネディクト液も同じ

塩化コバルト紙、液 … 水分があると赤くなる。

他の試薬

試薬	用途	試薬	用途
塩酸	アンモニアの検出	硝酸	タンパク質の検出
水酸化カリウム	二酸化炭素、水の吸収	水酸化ナトリウム	二酸化炭素の吸収
アンモニア水	銅イオンの検出	石灰水	二酸化炭素の検出
塩化バリウム溶液	硫酸イオン、炭酸イオンの検出	過マンガン酸カリウム	有機物の検出
硝酸銀溶液	塩素イオンの検出	炭酸ナトリウム溶液	カルシウムイオンの検出
硫酸銅溶液	タンパク質の検出	ピロガロールのアルカリ溶液	酸素の吸収

乾燥剤

発生した気体から、水蒸気を取り除くため乾燥剤が必要になります。次の表は、無断で引用します。

乾燥剤 \ 気体		中性			酸性					塩基性
		H ₂	O ₂	C ₂ H ₂	HCl	Cl ₂	SO ₂	CO ₂	H ₂ S	NH ₃
酸性	濃硫酸 (H ₂ SO ₄)	○	○	○	○	○	○	○	*	×
	P ₄ SO ₁₀	○	○	○	○	○	○	○	○	×
塩基性	CaO	○	○	○	×	×	×	×	×	○
	CaO+NaOH	○	○	○	×	×	×	×	×	○
中性	CaCl ₂	○	○	○	○	○	○	○	○	*

○ 酸性の乾燥剤と中性、酸性の気体は使用可能

○ 塩基性の乾燥剤と中性、塩基性の気体は使用可能

○ 中性の乾燥剤とどの気体とも使用可能

* 濃硫酸と H₂S は、H₂S が酸化されて S に変化してしまい使用不可、また、CaCl₂ は NH₃ と反応して CaCl₂ · 8NH₃ となるので使用不可

4.3.2 各種の気体

1 酸素 O₂ : 水上置換、無色、無臭 … 燃えさしのマッチを燃やす

大気の約 20% が酸素、植物の光合成によって作られた。沸点 -182.97 °C

ピロガロールのアルカリ溶液 (ピロガロールを水酸化ナトリウム水溶液にとかしたもの) は酸素をよく吸収し、暗褐色の溶液になる。

工業的には、液体空気を分留

[1] 2H₂O₂ → 2H₂O + O₂ 過酸化水素水に二酸化マンガンを加えて、加熱。

MnO₂ (二酸化マンガン: 触媒), レバーも触媒の作用をする。

触媒: 自分自身は変化しないが、反応の速さをかえる働きをするもの

[2] 2KClO₃ → 2KCl + 3O₂ 塩素酸カリウムに二酸化マンガンを加える。

MnO₂ (二酸化マンガンは触媒)

[3] 2H₂O → 2H₂ + O₂ (水の電気分解)

水の電気分解は化学の最も基本的な実験であるが、機構は少し複雑である。水酸化ナトリウムを用いる場合は、イオンのところで検討する。ここでは、十分理解できないが、イオンの学習を終えた段階で、見直してほしい。

純水はほとんど電気を通さないため、硫酸 (H₂SO₄) の薄い水溶液を右のような装置 (ユージオメーター) にセットする。

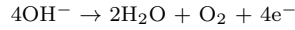
① 薄い硫酸は $2\text{H}_2\text{SO}_4 \rightarrow 4\text{H}^+ + 2\text{SO}_4^{2-}$ と電離する。

② 陰極へ H^+ が引かれ、 $4\text{H}^+ + 4\text{e}^- \rightarrow 2\text{H}_2$ となる。

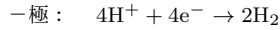
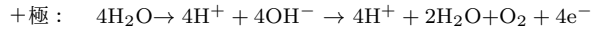
③ 水は少なくなったイオン H^+ を補うかたちで電離する。



④ 陽極へ SO_4^{2-} と OH^- が引かれるが、 SO_4^{2-} は電子を失いにくく、 OH^- が電子を放出し、酸素と水になる。



⑤ 以上をまとめると、

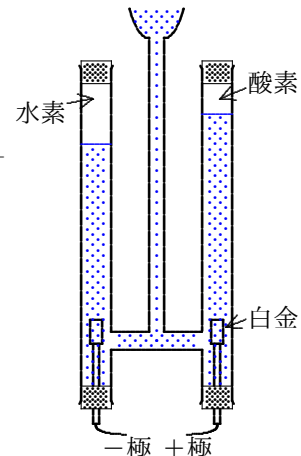


結果として、水の電気分解は $2\text{H}_2\text{O} \rightarrow 2\text{H}_2 + \text{O}_2$ となる。

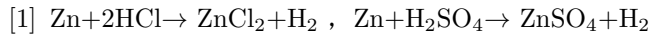
また、発生する水素と酸素の体積比が2:1であることが確認できる。

硫酸は結果として電気分解の前後で何ら変化しない。電気を通しやすくするために利用されているだけである。

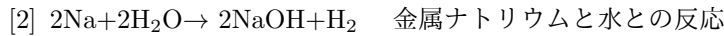
水酸化ナトリウム水溶液の場合は、ナトリウムイオンが水素イオンよりイオンになりやすい(イオン化傾向が強い)ことを用いる。このときも、結果として、水酸化ナトリウムは電気分解で何ら変化しない。はじめから、 $4\text{H}_2\text{O} \rightarrow 4\text{H}^+ + 4\text{OH}^-$ のみを考慮した形になる。



2 水素 H_2 : 水上置換, 無色, 無臭... 空気と混ぜて爆発的に燃える。最も軽い気体



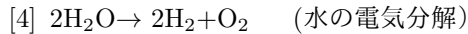
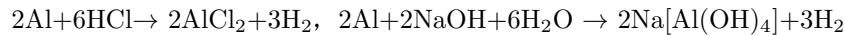
亜鉛など(水素よりイオン化傾向が強い金属)に希硫酸や塩酸などを加える。



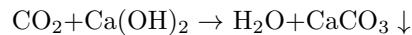
金属ナトリウムを冷却に用いた原子炉の事故が起こった。

[3] アルミニウムや亜鉛に水酸化ナトリウム水溶液を加える。

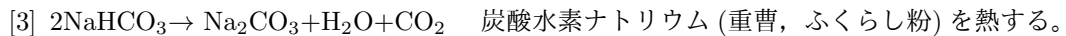
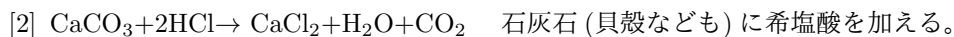
金属 Al, Zn, Sn, Pb(両性元素)は酸だけでなく、アルカリにも溶ける。



3 二酸化炭素 CO_2 : 下方置換, 無色, 無臭... 石灰水 ($\text{Ca}(\text{OH})_2$ の水溶液) に入れると白濁する

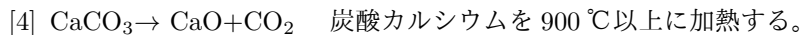


水に少し溶け弱い酸性を示す。 $\text{CO}_2 + \text{H}_2\text{O} \rightarrow \text{H}_2\text{CO}_3$ H_2CO_3 :炭酸は水溶液の形でのみ存在する。化石燃料の燃焼による二酸化炭素の増大は地球温暖化の原因とされている。現在は大気の0.04%程度



炭酸水素ナトリウム NaHCO_3 , 炭酸ナトリウム Na_2CO_3 はともに白い粉状の物質であり、炭酸水素ナトリウムは、フェノールフタレインを加えても変色しない程度の弱いアルカリ性であるが、炭酸ナトリウムはアルカリ性である。

炭酸水素ナトリウムは、 $\text{NaOH} + \text{CO}_2 \rightarrow \text{NaHCO}_3$ で生産される。



酸化カルシウム(CaO :生石灰)は水と反応し、発熱する。 $\text{CaO} + \text{H}_2\text{O} \rightarrow \text{Ca}(\text{OH})_2$

乾燥剤, 発熱剤, カーバイトの原料など。

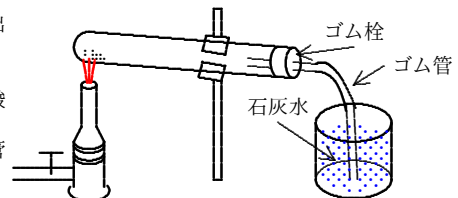
【例題1】 図は試験管に炭酸水素ナトリウムを入れ、ガスバーナーで熱する実験を行う装置である。

(1) 加熱を終わる前に、ピーカーの石灰水に浸けていたガラス管を取り出さねばならない。なぜか。

(2) ピーカーの石灰水はどうなるか。発生した気体は何か。

(3) 十分に加熱した後、試験管に残った粉末は何か。またその水溶液は酸性かアルカリ性か。

(4) 試験管の口を少し下げて実験する必要がある。なぜか。また、試験管の口近くにたまった液体は何か。それを確かめる試薬は何か。



(1) ガラス管内の気体の温度、したがって圧力が下がり、液体が逆流するのを防ぐため。

(2) 白く濁る。二酸化炭素 (3) 炭酸ナトリウム アルカリ性

(4) 発生した水が水滴となり、加熱部に流れ込み、ガラス管が割れるのを防ぐため。水、塩化コバルト紙

〔例題2〕 ビーカーに液体 A 10cm^3 を入れ、電子天秤の上に薬包紙をのせ、その上に液体 A の入ったビーカーと、固体 B 1.0g をのせて反応前の全体の質量を測定した。次に、固体 B を液体 A に入れたら二酸化炭素が発生した。反応後、ふたたび全体の質量を測定した。さらに、固体 B の質量を変えて、同様の実験を行った。表はその結果をまとめたものである。

固体 B の質量 (g)	1.0	2.0	3.0	4.0
反応前 (g)	84.2	85.2	86.2	87.2
反応後 (g)	83.8	84.4	85.0	86.0

(1) 液体 A 10cm^3 と過不足なく反応する固体 B の質量は何 g か。次のア～エのうち、もっとも適切なものを選び、記号で答えなさい。

ア. 1.0g イ. 2.0g ウ. 3.0g エ. 4.0g

(2) 固体 B を 5.0g にしたとき、反応せずに残っている固体 B は何 g か。次のア～エのうち、もっとも適切なものを選び、記号で答えなさい。

ア. 0.5g イ. 1.0g ウ. 1.5g エ. 2.0g

(3) 液体 A 30cm^3 に固体 B 7.0g を加え、いずれか一方の物質が完全に反応するまで反応させたとき、発生する二酸化炭素は何 g と考えられる。

((1) ウ (2) エ (3) 2.8g)

4 一酸化炭素 CO : 水上置換, 無色, 無臭

一酸化炭素中毒 (不十分な酸素の空气中で燃焼させると発生 $2\text{C} + \text{O}_2 \rightarrow 2\text{CO}$)。

燃える。 $2\text{CO} + \text{O}_2 \rightarrow 2\text{CO}_2$

$\text{HCOOH} \rightarrow \text{H}_2\text{O} + \text{CO}$ 蟻酸に濃硫酸を加える。

5 アンモニア NH_3 : 上方置換, 無色, 刺激臭 … 塩酸のついたガラス棒から白煙

濃塩酸から出る塩化水素 (HCl) ガスとアンモニアガスから、

反応 $\text{HCl} + \text{NH}_3 \rightarrow \text{NH}_4\text{Cl}$ で NH_4Cl の白い粉末 (白煙) が生じる。

よく水に溶け、アルカリ性を示す、ネスラー試薬で赤褐色の沈殿。

[1] $\text{NH}_4\text{OH}(\text{NH}_3 \text{ の水溶液}) \rightarrow \text{H}_2\text{O} + \text{NH}_3$ アンモニア水の加熱

[2] $2\text{NH}_4\text{Cl} + \text{Ca}(\text{OH})_2 \rightarrow \text{CaCl}_2 + 2\text{H}_2\text{O} + 2\text{NH}_3$ 塩化アンモニウムにアルカリを加える。

$\text{NH}_4\text{Cl} + \text{NaOH} \rightarrow \text{NaCl} + \text{H}_2\text{O} + \text{NH}_3$

[3] $(\text{NH}_4)_2\text{SO}_4 + \text{Ca}(\text{OH})_2 \rightarrow \text{CaSO}_4 + 2\text{H}_2\text{O} + 2\text{NH}_3$

[4] $(\text{NH}_4)_2\text{CO}_3 \rightarrow \text{CO}_2 + \text{H}_2\text{O} + 2\text{NH}_3$ 炭酸アンモニウムの加熱 (58°C)

発生したガスをまず水に通して、 NH_3 を分離する。

炭酸アンモニウムは、白色粉末で、強いアンモニア臭がし、水に溶かすとアルカリ性。

空気中に放置すると分解し炭酸水素アンモニウムが残る。

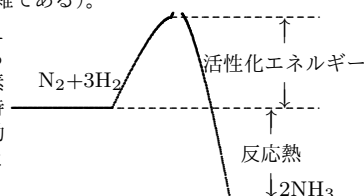
窒素ガスは簡単には他の物質と反応せず、アンモニアなどから始まる一連の窒素化合物を作るためには、高温高压で水素と窒素を反応させる、根粒菌の助けを用いる、などが考えられる。工業的には、ハーバー・ボッシュ法といわれる、鉄を主体とした触媒上で水素と窒素を 500°C 、 1000 気圧付近で直接反応させ、 $\text{N}_2 + 3\text{H}_2 \rightarrow 2\text{NH}_3$ の過程を行う。

アンモニア合成を例に、化学反応の一つのモデルを見ておこう。

窒素分子 1 個と水素分子 3 個からアンモニア分子 2 個ができる反応は $\text{N}_2 + 3\text{H}_2 = 2\text{NH}_3$ と表される。気

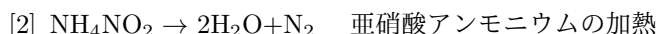
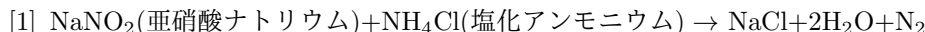
体の窒素と水素の分子が合わせて 4 個同時に衝突して新たに分子である窒素になるのであるから起こりにくいことが分かる。よく反応が起こるためには圧力をあげる (分子密度を高める) ことが必要である。しかしそれだけでは反応は殆ど起こらない。反応を促進させるため触媒と呼ばれる添加物を加える。触媒は自らは変化しないが、反応を促進させる働きを持つものである (触媒のメカニズムは複雑である)。

アンモニア合成では工業的には鉄にアルミナと酸化カリウムを加えたものを用いている。分子は各々が孤立して存在することができるから、各々が孤立しているとき、安定である。図のモデルで、窒素と水素が活性化エネルギーを越えたエネルギーに相当した速度を持たなければ反応できないことが分かる。温度は分子の平均的な運動エネルギーに対応するから、高温にならないと反応が進まないことが分かる。



では高温、高圧にすれば幾らでもアンモニアができるかと言えばそうではない。今度はできたアンモニアが逆に窒素と水素に反応する分解反応も進むからである。温度、圧力を決めると十分時間がたった後では、決まった合成割合の平衡状態に達し、それからは反応が進まなくなる。ではどのようにしてアンモニアばかりを取り出すかと言えば、高温高圧(200気圧, 500度)で平衡状態に達してから、急激に圧力を下げ、反応を固定し、その後低温にしてアンモニアだけを液化させて、アンモニアだけを分離する。残った窒素と水素はまた高温高圧にして反応させる。今日ではこうして工業的に容易にアンモニアは合成され、肥料や火薬の原料となる。

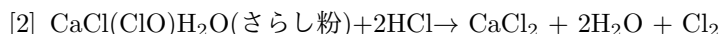
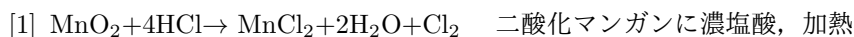
- 6 窒素 N_2 : 水上置換, 無色, 無臭 … 不燃性, 石灰水で白濁しない
大気中に約 80%, 不活性で他の物質と結合しにくい。



[3] 黄リンを空気中で燃焼させ、できた五酸化リンを水に溶かす。こうして、酸素を取り除くと、窒素が残る。その他の燃焼によっても、空気から酸素を取り除くことができる。

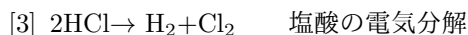
[4] 液体空気を分留する(沸点-195.8℃, 化学反応ではない)

- 7 塩素 Cl_2 : 下方置換, 黄緑色, 刺激臭 … 青, 赤のリトマス紙を漂白
かなり水によく溶け, 水道水で殺菌に用いる。



さらし粉は消石灰(水酸化カルシウム $Ca(OH)_2$)に塩素を吸収させて作る。

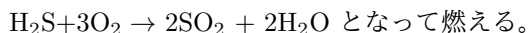
さらに, 塩素を吸収させると, $Ca(ClO)_2$ (次亜塩素酸カルシウム)になる。



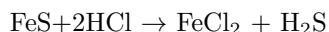
- 8 塩化水素 HCl : 下方置換, 無色, 刺激臭 … アンモニア水をつけたガラス棒で白煙
水に非常によく溶け, 水溶液が塩酸。通常, 塩酸も HCl と表す。

空気中の水蒸気を吸って, 白煙を生じる。これは塩酸である。濃い塩酸は HCl を出し, 湿った空气中で発煙する。 $NaCl+H_2SO_4 \rightarrow NaHSO_4+HCl$ 食塩に濃硫酸を加え, 加熱

- 9 硫化水素 H_2S : 下方置換, 無色, 腐卵臭 … 酢酸鉛水溶液を塗った紙を黒変,



金属硫化物に酸性水溶液を加える。 $MS+2H^+ \rightarrow H_2S+M^{2+}$



火山性ガス(温泉地も含む), 卵の腐敗臭, 廃棄物処理の排ガスに含まれる。

極めて有毒で, 嗅覚を麻痺させ, 死亡事故が多い。

〔例題〕物質が結びつく変化について, 次の各問いに答えなさい。

(1) うすい塩酸にマグネシウムリボンを入れて発生させた気体 X を, かわいた試験管に集めた。右図のように, 集めた気体 X にマッチの火を近づけて点火したところ, 物質 Y ができた。物質 Y に塩化コバルト紙をつけると, 塩化コバルト紙の色が変化した。

① 発生させた気体 X は何か。気体名を答えよ。

② 実験で, 塩化コバルト紙は何色から何色に変化したか。次から選び, 記号で答えよ。

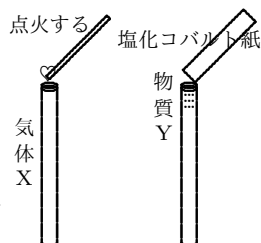
ア 青色から赤色 イ 赤色から青色 ウ 緑色から青色 エ 青色から緑色

③ 前問②より, 物質 Y は何だと考えられるか。

④ 気体 X に点火して物質 Y ができたときと同じ種類の化学変化を次から選び, 記号で答えよ。

ア 炭酸水素ナトリウムを加熱する イ 酸化銀を過熱する。

ウ 酸化マグネシウムを過熱する エ 銅粉を加熱する。



(2) 鉄粉 7g と硫黄の粉末 4g をよく混ぜ合わせたものを半分に分け、それぞれ 2 本の試験管 A, B に入れた。2 本の試験管のうち、試験管 A だけを下図のように加熱した。混合物が赤くなりはじめたら過熱をやめ、その後の変化のようすを観察した。

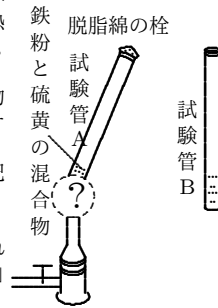
⑤ 次の文の括弧 a, b からあてはまる語を選び、それぞれ記号で答えよ。

試験管 A の混合物の a(ア 上部 イ 真ん中あたり ウ 下部) を加熱し、混合物が赤くなりはじめたところで加熱をやめると、b(エ その時点で反応は止まった オ 最後まで反応は続いた)。

⑥ 試験管 A の混合物は、加熱して反応が終わると何色になるか。次から選び、記号で答えよ。

ア 赤かった色 イ 白色 ウ 黒色 エ 銀色

⑦ 試験管 A が冷えてから、試験管 A 内の物質と試験管 B の混合物に、それぞれ磁石を近づけた。そのときの磁石のようすを、「引きつけられた」または「変化なし」で答えよ。



⑧ 前問⑦で磁石を近づけたあと、試験管 A, B にそれぞれ少量のうすい塩酸を加えると、両方の試験管で気体が発生した。試験管 A, B で発生した気体の性質のちがいを、「A から発生した気体は～、B から発生した気体は～」の形で答えよ。

⑨ 試験管 A の混合物を過熱してできた物質は何か。物質名を答えよ。

⑩ このように、2 種類以上の物質が結びついて、もとの性質と違うべつの 1 種類の物質ができる化学変化を何とよいか。

○塩酸は酸であり、マグネシウムは金属の中でも酸と反応しやすい(イオン化傾向が強い)金属であるため反応して水素を発生する。 $Mg + 2HCl \rightarrow MgCl_2 + H_2 \uparrow$

○水素は燃焼して水ができる。 $2H_2 + O_2 \rightarrow 2H_2O$

○塩化コバルト紙は水があると赤色に変化する。

○炭酸水素ナトリウムは過熱すると分解する。 $2NaHCO_3 \rightarrow Na_2CO_3 + H_2O + CO_2 \uparrow$

○酸化銀を過熱すると分解する。 $2Ag_2O \rightarrow 4Ag + O_2 \uparrow$

黒 白 (金属は磨かなければ光らない)

○酸化マグネシウムは反応しにくい物質。

○銅粉は熱すると簡単に酸化する。 $2Cu + O_2 \rightarrow 2CuO$

○図のような実験を行うと、鉄と硫黄は反応して、硫化鉄ができる。 $Fe + S \rightarrow FeS$

○この反応は、発熱反応で、一度反応が進行し始めると加熱しなくても反応は進行し、800°C 以上にもなる危険な実験である。したがって、混合物の下部から反応を始めると、過激に反応が進行し、混合物や反応生成物が突出する可能性もある。硫化鉄は基本的には黒色であるが、褐色の部分もある。

○鉄粉と硫黄の混合物では、鉄粉の性質があるため、磁石に引きつけられるが、硫化鉄は金属の鉄の性質が失われ、磁石に引きつけられない。

○鉄は酸を加えると水素を発生する。 $Fe + 2HCl \rightarrow FeCl_2 + H_2 \uparrow$

○硫化鉄は塩酸で硫化水素を発生する。 $FeS + 2HCl \rightarrow FeCl_2 + H_2S \uparrow$

硫化水素は、空気より重く(比重 1.1905)、無色、水によく溶け弱い酸性を示し、腐った卵に似た特徴的な強い刺激臭、目、皮膚、粘膜を刺激する有毒な気体である。火山地帯や温泉地で発生することがある。

- 10 二酸化硫黄 SO_2 : 下方置換, 無色, 刺激臭 … $KMnO_4$ (過マンガン酸カリウム) の硫酸溶液を無色に水に溶け, 酸性を示す。 $SO_2 + H_2O \rightarrow H_2SO_3$ H_2SO_3 : 亜硫酸
化石燃料に含まれている硫黄の燃焼から大量に発生し, 大気汚染の原因

[1] $Cu + 2H_2SO_4 \rightarrow CuSO_4 + 2H_2O + 2SO_2$ 銅に濃硫酸(熱するとよく反応する)

[2] $S + O_2 \rightarrow SO_2$ 硫黄の燃焼

- 11 一酸化窒素 NO : 水上置換, 無色, 無臭 … 空気と混ぜると NO_2 赤褐色になる
 $3Cu + 8HNO_3 \rightarrow 3Cu(NO_3)_2 + 4H_2O + 2NO$ 銅に希硝酸

- 12 二酸化窒素 NO_2 : 下方置換, 赤褐色, 刺激臭 … 水溶液は酸性
 $Cu + 4HNO_3 \rightarrow Cu(NO_3)_2 + 2H_2O + 2NO_2$ 銅の濃硝酸
(これらは, 酸性雨, 光化学スモッグの原因物質でもある)

- 13 その他の主な気体
ネオン (Ne), アルゴン (Ar)
(これらは不活性ガスで, 他とは反応しない)
アセチレン (C_2H_2), エチレン (C_2H_4), メタン (CH_4), プロパン (C_3H_8), ブタン (C_4H_{10})
(これらは燃料の役割も果たす)

4.4 化学変化の様相

4.4.1 質量保存の法則，定比例の法則，原子価

すでに学習したとおり，原子論，分子論から，次の法則が成り立つ。

ボイルシャルルの法則

「気体は同じ温度，体積，圧力の元では同じ数だけの分子を含む。」

n kmol (nN_0 個の分子の集まり， $N_0 = 6.022 \times 10^{26}$ kmol⁻¹ 個の分子) にたいして， $pV = nRT$ ， R : ガス定数 (気体の種類によって変わらない) が成り立ち，同じ温度，圧力ならば，分子数と体積は比例する。これは，アボガドロの分子論の考えの基礎にもなる。水の電気分解 $2\text{H}_2\text{O} \rightarrow \text{O}_2 + 2\text{H}_2$ で，発生する気体の体積比が $\text{O}_2 : \text{H}_2 = 1 : 2$ となるのはこれによる。

ボイルシャルルの法則 $pV = nRT$ ，すなわち「理想気体の状態方程式」はあくまで「理想気体」について成り立つ法則であり，そのおおよその条件は「希薄，高温」である。水蒸気でも露点近くになるとこの式からはずれし，液体や固体があるときには適用できない。水素の燃焼では，常温では生成物の水は液体となるから，水素：酸素：水の体積比は 2：1：2 とはならない。

質量保存の法則

「化学変化の前後において，物質の質量は変わらない。」

フランスの化学者 ラボアジェによって発見されたといわれている。

定比例の法則

「同じ化合物ならば，その成分の質量の割合は一定である。」

この法則は，フランスの化学者プールのスト，ベルトレなどの議論の末，確立した。

原子価



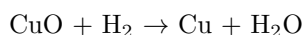
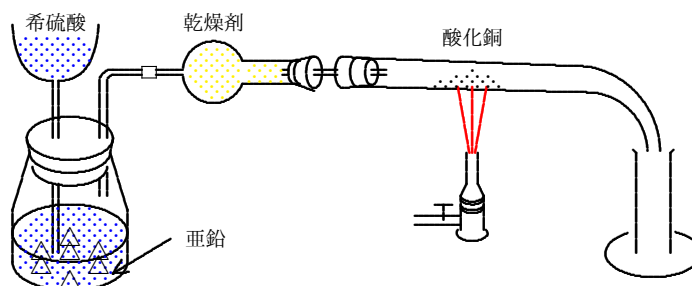
原子がどんな分子を作るかは，上図のように，「結合の手」の数で考えるとわかりやすい。原子や原子団 (基という) には結合の手の数が決まっており，それを原子価という。酸素原子は 2 本の手を持っているから，酸素分子は 2 つの酸素原子が互いに 2 つの手を出して 2 重に結び合っている。右の表は代表的な原子，原子団の原子価を示したものである。右の表で Cu, Fe などは 2 種類の原子価がある。原子番号の大きな原子にはこうした複数の原子価を持つものが多い。

原始価	1	2	3	4
原	H	O	N	C
子	Cl Br I Ag Na K Cu	S Ca Mg Fe Cu Zn Pb	Al Fe	Si
原	NO ₃ 硝酸基	CO ₃ 炭酸基	PO ₄ リン酸基	
子	OH 水酸基	SO ₄ 硫酸基		
団	NH ₄ アンモニウム基			

4.4.2 酸化，還元

物質が酸素と化合することを酸化，酸化によってできた物質を酸化物という。熱や光を発生しながら激しく酸化することを燃焼という。また酸化物から酸素を奪うことを還元という。酸化銅の還元は右図のような装置を使えばよい。

亜鉛に希硫酸を加えて水素を発生させるとき，水蒸気も混じるので，乾燥剤に通すことによって，水素を乾燥させておく。バーナーで熱すると，はじめ黒みがかかった酸化銅は還元され，赤みがかかった金属の銅に変化する。



発生した水蒸気は冷却して水滴となり，メスシリンダーに溜まる。

代表的な酸化還元の問題を考えておこう。

1 次の文を読んで、以下の問に答えよ。

銅 Cu を空気中で加熱すると、化学式 (ア) で表される黒色の銅の酸化物が生成する。この酸化物 (ア) をさらに高温で加熱すると、酸素の発生をともなう熱分解が起こり、化学式 (イ) で表される赤色の銅の酸化物に変化する。

銅の粉末 6.4g を空気中で加熱してすべて (ア) としたのち、さらに高温で加熱したところ (ア) の一部が (イ) に変化した。①生成した (ア) と (イ) の混合物の質量は 7.9g であった。次に、この混合物の粉末に炭素粉末を加えて高温で十分加熱すると、(ア) と (イ) はいずれも炭素と反応し、どちらの場合も同じ種類の気体の発生をともなって銅を生じた。このとき得られた銅は 6.4g であった。また、②発生した気体を石灰水に通じると、石灰石が白濁した。

なお、酸化物 (ア) と (イ) における銅原子と酸素原子の質量パーセントはそれぞれ表に示すとおりである。また、炭素原子、酸素原子、銅原子各 1 個の質量比は 3:4:16 である。

	銅 Cu(%)	酸素 O(%)
(ア)	80.0	20.0
(イ)	88.9	11.1

- 問1 (ア) と (イ) の化学式を Cu_xO_y の形で表せ。なお、 $x:y$ は最も簡単な整数比である。
 問2 銅から (ア) が生成する反応および (ア) から (イ) が生成する反応をそれぞれ化学反応式で表せ。
 問3 下線部①について、混合物中の (ア) の質量は何 g か。
 問4 (ア) と炭素粉末、(イ) と炭素粉末との反応をそれぞれ化学反応式で表せ。
 問5 下線部①の混合物 7.9g から銅 6.4g を得るためには何 g 以上の炭素粉末を加える必要があるか。小数第 3 位を四捨五入した値で答えよ。
 問6 下線部②の反応を化学反応式で表せ。

- 問1. (ア) CuO (イ) Cu_2O 問2. (銅から (ア)) $2\text{Cu} + \text{O}_2 \rightarrow 2\text{CuO}$, ((ア) から (イ)) $4\text{CuO} \rightarrow 2\text{Cu}_2\text{O} + \text{O}_2$
 問3. (ア) を $x\text{g}$ とすると、 $0.8x + 0.889(7.9 - x) = 6.4$, 7.0g
 問4. ((ア) と炭素粉末) $2\text{CuO} + \text{C} \rightarrow 2\text{Cu} + \text{CO}_2$ ((イ) と炭素粉末) $2\text{Cu}_2\text{O} + \text{C} \rightarrow 4\text{Cu} + \text{CO}_2$
 問5. $7.0 \times \frac{3}{40} + 0.9 \times \frac{3}{72} = \frac{9}{16} = 0.563$, 0.56g 以上
 問6. $\text{Ca(OH)}_2 + \text{CO}_2 \rightarrow \text{CaCO}_3 + \text{H}_2\text{O}$

2 化合物の中には、酸化鉄などのように同じ名前がついていても、いくつかの異なった化合物があり得る。次の文を読み、後の問に答えよ。(西大和学園高)

鉄鉱石 (主成分は Fe_2O_3) から鉄が製造される時、次のような経過を経ている。

過程① コークス (主成分は炭素) が空気と反応して、二酸化炭素になる。 $\text{C} + \text{O}_2 \rightarrow \text{CO}_2$

過程② コークスが過程①で生じた二酸化炭素と反応して、一酸化炭素になる。

過程③ 鉄鉱石の主成分である Fe_2O_3 が過程②で生じた一酸化炭素と反応して、酸化鉄 X になる。

このとき、一酸化炭素は二酸化炭素になる。

過程④ 酸化鉄 X が過程②で生じた一酸化炭素と反応して、酸化鉄 Y になる。

このとき、一酸化炭素は二酸化炭素になる。

過程⑤ 酸化鉄 Y が過程②で生じた一酸化炭素と反応して、鉄になる。

このとき、一酸化炭素は二酸化炭素になる。

- 問1 過程②の反応式を答えよ。()
 問2 鉄 1.4 トンを製造するには、 Fe_2O_3 は何トン必要か。
 ただし、 Fe_2O_3 中の O 原子の質量の割合は 30.0% である。(トン)
 問3 Fe 原子 1 個と O 原子 1 個の質量比はいくらか。最も簡単な整数比で答えよ。Fe:O=(:)
 問4 酸化鉄 X と酸化鉄 Y の化学式として最も適当なものをそれぞれ次から選び、記号で答えよ。
 ただし、酸化鉄 X 中の O 原子の質量の割合は 27.6%、酸化鉄 Y 中の O 原子の質量の割合は 22.2% である。酸化鉄 X () 酸化鉄 Y ()
 ア. FeO イ. FeO_2 ウ. Fe_2O エ. FeO_3 オ. Fe_3O カ. Fe_3O_2 キ. Fe_3O_4 ク. Fe_4O_3

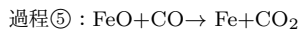
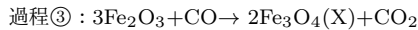
- 問5 過程③から過程⑤の反応をまとめて 1 つの反応式で表せ。
 ただし、必要ならば、問4のアからクの化学式を用いよ。()
 問6 物質が O 原子と結合するとき酸化されるといい、物質が O 原子を奪われるとき還元されるといい。過程①から過程⑤の反応で、酸化される物質と還元される物質を次からそれぞれすべて選び、

記号で答えよ。酸化 () 還元 ()

ア. C イ. CO₂ ウ. CO エ. Fe₂O₃ オ. 酸化鉄 X カ. 酸化鉄 Y

ヒントと答え

一酸化鉄 (FeO):黒色, 反強磁性, 四酸化鉄 (Fe₃O₄):黒さび, 磁鉄鉱, 三酸化鉄 (Fe₂O₃):赤さび, ベンガラ



問 1. $\text{C} + \text{CO}_2 \rightarrow 2\text{CO}$ 問 2. 2.0(トン) 問 3. 7:2

問 4. 各分子式について, 酸素の質量の割合を計算する。Fe_aO_b, $7a : 2b = 72.4 : 27.6$, $a = 0.75b$, $a : b = 3 : 4$

酸化鉄 X キ, 酸化鉄 Y ア 問 5. $\text{Fe}_2\text{O}_3 + 3\text{CO} \rightarrow 2\text{Fe} + 3\text{CO}_2$ 問 6. 酸化 ア, ウ 還元 イ, エ, オ, カ

〔演習〕次の文章を読んで, 以下の問に答えよ。ただし, 原子の質量比は表の値とする。(灘高 17 年)

原子	H	C	O	Fe	Cu
質量比	1	12	16	56	64

多くの金属は, 鉱石として酸化物など化合物の状態が存在している。これを することで, 金属の単体として取り出すことを製錬という。例えば銅は, 今から約 7500 年前に, 装飾品の材料としても知られる孔雀石(マラカイト)などの鉱石と木炭を混ぜて加熱することで取り出された。そこから銅器, 青銅時代が始まった。

つぎに, 今から約 3500 年前には鉄が取り出されるようになった。今では, 鉄は強度が大きく, 安価で加工しやすいことから私たちの生活に欠かせない金属となっている。現在, 鉄の精錬は模式図のように行われる。溶鉱炉の上部から鉄鉱石をコークス, 石灰石と共に入れて加熱し, 段階的に酸素を取り除く。溶鉱炉の底で融解した状態で得られる鉄を銑鉄とよび, 4%の炭素が含まれる。硬くてもろく, 鋳物などに使われている。この銑鉄から炭素を 2%以下まで減らしたものを鋼と^{こわ}言い硬くて強く, 建築材料や鉄道のレールなどに使われている。

問 1 文章中の に当てはまる言葉を答えよ。

問 2 (1) 孔雀石(マラカイト)は CH₂Cu₂O₅ の化学式で表される。これを加熱すると, 黒色の物質と水および二酸化炭素に分解された。この反応を化学反応式で表せ。

(2) (1) の黒色の物質を炭素粉末とともに十分加熱すると, 赤色の物質と気体が生じた。この反応を化学反応式で表せ。

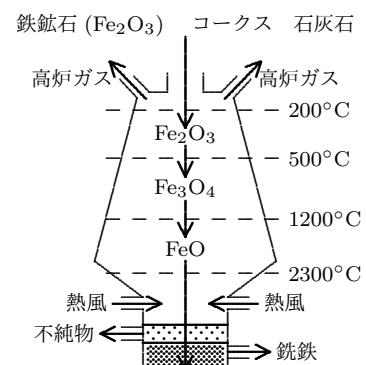
(3) 孔雀石(マラカイト)444g を加熱して完全に分解させた後, 得られた黒色の物質を十分な量の炭素粉末とともに加熱した。赤色の物質は何 g 生じたか。

問 3 (1) 鉄の精錬では, 加えたコークスから生じた一酸化炭素が鉄の酸化物と反応し, 段階的に酸素を取り除く。その第一段階で, Fe₂O₃ が Fe₃O₄ になる。第一段階の反応を化学反応式で表せ。

(2) Fe₂O₃ を 80%含む鉄鉱石 300kg から銑鉄が何 kg 得られるか。

答え 問 1 還元 問 2(1) $\text{CH}_2\text{Cu}_2\text{O}_5 \rightarrow 2\text{CuO} + \text{H}_2\text{O} + \text{CO}_2$ (2) $2\text{CuO} + \text{C} \rightarrow 2\text{Cu} + \text{CO}_2$

(3) 256g 問 3(1) $3\text{Fe}_2\text{O}_3 + \text{CO} \rightarrow 2\text{Fe}_3\text{O}_4 + \text{CO}_2$ (2) 175kg



3 アルミニウムは, 地殻に存在する金属としては最も多いものである。しかし, ①金属そのものとしては存在せず, 岩石中に化合物として存在する。私たちが利用する金属アルミニウムは, オーストラリアやインドネシアなどを原産地とする鉱物 (X) から生産される。まず, 鉱物 (X) を精製し, ②Al₂O₃ にしたのち電気分解することにより, アルミニウムの金属を得ている。アルミニウムについて次の問に答えよ。(東大寺学園高)

(1) 下線部①について, 私たちの用いている銀白色のアルミニウムの金属のように 1 種類の元素からできている物質を何というか。()

(2) (X) に入る適切な鉱物名を答えよ。()

(3) 下線部②について, この化合物が結晶として産出したものをコランダムという。また, この結晶にわずかに不純物として酸化クロムが含まれるとよく知られた宝石となる。この宝石の名称を, 次のア～オから選び出せ。

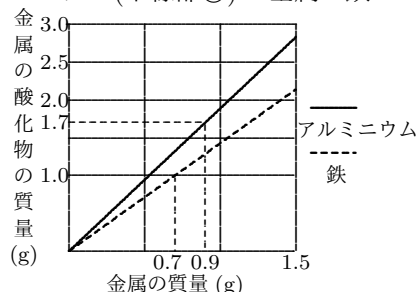
ア ダイヤモンド, イ ルビー, ウ 真珠, エ 水晶, オ サング

(4) 金属のアルミニウムは塩酸に溶けて、水素を発生する。この反応の化学反応式を下線部②の化合物の式を参考にして記せ。()

(5) アルミニウムと水素の原子の質量比を 27:1 とすると、アルミニウム 10.8g を完全に塩酸に溶かしたとき、何 g の水素ガスが発生するか。() g

(6) アルミニウムを用いて、他の金属の酸化物を還元することができる。酸化鉄とアルミニウムの粉末を混ぜ、火をつけると、まぶしい光を発生し、酸化アルミニウム(下線部②)と金属の鉄ができる。

この反応をテルミット反応という。いま、酸化鉄粉末 8g とアルミニウム粉末 20g を混ぜて反応させたところ、酸化鉄が完全に鉄に変わった。生成した酸化アルミニウムはすべて Al_2O_3 とし、また、アルミニウムと空気中の酸素との化合は起こらないものとする、残ったアルミニウムは何 g か。グラフを参照して答えよ。() g

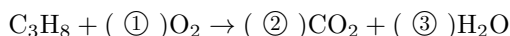
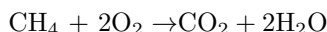


(1) 単体 (2) ボーキサイト (オーストラリアは世界の 40% を越えるボーキサイトの産出国で、また、砂漠の中には赤色のルビーも沢山埋もれている) (3) イ (コランダム (鋼玉) はダイヤモンドに次ぐ硬い鉱物で、鉄・チタンが混入したものが青色のサファイアである) (4) $2\text{Al} + 6\text{HCl} \rightarrow 2\text{AlCl}_3 + 3\text{H}_2$ (5) 1.2(g) (6) 酸化鉄 8g の中に $8 \times \frac{0.3}{1.0}$ g の酸素があり、これを還元するため、 $8 \times \frac{0.3}{1.0} \times \frac{0.9}{0.8} = 2.7$ g の Al が使われる。17.3(g)

4 次の文章を読み、後の各問いに答えなさい。(16 清風高)

家庭では、都市ガス(主成分はメタン CH_4)や LP ガス(主成分はプロパン C_3H_8 とブタン)が使用されています。これらのガスは完全燃焼すると、二酸化炭素 CO_2 と水 H_2O になり、この反応で出る熱は、湯を沸かしたり、調理したりするのに利用されます。

メタンとプロパンが完全燃焼するときの化学反応は次のようになります。



気体どうしの反応においては、化学反応式の係数の比は、それぞれの気体の体積の比に等しくなります。例えばメタンが完全燃焼すると同じ体積の二酸化炭素が発生します。ただし、気体の体積は同温・同圧のもとで比較しています。以下の問 4、問 5 においても、気体の体積については同様に考えて答えなさい。

問 1 都市ガスを使用している家庭で、ガス漏れ警報器を取り付ける場合、部屋のどの位置につけるのが良いですか。次のア～ウのうちから適するものを 1 つ選び、記号で答えなさい。

ア 天井に近い位置 イ 床に近い位置 ウ どこにつけてもよい

問 2 プロパンが完全燃焼するときの化学反応式中の①～③に当てはまる係数を答えなさい。ただし、係数が 1 の場合は「1」と答えなさい。

問 3 実験室で用いられるアルコールランプの燃料の一つであるエタノール $\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}$ も、メタンやプロパンと同様に完全燃焼すると二酸化炭素と水になる。このエタノールが完全燃焼するときの化学反応式を答えなさい。

問 4 プロパン 1 L が完全燃焼するときに必要な空気の体積は何 L ですか。ただし、空気中には酸素が体積の 20% 含まれているものとして計算しなさい。

問 5 メタン 1.4L が完全燃焼するとき発生する熱量は 55.5kJ です。いま、浴槽に 20°C の水が 180kg 入っています。この水の温度を 40°C にするためには、メタン何 L を必要としますか。ただし、発生した熱は水の温度上昇のみに使用されるものとします。また、水 1g の温度を 1°C 上昇させるのに必要な熱量は 4.2J とし、小数第 1 位を四捨五入して整数で答えなさい。

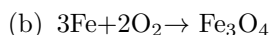
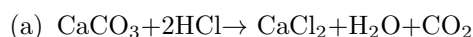
問 1. ア 問 2. ①5 ②3 ③4 問 3. $\text{C}_2\text{H}_5\text{OH} + 3\text{O}_2 \rightarrow 2\text{CO}_2 + 3\text{H}_2\text{O}$ 問 4. 25L 問 5. 381L

4.4.3 いろいろな分子と化学反応

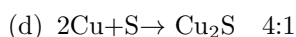
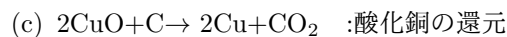
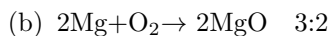
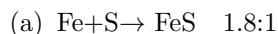
どんな実験、状況で反応が起こったかを一つ一つ思い描いておこう。

1 「化学変化のきまり」の実験でよく用いる

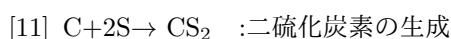
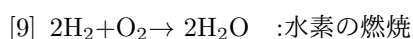
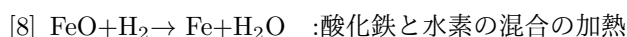
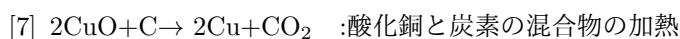
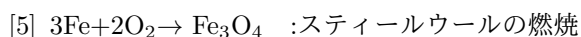
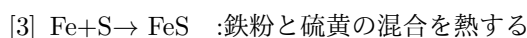
[1] 質量保存の法則



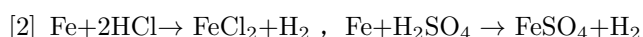
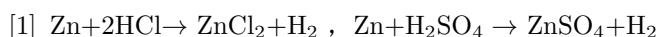
[2] 定比例の法則



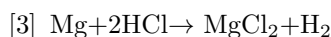
2 主な化学反応



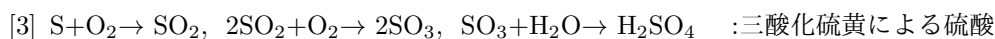
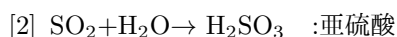
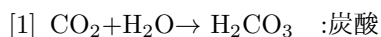
3 金属と酸



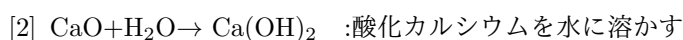
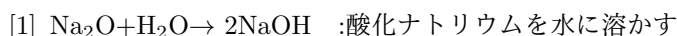
FeCl_3 : 塩化鉄(II), $2\text{FeCl}_2 + \text{Cl}_2 \rightarrow 2\text{FeCl}_3$ で塩化鉄(III)となる。



4 非金属の酸化物の水溶液



5 金属の酸化物の水溶液



問題を通して、いろいろな物質を理解しておこう。

[例題1] 純粋な物質は、次のア～オのaとbのように、いくつかの特徴で分類することができます。

あとの各問いに答えなさい。(大谷高)

ア [a. 無機物と b. 有機物] イ [a. 単体と b. 化合物]

ウ [a. 分子からできている物質と b. 分子からできていない物質]

エ [a. 酸性を示す物質 と b. 酸性を示さない物質] オ [a. 金属 と b. 非金属]

(ヒント) 金属は金属元素および合金を含むが、非金属は非金属元素および合金以外のすべての化合物を含む。

金属の特性は、①金属光沢がある ②叩くと伸ばしたり広げたりできる ③電流や熱を通しやすい。

Li の比重は 0.53

問 1. アの a を、次の①～⑤ からすべて選び、番号で答えなさい。

① 二酸化炭素 ② デンプン ③ 炭酸水素ナトリウム ④ 砂糖 ⑤ 尿素

問 2. アの b の説明として正しいものを、次の①～⑤からすべて選び、番号で答えなさい。

① 19 世紀初めまでは、生物がつくり出す物質のことであった ② 燃えるものはない
③ 気体はすべて無臭である ④ 成分として酸素を必ず含む ⑤ 成分として水素を含むものはない

問 3. イの a を、次の①から⑤ からすべて選び、番号で答えなさい。

① FeS ② N₂ ③ H₂O ④ CuO ⑤ CuCl₂

問 4. ウの a を、次の①から⑤ からすべて選び、番号で答えなさい。

① FeS ② NaCl ③ CO₂ ④ CuO ⑤ CuCl₂

問 5. エの a の水溶液を、次の①から⑤からすべて選び、番号で答えなさい。

① うすい塩酸 ② 塩化ナトリウム水溶液 ③ アンモニア水 ④ 水酸化バリウム水溶液 ⑤ うすい硫酸

問 6. オの a を、次の①から⑤からすべて選び、番号で答えなさい。

① メタン ② 鉄 ③ 水銀 ④ 硫黄 ⑤ 酸化銀

問 7. オの a すべてにあてはまるものを、次の①から⑤からすべて選び、番号で答えなさい。

① 液体にならない ② 電気をよく通す ③ 磁石によくつく ④ 密度は水より小さい ⑤ 塩酸にとける

問 8. 次の A ~ C を化学反応式で表しなさい。

A. 水を電気分解する ()

B. 炭酸水素ナトリウムを加熱して分解する ()

C. マグネシウムを空気中で燃焼させる ()

問 9. 問 8 の A の化学反応は、アから オのいずれか一つの分類の b から a に変化するものです。その分類の記号を答えなさい。

問 10. 問 8 の B の化学反応で生成するすべての物質は、アから オのいずれか一つの分類の a です。その分類の記号を答えなさい。

問 11. 問 8 の C の化学反応を一般に何といいますか。正しいものを次の①から⑤ から一つ選び、番号で答えなさい。

① 蒸留 ② 分解 ③ 中和 ④ 化合 ⑤ 凝縮

問 1. ①③(尿素は分子式 (H₂N)₂C=O で有機物) 問 2. ① 問 3. ② 問 4. ③(③以外は金属、金属酸化物)

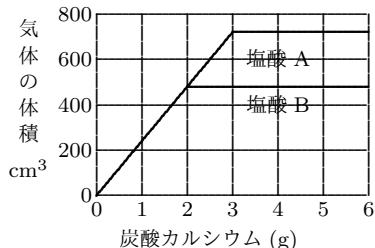
問 5. ①⑤ 問 6. ②③ 問 7. ②

問 8. A. 2H₂O → 2H₂ + O₂ B. 2NaHCO₃ → Na₂CO₃ + H₂O + CO₂ C. 2Mg + O₂ → 2MgO

問 9. イ 問 10. ア (炭酸ナトリウム Na₂CO₃ はアルカリ金属炭酸塩) 問 11. ④

〔例題 2〕 次の文章を読んで、下の問いに答えよ。(地元の学校の宿題、正確な出典は不明)

実験 I 色々な質量の炭酸カルシウム (石灰石) を用意し、それぞれに薄い塩酸 [塩酸 A] を 15cm³ ずつ加え、発生する気体の体積を測定した。また、塩酸 A の濃度と異なる濃度の塩酸 [塩酸 B] を用いても同様に実験を行った。これらの実験で用いた炭酸カルシウムの質量と発生した気体の体積との関係を調べた。その結果をグラフで表すと図のようになった。ただし、気体の体積はいずれも同じ温度、同じ圧力のもとで測定したものである。



実験 II うすい水酸化ナトリウム水溶液 50cm³ をビーカーに入れ、これに塩酸 A を少しずつ加えていった。その都度よくかき混ぜ、リトマス紙で水溶液の性質を調べたところ、塩酸 A を 30cm³ 加えたときに中性になることがわかった。

(1) 次の文の [] から正しいものを一つずつ選び、記号で答えなさい。

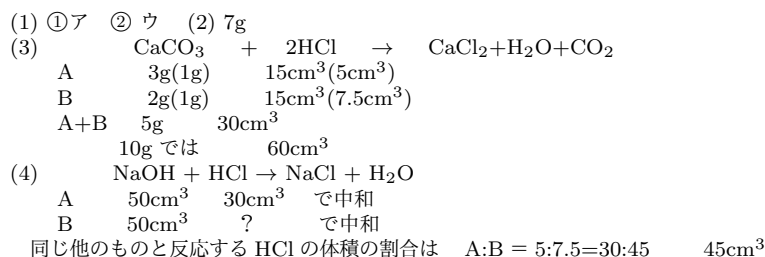
実験 I で発生した気体の性質を調べると、この気体は空気より① [ア. 重く イ. 軽く], 水に溶けた。また、② [ウ. 石灰水 エ. 食塩水] に通すと白く濁ることがわかった。

(2) 炭酸カルシウム 10g に塩酸 A を 15cm³ 加えたとき、炭酸カルシウムの一部が反応せずに残った。残っ

た炭酸カルシウムは何 g か。

(3) 塩酸 A に、これと同じ体積の塩酸 B を混合した。この混合した溶液を用いて炭酸カルシウム 10g を完全に反応させるには、この溶液は少なくとも何 cm³ 必要か。

(4) 実験 II を、塩酸 A のかわりに塩酸 B を用いて行くと、混合してできる溶液が中性になるのは、塩酸 B を何 cm³ 加えたときと考えられるか。



〔例題 3〕 次の実験 I, II に関する以下の問いに答えなさい。(古い問題集から, 星光学院)

現在一般に利用されている暖房の熱源としては、電気・石油・ガスがあるが、電気を使用する場合と石油・ガスを使用する場合とでは、その発熱の過程が全く異なっている。つまり、前者は [1] 的であるのに対して、後者は [2] 的な反応、すなわち [3] によって熱量を得ている。石油・ガスに含まれる元素は [4] と [5] であるので、これらは一般に [6] と呼ばれている。

以下に、この [6] について考えてみよう。

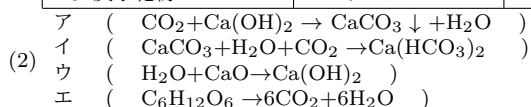
[6] を [3] させると [7] と [8] が生成し、ア [7] を [9] の水溶液に反応させると白濁が生ずるが、イその反応液にさらに [7] を反応させつづけると、可溶性の物質 [10] ができるため白濁が消える。また、ウ [8] は [11] と反応させると [9] になる。

さて、[4]、[5] 以外の元素として [12] を含み、[5] と [12] とが 2 : 1 の割合で含まれているものは [13] とよばれている。この [13] には、米や麦に含まれている [14] や、果実の甘みのもとである [15] などがある。エ これらも [3] によって [7] と [8] とを生成する。

(1) 文中の [1] ~ [15] に当てはまる語句、元素名、化合物名を記入せよ。

(2) 下線部ア、イ、ウ、エ、を化学反応式で表せ。ただし、エについては、[15] に入れるべき物質を用いて書け。

1. 物理	2. 化学	3. 燃焼
4. 炭素	5. 水素	6. 炭化水素
(1) 7. 二酸化炭素	8. 水	9. 水酸化カルシウム
10. 炭酸水素カルシウム	11. 酸化カルシウム	12. 酸素
13. 炭水化物	14. デンプン	15. ブドウ糖 (または果糖)



〔例題 4〕 〔問題〕 次の文を読んで、下の問いに答えよ。ここで発生する気体の体積は全て同じ温度、同じ圧力で測ったものとする。なお、1L=1000cm³ である。(東大寺学園高 15)

一郎君と二郎君は (A) 空気中でマグネシウム粉末を加熱して質量を調べる実験を行なった。まず、マグネシウム粉末を 2.4g ずつ測りとり、右のような装置(省略)を用いて加熱して、質量の変化を調べた。一郎君はしばらく加熱した後、質量を測ったが、二郎君は質量の増加がなくなるまで何度も加熱して、質量が一定になったところを測った。加熱後の質量は、一郎君の粉末では 3.2g、二郎君の粉末では 4.0g であった。なお、この加熱によって、マグネシウムは空気中の酸素とのみ反応するものとする。

次に (B) 一郎君の加熱後の粉末を十分な量の塩酸に入れたところ、粉末は全て溶け、気体が発生した。また、(C) 二郎君の、加熱後の粉末を十分な量の塩酸に入れたところ粉末は全て溶けたが、気体は発生しなかった。

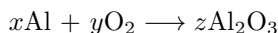
(1) 下線部 A について、この加熱によって起こる変化を化学反応式で答えよ。

(2) 下線部 B で発生した気体の体積は何 cm³ か。マグネシウム 24g を十分な塩酸に溶かすと 12.5L の気体が発生するとして計算せよ。割り切れない場合は、小数第 1 位を四捨五入して整数で求めよ。

(3) 下線部 C で起きる変化を化学反応式で答えよ。

つぎに、アルミニウムとマグネシウムの粉末が混じった粉末 a を用意した。3.9g の粉末 a を二郎君の方法で十分に加熱すると、加熱後の質量は 7.1g になった。また、加熱前の粉末 a を 7.8g とり、十分な量の塩酸に溶かしたところ、粉末は全て溶解、8.75L の気体が発生した。なお、アルミニウムの粉末 18g を十分に加熱すると、加熱後の質量は 34g になる。

(4) アルミニウム粉末を加熱するときの化学反応式は次のように表される。 $x \sim z$ に当てはまる整数を答えよ。

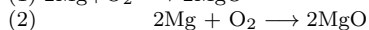
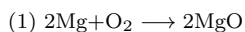


(5) 粉末 a 中のアルミニウムとマグネシウムの質量比は何対何か。最も簡単な整数比で答えよ。

(6) アルミニウム 18g を十分な量の塩酸に溶かすと、何 L の気体が発生するか。整数で答えよ。

(7) 粉末 a からマグネシウム粉末のみを取り出したい。その方法を「ろ過」という言葉を用いて 40 字以内で説明せよ。

解答と解説



二郎君より、 2.4g 1.6g 4.0g $\text{Mg}:\text{O}_2 = 3:2$

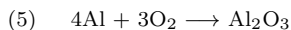
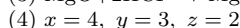
一郎君は、 $3.2\text{g} - 2.4\text{g} = 0.8\text{g}$ の増加、すなわち、

酸素が 0.8g 、反応した Mg は $0.8 \times \frac{3}{2} = 1.2\text{g}$ 、

したがって、反応しなかった Mg は $2.4 - 1.2 = 1.2\text{g}$ 、

Mg 24g で 12.5L の水素、Mg 1.2g では、

$$1.2 \times \frac{12.5}{24} = 0.625\text{L} = 625\text{cm}^3$$



18g 34g $\text{Al}:\text{Al}_2\text{O}_3 = 9:17$

粉末 3.9g には Mg $x\text{g}$ 、Al $(3.9 - x)\text{g}$ が混ざっている。

$$\frac{5}{3}x + \frac{17}{9}(3.9 - x) = 7.1, \quad x = 1.2$$

したがって、粉末 a には、Al:Mg = $2.7:1.2 = 9:4$

(6) Al 18g から $y\text{L}$ の水素が発生するとする。

粉末 a の 7.8g では、

$$\text{Mg から}, 7.8 \times \frac{4}{13} \times \frac{12.5}{24} = 1.25\text{L の水素が発生。}$$

したがって、Al からは $8.75\text{L} - 1.25\text{L} = 7.5\text{L}$ 発生。

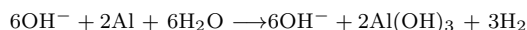
$$7.8 \times \frac{9}{13} \times \frac{y}{18} = 7.5 \quad y = 25(\text{L})$$

(7) 粉末 a を水酸化ナトリウム水溶液に溶かし、

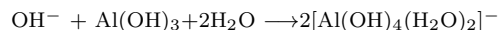
解けずに残ったマグネシウムをろ過する。

この問題を取り上げたのは、(7) は、アルミニウムは酸だけでなく、アルカリ (例えば、水酸化ナトリウム溶液) にも溶ける事による。次のように説明されている (ウイキペディア)。

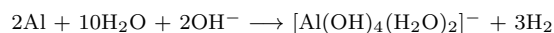
アルミニウムは両性金属で、酸にも塩基にも溶解する。塩基性の水溶液では、以下の反応によって水が還元されて水素が発生する。



ただし、生成する水酸化アルミニウムの溶解度積 ($[\text{Al}^{3+}][\text{OH}^-]^3$) は 1.92×10^{-32} であり、ほとんど水に溶解しない。したがって、薄い塩基では皮膜が発生して反応が止まる。しかし、強塩基条件では水酸化アルミニウムが次式によって水溶性のアルミン酸を形成するため、反応は表面のみでなく内部まで進行する。



したがってアルミニウムと強塩基水溶液との反応はこれらの式を合わせて以下になる。



4.5 イオン

4.5.1 水溶液とイオン

液体 (溶媒) に固体や液体、気体 (溶質) を混合し、一様になったものを溶液という。

溶液の特徴 … 溶けて一様、^{ろか}濾過しても分離できない、透明である

牛乳などは溶液ではない。

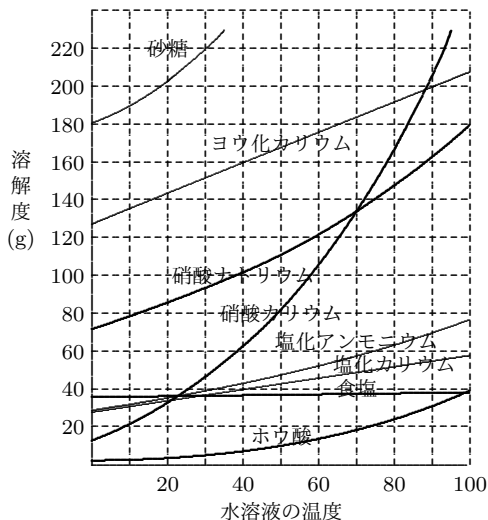
溶媒が水の時、水溶液、アルコールならばアルコール溶液などという。

溶けるだけ多くの溶質が溶けている状態を飽和といい、このときの溶液を飽和溶液という。一定の溶媒 (通常 100g) にたいして飽和する溶質の質量を溶解度、これをグラフに表しものを溶解度曲線という。

ほとんどの固体の溶解度は、温度とともに増加する。(例外的に、水酸化カルシウムは水 100g に 20℃ で約 0.16g 溶けるが、温度とともに減少する。)

逆に、気体の溶解度は温度とともに減少する。

温度が高い溶媒に固体の溶質を溶かしたとする。高温では溶解度が大きく多くの固体を溶かすことができる。溶液の温度を低下させると溶解度も下がり、ある特定の温度になると飽和に達し、さらに温度が下がると、その温度に対応した溶解度より溶質の量が多くなる。その差の量だけ溶質は固体(結晶)となる(析出)。このように一度固体を溶かし、再び結晶にすることを再結晶という。もとの固体には不純物が多く含まれていた場合、一度溶液にして、再結晶させると、純度の高い結晶を作ることができることが多い。



水溶液には電気を通すもの… 電解質と、電気を通さないもの… 非電解質がある。

電解質		非電解質
強電解質	硝酸, 塩酸, 硫酸, リン酸 水酸化ナトリウム, 水酸化バリウム 食塩, 塩化カリウム, 硫酸カリウム 塩化銅, 硫酸マグネシウム	砂糖 エタノール グリセリン
弱電解質	酢酸, アンモニア	

電気を通すかどうかは、あくまで水溶液の議論であって、媒質自身の固体・液体・気体などの状態で電気を通すかどうかを議論しているのではない。

原子や分子が電子を失ってプラスに帯電したり、電子を余分に得てマイナスに帯電したりしたものをイオンという。電子を余分に得たイオンを陰イオン(-イオン)、電子を失ったイオンを陽イオン(+イオン)といい、その電子の数が一個ならば、一価、2個ならば二価のイオンという。真空中においても、人工的にイオンを作ることには可能であるが、中学理科の中では、水溶液の「電離」によって自然にイオンになる場合を取り扱う。イオンを指すときは、「***イオン」と正確に呼ぼう。

食塩水は食塩 NaCl の水溶液であるが、水溶液の中では食塩は

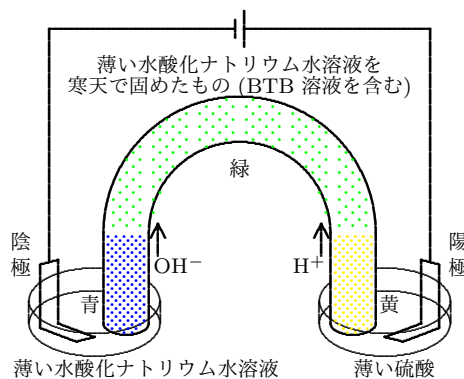


とナトリウムイオン Na^+ と塩化物イオン Cl^- に電離し、これが電流を流すもとになっている。アレーニウスの電離説は、水溶液の段階で、電圧をかける前からこの電離が起こり、イオンという実態が存在することを主張したものである。

主なイオン

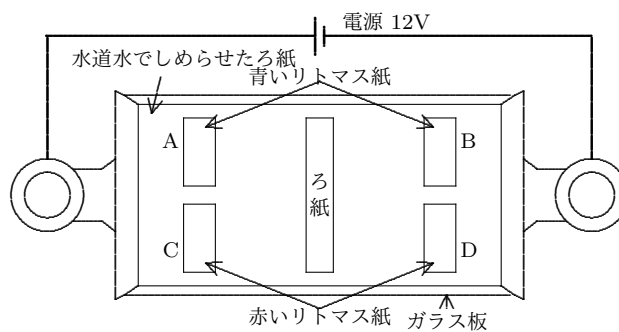
+イオン				-イオン			
水素	H^+	ナトリウム	Na^+	塩化物	Cl^-	臭化物	Br^-
カリウム	K^+	銀	Ag^+	ヨウ化物	I^-	酸化物	O^{2-}
カルシウム	Ca^{2+}	マグネシウム	Mg^{2+}	硫化物	S^{2-}	水酸化物	OH^-
銅	Cu^{2+}	亜鉛	Zn^{2+}	硝酸	NO_3^-	硫酸	SO_4^{2-}
アルミニウム	Al^{3+}	アンモニウム	NH_4^+	炭酸	CO_3^{2-}	酢酸	$\text{C}_2\text{H}_3\text{O}_2^-$

実際にイオンが水溶液中を移動することを確認することができる多数の実験がある。右図は薄い硫酸ナトリウム水溶液に BTB 溶液を加え、寒天で固めたものをガラス管に入れ(中性で緑色、図と実際の色はかなり違う)、両端を陽極には酸に、陰極にはアルカリに浸して通電する。ガラス管内ははじめすべて緑色であるが、時間の経過とともに陽極からは H^+ イオンが移動し黄色に、陰極からは OH^- イオンが移動し青色に、変色する。



〔例題〕 水酸化ナトリウム水溶液の性質を調べるため次の実験をした。このことについて以下の間に答えよ。

実験： 水道水をしみこませた濾紙，ガラス板，クリップを使って図のような装置を組み立て、濾紙上に赤と青のリトマス紙をそれぞれ A～D の位置に置き電流を流した。そこに，薄い水酸化ナトリウム水溶液をしみこませた細長い濾紙を図のように中央に重ねると，C のリトマス紙だけが変色した。



(1) C のリトマス紙の色が変化したのは，陽極に引かれたどんなイオンのためか。次の㉗～㉚から適当なものを選べ。

- ㉗水酸化物イオン ㉘水素イオン ㉙塩化物イオン ㉚水ナトリウムイオン
 (2) 薬品をかえて実験をしたとき，上と同じような結果の得られるのは，下のどの場合か。

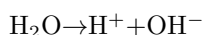
- ㉗薄い硫酸 ㉘水酸化バリウム水溶液 ㉙アンモニア水 ㉚薄い塩酸

(3) ろ紙に薄い硫酸をしみこませた場合は，どのリトマス紙が何色に変わるか。

(解答する前に，図に色を付けておこう。(1) ア (2) イ，ウ (3) B が赤くなる)

4.5.2 酸とアルカリ，中和

純水はほとんど電離しない。しかし，水溶液では水の電離



が重要な役割を果たし，水溶液の性質の一側面を決定する。水素イオン H^+ がある水溶液を酸性，水酸化物イオン OH^- がある水溶液をアルカリ性 (塩基性) という。従って，酸性かアルカリ性は水溶液の溶質によって決まる。

酸	(1) 水素イオン H^+ を含む水溶液。 (2) 酸っぱい味がする。 (3) 青色リトマスを赤くする。BTB 液 (中性で緑) を黄色くする。 (4) 亜鉛と反応し水素を発生する。
濃い硫酸 H_2SO_4	粘りけのある無色の重い液体で，揮発しにくい。タンクローリーで運んでいる硫酸は約 96%，比重 1.84。水を吸う性質が強い。薄めるときは水に硫酸を入れる。
薄い硫酸 H_2SO_4	$\text{H}_2\text{SO}_4 \rightarrow 2\text{H}^+ + \text{SO}_4^{2-}$ と電離し，酸性を示す。アルミニウムや亜鉛など，水素よりもイオンになりやすい金属と反応し，水素を発生する。
塩酸 HCl	塩化水素ガスの水溶液。無色，鼻をさす臭い。 $\text{HCl} \rightarrow \text{H}^+ + \text{Cl}^-$ と電離し，酸性。アルミニウムや亜鉛など，水素よりもイオンになりやすい金属と反応し，水素を発生する。
濃い硝酸 HNO_3	無色，鼻をさすにおい。光を当てると，黄褐色をおびてくる。 濃硝酸は約 60%，比重 1.38
薄い硝酸 HNO_3	$\text{HNO}_3 \rightarrow \text{H}^+ + \text{NO}_3^-$ と電離し，酸性を示す。アルミニウムや亜鉛のほか，銅などの金属とも反応して，一酸化窒素などの気体を発生する。
酢酸 $\text{HC}_2\text{H}_3\text{O}_2$	無色，鼻をさすにおい。食酢には 3 から 4% 含まれる。 $\text{HC}_2\text{H}_3\text{O}_2 \rightarrow \text{H}^+ + \text{C}_2\text{H}_3\text{O}_2^-$ と電離し，酸性を示す。アルミニウムや亜鉛など，水素よりもイオンになりやすい金属と反応し，水素を発生するが，反応はおだやか。
その他の酸	炭酸 (H_2CO_3)，二酸化炭素 CO_2 の水溶液，弱い酸で，BTB で調べる。 亜硫酸 (H_2SO_3)，二酸化硫黄 SO_2 の水溶液 リン酸 (H_3PO_4)，水溶液は肥料として用いられる。 ほう酸 (H_3BO_3)，水に少し溶ける。消毒剤

アルカリ	主な性質 (1) 水酸化物イオン OH^- を含む水溶液。 (2) 苦い味がする。皮膚のタンパク質をとかし、ぬるぬるする。 (3) 赤色リトマスを青くする。BTB 液 (中性で緑) を青くする。 (4) フェノールフタレイン (酸性, 中性では無色) を赤くする。
水酸化ナトリウム NaOH	白い固体, カセイソーダ。空気中の水蒸気を吸って溶ける。水に溶けるとき熱を出す。二酸化炭素を吸収して, 炭酸ナトリウムになる。 $\text{NaOH} \rightarrow \text{Na}^+ + \text{OH}^-$ と電離し, アルカリ性をしめす。
水酸化カルシウム $\text{Ca}(\text{OH})_2$	白い粉で, 消石灰とよばれる。水にわずかにとけて, 石灰水となる。 $\text{Ca}(\text{OH})_2 \rightarrow \text{Ca}^{2+} + 2\text{OH}^-$ と電離し, アルカリ性をしめす。 $\text{Ca}(\text{OH})_2 + \text{CO}_2 \rightarrow \text{CaCO}_3 + \text{H}_2\text{O}$ で白い沈殿ができる。
水酸化バリウム $\text{Ba}(\text{OH})_2$	比重 4.495 の白色粉末。水には溶けるが溶解度は大きくない。 $\text{Ba}(\text{OH})_2 \rightarrow \text{Ba}^{2+} + 2\text{OH}^-$ と電離し, 強いアルカリ性をしめす。 $\text{Ba}(\text{OH})_2 + \text{CO}_2 \rightarrow \text{BaCO}_3 + \text{H}_2\text{O}$ で白い沈殿ができる。
アンモニア水	アンモニア NH_3 は水によく溶け, その水溶液。 $\text{NH}_3 + \text{H}_2\text{O} \rightarrow \text{NH}_4^+ + \text{OH}^-$ と電離し, アルカリ性をしめす。 アンモニア水を NH_4OH と表し, 水酸化アンモニウムということもある。

中和反応

酸とアルカリは互いの性質をうち消し合い, より中性の性質に近づける。

中和反応とは水溶液中で



の反応が進むことである。中和反応によって, 元々の溶媒の電離した片割れどうしが結合してできた化合物を一般に塩^{えん}という。塩はさらに拡張した概念として定義される。

塩

- (1) アルカリの+イオンと酸の-イオンとが結びついたもの。
例 $\text{Na}^+ + \text{Cl}^- \rightarrow \text{NaCl}$
- (2) 酸の水素原子を金属で置き換えた化合物。
例 $\text{HCl} \rightarrow \text{NaCl}$
- (3) もっと一般に, H^+ 以外の + イオンと OH^- 以外の - イオンとが結びついてできた化合物

いろいろな塩の生成

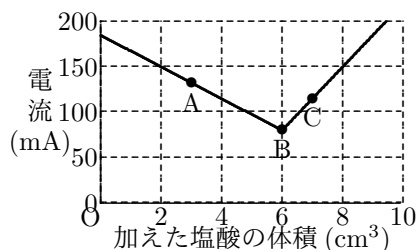
中和によって できる塩	$\text{HCl} + \text{NaOH} \rightarrow \text{H}_2\text{O} + \text{NaCl}$ $\text{HCl} + \text{NH}_4\text{OH} \rightarrow \text{NH}_4\text{Cl} + \text{H}_2\text{O}$ $\text{H}_2\text{SO}_4 + 2\text{NaOH} \rightarrow 2\text{H}_2\text{O} + \text{Na}_2\text{SO}_4$ $\text{H}_2\text{SO}_4 + \text{Ba}(\text{OH})_2 \rightarrow 2\text{H}_2\text{O} + \text{BaSO}_4$ (沈殿) $2\text{HCl} + \text{Ca}(\text{OH})_2 \rightarrow 2\text{H}_2\text{O} + \text{CaCl}_2$ $\text{HNO}_3 + \text{KOH} \rightarrow \text{KNO}_3 + \text{H}_2\text{O}$ $\text{HNO}_3 + \text{NaOH} \rightarrow \text{NaNO}_3 + \text{H}_2\text{O}$: 硝酸ナトリウム (チリ硝石) $\text{NH}_3 + \text{HCl} \rightarrow \text{NH}_4\text{Cl}$ $\text{Ca}(\text{OH})_2 + \text{CO}_2 \rightarrow \text{CaCO}_3 + \text{H}_2\text{O}$: 二酸化炭素の検出 $2\text{NaOH} + \text{CO}_2 \rightarrow \text{Na}_2\text{CO}_3 + \text{H}_2\text{O}$: 二酸化炭素の吸収 $\text{HC}_2\text{H}_3\text{O}_2 + \text{NaOH} \rightarrow \text{H}_2\text{O} + \text{NaC}_2\text{H}_3\text{O}_2$ (酢酸から酢酸ナトリウム)
金属と酸の反応 による塩	$\text{Zn} + 2\text{HCl} \rightarrow \text{ZnCl}_2 + \text{H}_2$ $\text{Fe} + \text{H}_2\text{SO}_4 \rightarrow \text{FeSO}_4 + \text{H}_2$ $\text{Fe} + 2\text{HCl} \rightarrow \text{FeCl}_2 + \text{H}_2$ $\text{Mg} + 2\text{HCl} \rightarrow \text{MgCl}_2 + \text{H}_2$
酸性酸化物と	$\text{CO}_2 + 2\text{NaOH} \rightarrow \text{Na}_2\text{CO}_3 + \text{H}_2\text{O}$

アルカリとの反応	$\text{SO}_2 + 2\text{NaOH} \rightarrow \text{Na}_2\text{SO}_4 + \text{H}_2\text{O}$
塩基性酸化物と酸との反応	$\text{CuO} + \text{H}_2\text{SO}_4 \rightarrow \text{CuSO}_4 + \text{H}_2\text{O}$ $\text{Fe}_2\text{O}_3 + 6\text{HCl} \rightarrow 2\text{FeCl}_3 + 3\text{H}_2\text{O}$
酸性酸化物と塩基性酸化物との反応	$\text{CO}_2 + \text{CaO} \rightarrow \text{CaCO}_3$
塩と酸との反応	$\text{CaCO}_3 + 2\text{HCl} \rightarrow \text{CaCl}_2 + \text{H}_2\text{O} + \text{CO}_2$ $\text{NaCl} + \text{H}_2\text{SO}_4 \rightarrow \text{NaHSO}_4 + \text{HCl}$ $\text{AgNO}_3 + \text{HCl} \rightarrow \text{AgCl} + \text{HNO}_3$ $\text{BaCl}_2 + \text{H}_2\text{SO}_4 \rightarrow \text{BaSO}_4 + 2\text{HCl}$ 硫酸バリウムの沈殿
塩とアルカリとの反応	$2\text{HN}_4\text{Cl} + \text{Ca}(\text{OH})_2 \rightarrow \text{CaCl}_2 + 2\text{H}_2\text{O} + 2\text{NH}_3$ $\text{CaSO}_4 + 2\text{NaOH} \rightarrow \text{Na}_2\text{SO}_4 + \text{Ca}(\text{OH})_2$
塩と塩との反応	$\text{NaCl} + \text{AgNO}_3 \rightarrow \text{NaNO}_3 + \text{AgCl}$ $\text{Na}_2\text{SO}_4 + \text{BaCl}_2 \rightarrow 2\text{NaCl} + \text{BaSO}_4$

次の「中和」の問題に答えておこう。

1 次の問に答えよ。(塩がイオンのままの場合で、過去もっともよく出題された問題である。)

一定量の水酸化ナトリウム水溶液をビーカーにとり、薄い塩酸を少しずつくわえ、よくかき混ぜて電圧をかけた。流れた電流の測定結果である。



(1) A, B, C のそれぞれの点でのビーカーの水溶液は、酸性、中性、アルカリ性のどれか。

㉗ A点での水溶液… _____, ㉘ B点での水溶液… _____, ㉙ C点での水溶液… _____

(2) B点での水溶液中について、次の㉚~㉜のうちもっとも適当なものはどれか。

㉚ H^+ がある。 ㉛ Na^+ と Cl^- とがある。 ㉜ OH^- がある。 ㉝ イオンは存在しない。

(3) 次の㉞~㉟は水酸化ナトリウム水溶液に塩酸を 10cm^3 まで加えていったときの水溶液中のイオンの数の様子を表している。正しいものはどれか。

- ㉞ 塩酸を加えていくと、 H^+ の数は増加する。
- ㉟ 塩酸を加えていっても、 Cl^- の数は変わらない。
- ㊱ 塩酸を加えていっても、 OH^- の数は変わらない。
- ㊲ 塩酸を加えていっても、 Na^+ の数は変わらない。

(4) 塩酸 6cm^3 以上加えていくと、流れる電流は次第に大きくなる。この理由としてもっとも正しいのは、次のどれか。

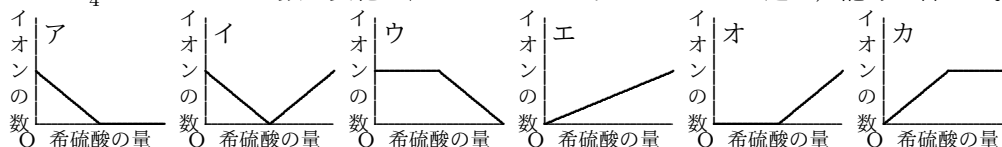
- ㉚ Na^+ と Cl^- とが増加するから。
- ㉛ H^+ と Cl^- とが増加するから。
- ㉜ Na^+ と H^+ とが増加するから。
- ㉝ H^+ と OH^- とが増加するから。

(1)㉗アルカリ性㉘中性㉙酸性, (2)㉛, (3)㉝, (4)㉛

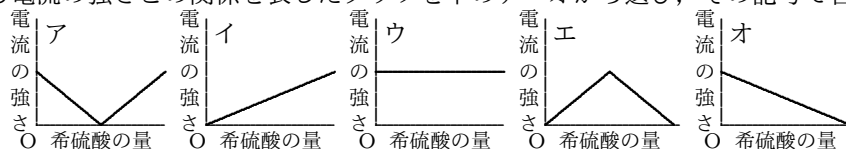
2 次の問に答えよ。(塩が沈殿する場合、清風南海)

4%の水酸化バリウム $\text{Ba}(\text{OH})_2$ 水溶液 50g に、希硫酸 H_2SO_4 を少しずつ加えていくと、硫酸バリウム BaSO_4 の白い沈殿ができた。加えた希硫酸がある量になるまで硫酸バリウムが増えたが、それ以上希硫酸を加えても、硫酸バリウムの沈殿は増えなかった。

(1) 水酸化バリウム水溶液に希硫酸を少しずつ加えていくとき、水溶液中のバリウムイオン Ba^{2+} 、硫酸イオン SO_4^{2-} のそれぞれの数の変化を表したグラフを下のア~カから選び、記号で答えよ。



(2) 電流を流しながら水酸化バリウム水溶液に少しずつ希硫酸を加えていくとき、加えた希硫酸の量と流れる電流の強さとの関係を表したグラフを下のア～オから選び、その記号で答えよ。



(3) 水酸化バリウム 1g を希硫酸と混ぜると、 x g の硫酸バリウムができる。4%の水酸化バリウム水溶液 50g に十分な量の希硫酸を加えると、何 g の硫酸バリウムが沈殿するか。 x を用いて答えよ。

(1) $\text{Ba}^{2+} \dots$ ア, $\text{SO}_4^{2-} \dots$ オ, (2) ア, (3) $2x$ g

3 次の文の①～④を読み、以下の問いに答えよ。問2以外の答えが割り切れないときは小数第1位を四捨五入して、整数値で答えよ。(難高)

- ① 水酸化ナトリウム 80g を水に溶かして 1L にした水溶液 A の密度は 1.078g/cm^3 である。
- ② 塩化水素 73g を水に溶かして 1L にした水溶液 B の密度は $b(\text{g/cm}^3)$ である。
- ③ 水溶液 A の 1L と水溶液 B の 1L を混合した水溶液 C はちょうど中性を示し、その体積は 2.029L となり、密度は 1.040g/cm^3 である。
- ④ 水溶液 C の 2.029L から水だけを全て蒸発させると、物質 X のみが 117g 残る。

問1. ③で起こる反応では、物質 X の他に物質 Y も生じる。

- (1) X の物質名を書け。
- (2) Y の物質名を書け。
- (3) Y は何 g 生じるか。

問2. 文中の b の値を求めよ。小数第4位を四捨五入して小数第3位まで求めること。

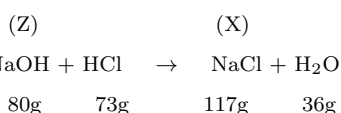
問3 次の実験 I と II について、後の (1)～(3) に答えよ。

<実験 I> 水溶液 A の 0.5L に水溶液 B の 1L を加えてよくかき混ぜた水溶液を蒸発乾固させると物質 X が得られた。

<実験 II> 水溶液 A の 1L に水溶液 B の 300mL をよくかき混ぜた水溶液から水を全て蒸発させると物質 X と物質 Z がえられ、混合物 V が得られた。

- (1) 実験 I では物質 X のみが得られ、混合物が得られないのはなぜか。
- (2) 実験 I で得られる物質 X は何 g か。
- (3) 実験 II で得られる混合物 V 中の物質 X と物質 Z はそれぞれ何 g か。

問4 100°C の水 100g に溶ける物質 X の最大量は 39g である。水溶液 C の 1L を取り、加熱して 100° に保ちながら水を蒸発させていった。何 g の水が蒸発したとき物質 X の結晶が生じ始めるか。



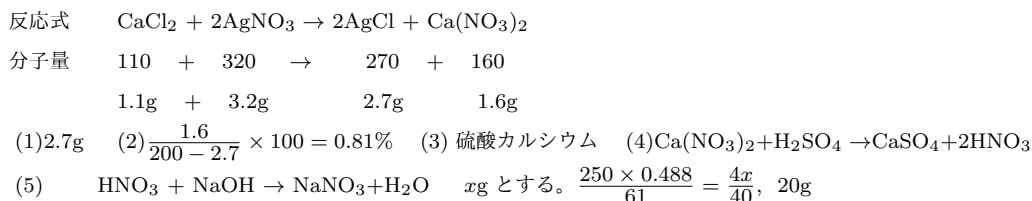
問1.(1) 塩化ナトリウム (2) 水 (3) 36g, 問2. 1.032g/cm^3 , 問3.(1) 塩化水素は気体なので、水と一緒に蒸発してしまう。(2) 59g (3) X: 35g Z: 56g, 問4. x g の水が蒸発とすると、 $\frac{1000}{2029} \times 117 = \frac{39}{100+39} \times (\frac{1000}{2029} \times 2110 - x)$, $x = 834$, 834g

4 次の文を読み、下の (1)～(5) の問いに答えよ。なお、水素原子 H の質量を 1 としたときの、他の原子や原子団〔原子が集まったもの〕の相対的な質量として次の値を用いよ。(東大寺学園高)

$\text{OH} = 17$, $\text{Na} = 23$, $\text{Cl} = 35$, $\text{Ca} = 40$, $\text{NO}_3 = 60$, $\text{SO}_4 = 100$, $\text{Ag} = 100$

1.1% の塩化カルシウム CaCl_2 水溶液 100g がある。ここに 3.2% 硝酸銀 AgNO_3 水溶液を一滴ずつ加えていき、a 塩化銀 AgCl の白色沈殿ができなくなったところで、加えるのをやめた。この液をろ過すると、b 硝酸カルシウム $\text{Ca}(\text{NO}_3)_2$ の水溶液ができた。さらにこの液に c 硫酸 H_2SO_4 を加えると、白色の沈殿が生成した。残った液をろ過したところ、d 0.488% の硝酸 HNO_3 が 250g 得られた。

- (1) 下線部 a について、この白色沈殿は何 g 生成するか。小数第1位まで答えよ。
- (2) 下線部 b について、この硝酸カルシウムの水溶液の濃度は何%か。小数第2位まで答えよ。
- (3) 下線部 c について、この白色沈殿は何か。その物質名を記せ。
- (4) 下線部 c について、この反応を化学反応式で表せ。
- (5) 下線部 d について、この硝酸を中和するのに 4% 水酸化ナトリウム水溶液が何 g 必要か。整数値で答えよ。



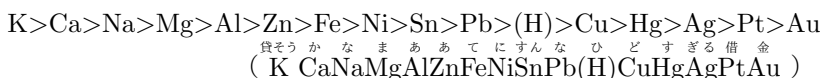
4.5.3 イオン化傾向と電池

1 イオン化傾向

イオン化傾向とは元素（主に金属）の酸化還元反応のしやすさの順位であり、酸化されやすい金属種の方が酸化されて金属イオンになることからイオン化傾向と呼ばれる。高校では、酸化還元電位の大小の順に元素を並べたものがイオン化傾向の順となる。

イオン化傾向が小さいほどイオンは還元され金属として析出しやすくなる。

主なイオン化傾向の大きい順は以下のとおり。



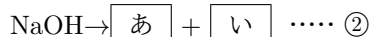
陰イオンにも、イオン化傾向があります。

の (NO_3^-) っそ (SO_4^{2-}) り王 (OH^-) さんくる (Cl^-) ぶ (Br^-) し痛 (I^-) い

〔例題1〕 水に直流電流を流そうとしても電流は殆ど流れないが、水に少量の水酸化ナトリウムを溶かしてから炭素棒を電極として直流電流を流すと、全体としては次のような反応が起こる。

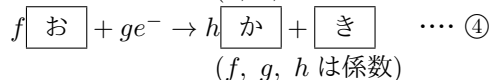
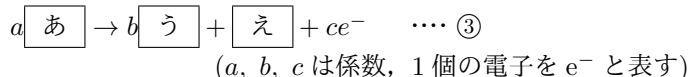


①式には、水酸化ナトリウムは現れない。では、水酸化ナトリウムはこの反応にどのように関わっているのかを考えてみよう。水に水酸化ナトリウムを溶かすと、直ちに水酸化ナトリウムが次のように電離する。



この水溶液に直流電流を流すと、X極では あ が電子を失って、安定な化合物 う ，および気体 え が生じる。この反応は、下の③式のように表される。

一方、Y極では い が電子を受け取りそうに思えるが、実際には い は電子を受け取らず、代わりに水溶液中に含まれる お が電子を受け取ることになり、陰イオン か が生じ、気体 き が発生する。この反応は、下の④式のように表される。



このような反応（電気分解）においては、X極とY極で授受される電子の数は同じであることを考慮すると、 B のように反応式を足し合わせ、さらに反応式の前後で同じイオンや分子などを消去すると、①式が得られる。これが、水酸化ナトリウム水溶液に電気を流した時に起こる反応であり、水酸化ナトリウムは全く消費されないことがわかる。（灘高16年）

問1 A に当てはまる化学反応式を記せ。

問2 X極およびY極をそれぞれ何というか。次のア～エから選び、記号で応えよ。

ア 正極 イ 負極 ウ 陽極 エ 陰極

問3 $\text{あ} \sim \text{き}$ にあてはまるイオンまたは分子の化学式を記し、a, b, c, f, g, h にあてはまる係数を記せ。ただし、同じ化学式や数字を何度用いてもよい。また、 e^- を用いた化学反応式では、反応式の前後で原子の数はもちろん、電気の量の総和も変化しないことに注意せよ。（ $2\text{Cl}^- \rightarrow \text{Cl}_2 + 2e^-$ ）。

あ(), い(), う(), え(), お(), か(), き()

a(), b(), c(), f(), g(), h()

問4(1) 塩化銅水溶液に直流電流を流したとき、Y極で観察される現象を10字以内で記せ（句読点

も1字と数える)。

(2) 下線部のことからは、塩化銅水溶液の場合とは全く異なる。そのような違いが生じる理由は、(i)原子は(ii)原子に比べ非常に(iii)イオンになりやすいからである。(i)、(ii)にあてはまる原子の記号、および(iii)にあてはまる漢字文字を記せ。

答え 問1. $2\text{H}_2\text{O} \rightarrow 2\text{H}_2 + \text{O}_2$ 問2. (X極)ウ (Y極)エ
 問3. あ. OH^- い. Na^+ う. H_2O え. O_2 お. H_2O か. OH^- き. H_2 a. 4 b. 2 c. 4 f. 2 g. 2 h. 2
 問4. (1) 赤色の物質が付く。(2) (i)Na (ii)Cu (iii)陽 問5. ③+④×2 問6. $\frac{3}{4}n$ (個)

〔例題2〕 次の文を読んで、後の各問いに答えよ。(大阪教育大附高平野)

金属の亜鉛 Zn をうすい塩酸に入れると亜鉛が溶け a が発生する。このとき、亜鉛原子は電子を b 個 c Zn^{2+} となる。 Zn^{2+} のような+電気を帯びた粒子を陽イオンという。一般に金属は反応によって陽イオンになることが多いが、陽イオンへのなりやすさは金属の種類によって異なる。

電池は一般に、異なる2種類の金属を電解質の水溶液に入れ導線でつなぎ、d エネルギーを e エネルギーに変換して取り出すものである。2種類の金属を比べて、陽イオンになりやすい方が f 極となる。

電池は日常生活で広く利用され、乾電池や車のバッテリー用の鉛電池、携帯電話用のリチウムイオン電池、水素と酸素から水を合成するという水の電気分解と逆の反応を利用した g 電池など、さまざまな種類がある。

図1のように、亜鉛版と銅板をうすい塩酸につけ電子オルゴールを導線でつなぐと銅板が+極、亜鉛版が-極の電池となり音を鳴らすことができた。このとき、

- ① +極では水素が発生する反応、
- ② -極では亜鉛が溶ける反応がおこった。

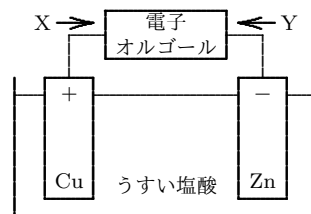


図1

異なる金属の組み合わせで図1と同じ構造の電池A~Dをつくり、電子オルゴールの代わりに電圧計をつないだ。それぞれの電池について+極、-極になる金属と電圧を調べたところ、表1の結果が得られた。

	図1	A	B	C	D
+極	Cu	Cu	Cu	Fe	Zn
-極	Zn	Fe	Mg	Zn	Mg
電圧	0.8V	0.2V	1.7V	0.6V	0.9V

表1

問1 空欄 a に物質の化学式、 b に数値、 d , e , g にあてはまる言葉(漢字2文字)を入れよ。

問2 空欄 c に「受けとって」「失って」のいずれか、 f に「+」「-」のいずれかを入れよ。

問3 図1の電池で、電子はX、Yいずれの向きに流れるか。記号で答えよ。

問4 図2は下線部①の反応をモデル図で表したものである。ただし、●は水素原子、●+は水素イオン、⊖は電子を表している。

下線部②の反応を、図2と同様のモデル図で表せ。ただし、亜鉛原子を○、亜鉛イオンを○²⁺とする。



図2

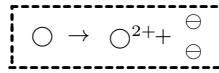
問5 表1の結果から、Cu、Zn、Mg、Feを陽イオンになりやすい順に並べよ。

問6 表1の結果から、2種類の金属の陽イオンへのなりやすさの差が大きいほど電圧が高いことがわかった。MgとFeの組み合わせでつくった同じ構造の電池について、正しいものはどれか。

- ア A よりも低い。 イ B よりも高い。 ウ C よりも低い。 エ D よりも高い。

答え 問1 a. H_2 b. 2 c. 失って d. 化学 e. 電気 g. 燃料 問2 c. 失って f. - 問3 Y 問5 $\text{Mg} > \text{Zn} > \text{Fe} > \text{Cu}$ 問6 エ

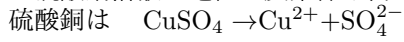
問 4 右図



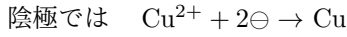
2 電気分解 (以下の表で⊕や⊖は電子である。)

(水の電気分解は「気体の発生」の項を参照ください)

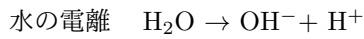
硫酸銅溶液の電極に炭素棒や白金 Pt を用いた場合を考えよう。



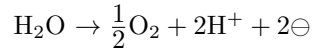
に電離する。



となる。陽極では、 SO_4^{2-} が集まるが、



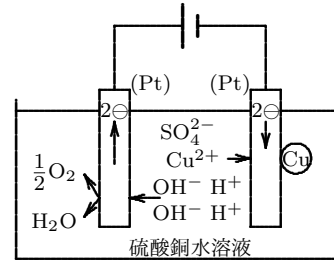
の OH^- と比べ、イオン化傾向が大きいので、



となる。

電気分解が進行すると、溶液は硫酸の水溶液になる。その後、水の電気分解が始まる。

〔例題〕 塩化銅水溶液、塩酸、および食塩水の電気分解の仕組みを図を描いて説明せよ。なお、電極はいずれも炭素棒とする。



塩化銅の電気分解	塩酸の電気分解
食塩水の電気分解	食塩水の電気分解ではナトリウム原子 Na の方が水素原子 H よりイオン化傾向が大きいいため、陰極では Na^+ ではなく水素イオン H^+ が電子と結合して水素原子 H となり、それが 2 個結合して水素分子となる。結果として、食塩水は最終的に水酸化ナトリウム水溶液となる。さらに電気分解を続けると、これは水の電気分解が進行する。水を蒸発させると水酸化ナトリウム NaOH の固体が残る。

いろいろな電気分解をまとめておく。

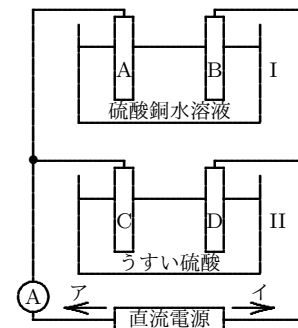
塩化銅水溶液	+極: $2\text{Cl}^- \rightarrow \text{Cl}_2 + 2\ominus$ 極板から黄緑のガス。ただし殆ど水に溶ける。 -極: $\text{Cu}^{2+} + 2\ominus \rightarrow \text{Cu}$ 極板に赤い銅が析出 $\text{CuCl}_2 \rightarrow \text{Cu} + \text{Cl}_2$
塩酸	+極: $2\text{Cl}^- \rightarrow \text{Cl}_2 + 2\ominus$ 極板から黄緑のガス。ただし殆ど水に溶ける。 -極: $2\text{H}^+ + 2\ominus \rightarrow \text{H}_2$ 極板から水素ガス $2\text{HCl} \rightarrow \text{H}_2 + \text{Cl}_2$
薄い硫酸 (水の電気分解)	$\text{H}_2\text{SO}_4 \rightarrow 2\text{H}^+ + \text{SO}_4^{2-}$, $4\text{H}_2\text{O} \rightarrow 4\text{H}^+ + 4\text{OH}^-$ +極: $4\text{OH}^- \rightarrow 2\text{H}_2\text{O} + \text{O}_2 + 4\ominus$ -極: $4\text{H}^+ + 4\ominus \rightarrow 2\text{H}_2$ $2\text{H}_2\text{O} \rightarrow \text{O}_2 + 2\text{H}_2$
食塩水	$2\text{NaCl} \rightarrow 2\text{Na}^+ + 2\text{Cl}^-$, $2\text{H}_2\text{O} \rightarrow 2\text{H}^+ + 2\text{OH}^-$ +極: $2\text{Cl}^- \rightarrow \text{Cl}_2 + 2\ominus$

	-極： $2\text{H}^+ + 2\text{e}^- \rightarrow \text{H}_2$ $2\text{NaCl} + 2\text{H}_2\text{O} \rightarrow \text{H}_2 + \text{Cl}_2 + 2\text{Na}^+ + 2\text{OH}^-$ 水を蒸発させると，NaOH となる。
硫酸銅水溶液 (銅の電極)	+極： $\text{Cu} \rightarrow \text{Cu}^{2+} + 2\text{e}^-$ -極： $\text{Cu}^{2+} + 2\text{e}^- \rightarrow \text{Cu}$ +極の Cu が-極に移動
硫酸銅水溶液 (Pt の電極)	$\text{CuSO}_4 \rightarrow \text{Cu}^{2+} + \text{SO}_4^{2-}$ +極： $\text{H}_2\text{O} \rightarrow \frac{1}{2}\text{O}_2 + 2\text{H}^+ + 2\text{e}^-$ -極： $\text{Cu}^{2+} + 2\text{e}^- \rightarrow \text{Cu}$ $2\text{CuSO}_4 + 2\text{H}_2\text{O} \rightarrow 2\text{Cu} + \text{O}_2 + 4\text{H}^+ + 2\text{SO}_4^{2-}$: 硫酸
硫酸ニッケル +極板：Ni -極板：Cu	$\text{NiSO}_4 \rightarrow \text{Ni}^{2+} + \text{SO}_4^{2-}$ +極： $\text{Ni} \rightarrow \text{Ni}^{2+} + 2\text{e}^-$ -極： $\text{Ni}^{2+} + 2\text{e}^- \rightarrow \text{Ni}$ 銅板表面にニッケルがメッキされる。

〔演習〕 次の文章を読んで，以下の問に答えなさい。(大阪星光学院高)

図のように，直流電源を用いて，硫酸銅水溶液(ビーカー I)とうすい硫酸(ビーカー II)の電気分解を行った。電極 A～D はいずれも白金を用いた。ただし，発生した気体や物質が，溶液内の物質と反応したり溶けたりすることはないものとする。また，酸素原子の質量は水素原子の質量の 16 倍，銅原子の質量は酸素原子の 4 倍であるとする。

問 1 電極の様子を観察したところ，電極 B のみ質量が増加した。このとき，電流は図中のア，イのどちらの向きに流れているか。記号で答えよ。



問 2 電極 B および D で起こっている化学変化の様子を，イオン式および電子 e^- を用いた化学反応式で書け。

問 3 電極 A と C では，ともに同じ気体が発生する。この気体と同じ気体が発生させる方法を次のア～オから一つ選び，記号で答えよ。

- ア. うすい塩酸に石灰石を加える。
- イ. 塩化アンモニウムと水酸化カルシウムの混合物を加熱する。
- ウ. 水酸化ナトリウムにアルミニウムを加える。
- エ. うすい塩酸に硫化鉄を加える。
- オ. 過酸化水素水に二酸化マンガンを加える。

問 4 電気分解において，電極から発生する気体の体積は，流した電流の大きさと時間の積に比例することが知られている。いま，2 時間 40 分 50 秒間電気分解を行ったところ，電極 A から発生した気体の体積は室温，1 気圧で 120cm^3 ，電極 C から発生した気体の体積は室温，1 気圧で 60cm^3 であった。1A の電流を 1 秒間流したとき，電極 A および C で発生する気体の体積は室温，1 気圧で 0.062cm^3 であるとする。

(1) ビーカー I に流れたと考えられる電流はいくらか。次のア～カから最も適当なものを 1 つ選び，記号で答えよ。

- ア. 25mA イ. 50mA ウ. 100mA エ. 150mA オ. 200mA カ. 300mA

(2) 直流電源から流れたと考えられる電流はいくらか。次のア～カから最も適当なものを 1 つ選び，記号で答えよ。

- ア. 50mA イ. 100mA ウ. 200mA エ. 300mA オ. 400mA カ. 500mA

問 5 問 4 のとき，電極 B は 0.64g 増加していた。このとき，電極 D から発生する気体の質量は何 g か。答えは小数第 2 位まで答えよ。

問 6 問 5 において求めた気体の発生量を体積で表すと，室温，1 気圧で何 cm^3 か。答えはは整数値で答えよ。ただし，電極 A および C で発生する気体 1g の体積は，室温，1 気圧で 0.75L である。ま

た、同温・同圧において、同じ体積であれば、どんな種類の気体でも、その体積中に同数の分子を含んでいる。

- 答え 問 1. ア 問 2. B. $\text{Cu}^{2+} + 2\text{e}^- \rightarrow \text{Cu}$ D. $2\text{H}^+ + 2\text{e}^- \rightarrow \text{H}_2$
 問 3. オ 問 4. (1) オ (2) エ 問 5. 0.01g 問 6. 120cm^3

3 電池

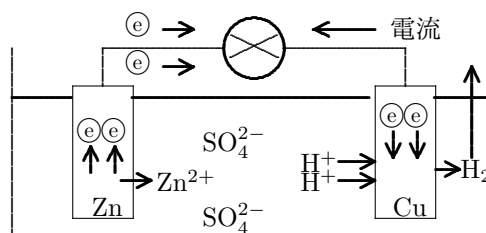
異なる 2 種類の金属と、電解液とを組み合わせると電池ができる。このとき、イオン化傾向の大きい方の金属が負極となり、小さい方が正極となる。また、2 種類の金属のイオン化傾向の差が大きいほど、電池の起電力（取り出せる電圧）は大きくなる。

たとえば、銅と亜鉛を使うレモン電池では、亜鉛が負極になり、銅が正極になる。（電解液はレモンの果汁である。）

まず、ボルタの電池を考察しよう。

まず、亜鉛は硫酸に溶けて亜鉛イオンになる。亜鉛は電子を失って陽イオンになる。電子は亜鉛板上に取り残されて、一部は硫酸中の水素イオンとくっついてしまうが、多くは導線を伝って銅板の方へ移動する。

そのとき導線に豆電球をつないでおくと豆電球が点灯する。豆電球から見て、電子が送り込まれてきた方（亜鉛板）が負極 (-) である。銅板までたどり着いた 2 つの電子は、硫酸中の水素イオンを引きつけ、2 つの水素イオンにそれぞれ 1 個の電子をあたえて水素原子にする。2 つの水素原子は結合して 1 個の水素分子 (H_2) になって気体として出て行く。



ボルタ電池は、希硫酸にマイナス側が亜鉛極板、プラス側が銅極板という組み合わせであるが、分極が起これ、継続的な起電力を維持することが困難となる。

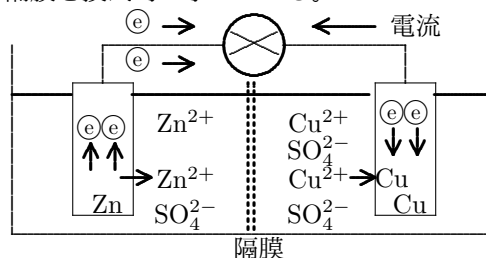
分極の原因は、以下の 3 つだそうだ。

1. 銅 Cu の表面に発生した水素 H_2 が電子 e^- と水素イオン H^+ の反応を阻害する。
2. 水素 H_2 が発生しすぎて逆反応 $\text{H}_2 + 2\text{H}^+ + 2\text{e}^- \rightarrow 2\text{H}_2$ が起こってしまい、電子 e^- が逆流する
3. 亜鉛 Zn 付近に発生した亜鉛イオン Zn^{2+} が濃くなりすぎて、亜鉛 Zn のイオン化が阻害される

これを改良したのが、ダニエル電池である。

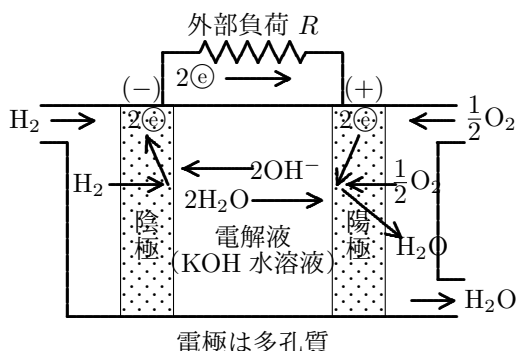
ダニエル電池は、プラス側の硫酸銅溶液とマイナス側の硫酸亜鉛溶液をイオンのみを透過する素焼きなどの隔膜で分離し、分極を回避する。右下図は隔膜を模式的に示している。

隔膜の代わりに、塩橋と呼ばれる工夫もある。KOH や KCl などの電解質を多量に含むゼラチンを U 字管に入れた塩橋で両溶液をつなぎ、それぞれが中性になるようにイオンを放出する。即ち、Zn 極（陰極）には OH^- を、Cu 極（陽極）には K^+ を放出する。

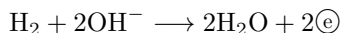


4 燃料電池

電気分解は電解液に浸された電極に電圧をかけ、電流を流すことによって化学変化を起こさせるものである。逆に、電解液の中で化学変化が起こることによって電流を取り出す仕組みを燃料電池という。水素酸素燃料電池は、いわゆる水の電気分解と逆の反応を起こさせる。電解液によって、酸性、アルカリなどいくつかの型が考えられている。図はアルカリ性電解液を用いる場合の模式図である。



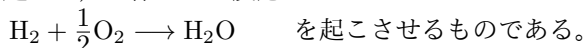
水素電極（陰極）では



の反応が起こり、2個の電子が放出され、酸素電極(陽極)では負荷を通過してきた2個の電子を用いて

$$\frac{1}{2}\text{O}_2 + \text{H}_2\text{O} + 2\text{e}^- \rightarrow 2\text{OH}^-$$

の反応が起こり、全体として反応



5 塩の色と炎色反応

水溶液中の塩は無色のものと有色のものがある。

+イオン				-イオン	
Cu ²⁺	青色	Co ²⁺	桃色	MnO ₄ ⁻ (過マンガン酸イオン)	赤紫色
Fe ²⁺	うす紫	Ni ²⁺	緑色	Cr ₂ O ₇ ²⁻ (二クロム酸イオン)	だいたい色
Fe ³⁺	黄褐色	Mn ²⁺	うす桃色	CrO ₄ ²⁻ (クロム酸イオン)	黄色

白金線などに塩の水溶液をつけ、バーナーの炎をさらすと、金属固有の色を発する。熱せられた金属原子特有の色であり、微量の金属原子の検出に用いられる。

元素名	記号	色	元素名	記号	色
リチウム	Li	深赤	ストロンチウム	Sr	深赤
ナトリウム	Na	黄	バリウム	Ba	緑
カリウム	K	赤紫	銅	Cu	青緑
カルシウム	Ca	黄赤			

6 水に溶ける塩と溶けない塩 (“理科中学事典第1分野” 教学研究社から)

	NH ₄ ⁺	Na ⁺	K ⁺	Ca ²⁺	Ba ²⁺	Zn ²⁺	Fe ²⁺	Fe ³⁺	Al ³⁺	Pb ²⁺	Cu ²⁺	Ag ⁺
O ²⁻ (酸化物)	/	○	○	△	△	×	×	×	×	×	×	×
OH ⁻	○	○	○	△	△	×	×	×	×	×	×	/
Cl ⁻	○	○	○	○	○	○	○	○	○	×	○	×
SO ₄ ²⁻	○	○	○	×	×	○	○	○	○	×	○	△
NO ₃ ⁻	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
CO ₃ ²⁻	○	○	○	×	×	×	×	/	/	×	×	×
C ₂ H ₃ O ₂ ⁻	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	/

○ とける × とけない △ いくらかとける

4.5.4 化学の総合問題

別子銅山は、閉山までの間に70万トンもの銅を産出し、日本の貿易や近代化に寄与しました。次の表は、銅山の歴史とその周りで起こった二酸化硫黄(SO₂)による被害と対策についてまとめたものです。表を参考にして、後の問1～問5に答えなさい。(洛南高17年)

1690年	愛媛県新居浜市の山中で銅山発見。製錬は山麓で小規模におこなわれ、二酸化硫黄の発生は少量であった。
1874年	フランス人技師の指導で、施設の近代化が図られる。
1893年	洋式銅製錬所を新居浜市の臨海部に開設。採鉱量は飛躍的に増加、二酸化硫黄による近隣への大規模な水稲被害が発生する。
1904年	製錬所を瀬戸内海の無人島(新居浜より北に20km、今治より東に10km)に移転。農作物の被害は、島の対岸(新居浜～今治～付近の島々)まで拡大する。
1909年	鉱毒調査会から「硫煙希釈法」(高い煙突1本から放出していた煙を、数本の低い煙突で放出し、外気を混ぜて薄くする)が提案される。煙突から出る煙は薄められるが、煙突の上空でとどまり、濃度は高くなって被害が拡大する。
1910年	製錬鉱量を制限。短期の操業停止などが講じられる。
1924年	高さ64mの大煙突建造。
1929年	実験段階の「ペテルゼン式硫酸製造法」(①二酸化硫黄は硝酸と反応して、硫酸と一酸化窒素になる)導入。二酸化硫黄の排出はかなり抑えられる。
1939年	二酸化硫黄をアンモニアで中和する技術(②二酸化硫黄はアンモニア水に吸収させることにより、亜硫酸アンモニウムになる)導入。二酸化硫黄による被害はなくなる。
1973年	3月に閉山。5月に二酸化硫黄などの環境汚染物質に対して、現在適用されている環境基準が告示される。

問1 二酸化硫黄は化石燃料の燃焼によっても発生するので、日本の四大公害病の1つを引き起こしました。二酸化硫黄が引き起こした公害病の〔発生地〕と〔主な病状〕を、つぎの(ア)～(キ)の中からそれぞれ1つ選んで、記号で答えなさい。

〔発生地〕 (ア) 熊本県不知火海沿岸地域 (イ) 新潟県阿賀野川流域

(ウ) 富山県神通川流域 (エ) 三重県四日市市

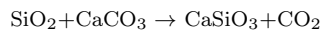
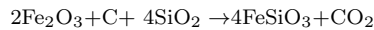
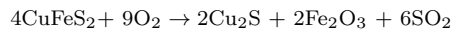
〔主な病状〕 (オ) 言語障害・手足の震え・しびれ・運動障害などの中枢神経障害

(カ) 骨軟化・全身の激痛 (キ) 喘息・気管支炎などの呼吸器症状

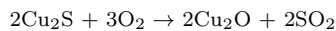
問2 国は公害などの反省から、1973年に厳しい環境基準を定めました。環境基準を満たそうと関係企業が対策を進めたこともあり、日本の大気は飛躍的にきれいになりました。2009年、それまで環境基準を定められていなかった微小粒子状物質が、新たに追加されました。この物質は、体の奥深くまで入りやすく、循環器系への悪影響が心配されるからです。この微小粒子は、一般に何と呼ばれていますか。

問3 別子銅山の鉱石は、主に黄銅鉱(主成分は CuFeS_2)でした。次の文章は黄銅鉱から銅を取り出す過程を述べたものです。[1]～[4]にあてはまる語を、あとの(ア)～(コ)の中からそれぞれ1つ選んで、記号で答えなさい。

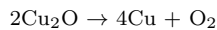
鉱石に燃料として炭素(C)、石灰石(CaCO_3)と二酸化ケイ素(SiO_2)を加えて炉で加熱する。鉱石中の鉄分は FeSiO_3 となり、 CaCO_3 と SiO_2 とから生じた CaSiO_3 などとともに除去される。これはFeがCuよりも化合物になり[1]性質を利用しており、Feなどの不純物は密度の[2]化合物になって、融けた原料上に浮上してくる。この変化を化学反応式で表すと次のようになる。



えられた Cu_2S に[3]を送りながら加熱すると、 Cu_2S の硫黄分は SO_2 になり除去される。



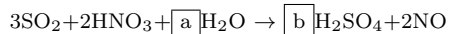
Cu_2O は 2000°C を超える高温で加熱されることで[4]されCuとなる。



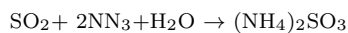
(ア) やすい (イ) にくい (ウ) 大きな (エ) 小さな (オ) 酸素 (カ) 二酸化炭素

(キ) 二酸化硫黄 (ク) 酸化 (ケ) 還元 (コ) 中和

問4 次の化学反応式は表中の下線部①の変化を表します。[a]・[b]に当てはまる数値を答えなさい。



問5 次の化学反応式は表中の下線部②の変化を表します。



また、二酸化硫黄とアンモニアと水の質量が32:17:9で反応することがわかっています。次の(1)・(2)に答えなさい。

(1) 二酸化硫黄が32g反応したとき、亜硫酸アンモニウムを何g生じますか。四捨五入して、整数で答えなさい。

(2) H原子1個の質量を1としたすると、O原子1個の質量は16になります。S、N原子1個の質量はそれぞれいくらか。四捨五入して、整数で答えなさい。

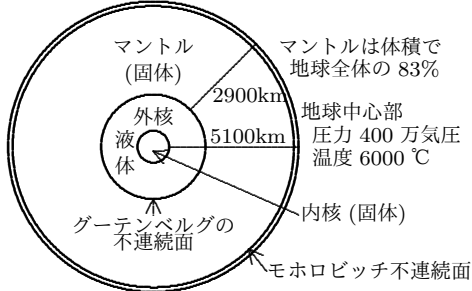
答え 問1(発生地)(エ) (主な症状)(キ) 問2 PM2.5 問3 1. (ア) 2. (エ) 3. (オ) 4. (ケ)

問4 a. 2 b. 3 問5(1)58(g) (2)S. 32 N. 14

第5章 地球

5.1 地球の構造

大気 (N₂ 78%, O₂ 21%, Ar 1%その他, 約 1000km)



その他の地球データ ...

- 赤道半径 6378.140km
- 極半径 6356.755km
- 質量 5.9724×10^{24} kg
- 平均密度は 5.515g/cm³
- 海洋が全表面積の 70%を占める。

地殻の厚さ (大陸部 25 ~ 50km, 大洋部 5 ~ 10km)

5.2 気象

5.2.1 気象観測, 記述

気象庁は、6つの管区気象台、各地の気象台、さらに測候所などだけでなく、全国の地域気象システム (アメダス)(Automated Meteorological Data Acquisition System) によって、気象要素 (天気, 気温, 湿度, 風向, 風速, 気圧, 雨量 (降雪量), 日照時間) などを観測, リアルタイムでそのデータを気象庁に送っている。さらに、気象衛星, 高層気象台も観測を続けている。

天気は、快晴 (全天の雲量が1以下), 晴れ (雲量が2以上8以下), 曇り (雲量9以上で降水がない) のほか、雨, 雪, さらに煙霧, 砂塵あらし, 地ふぶき (積もった雪が風で飛ばされている状態), 霧, 霧雨, みぞれ, あられ, ひょう, 雷もある。

気温は、直射日光が当たらず地面からの照り返しも少ない、芝生地などの上に設けられた風通しのよい百葉箱内、地表からの高さ 1.5m 程度の気温を測る。百葉箱の中には、他の観測機器も入っている。

雨量はある期間に降った雨がそのままたまったときの深さを mm で表したものである。降雪量はある期間に積もった雪の高さを cm で測ったものである。なお、積雪量は積もった雪全体の高さを cm で表したものである。

風向と風速は 10 分間の平均をとる。風向は 16 方位 (例えば北北東までの細かさ) で表す。なお、最大風速とは、瞬間の風速の最大値である。風速は風力で表すこともあり、天気図上では風力がふつうである。風力はフランス・ビューフォートが提唱したノットを単位としたものを m/秒にそのまま変換したものをを用いる。

測定した気圧の単位は hPa であるが、海面更正をしておく。

海拔 h m, 気温 t °C の観測地の気圧 p は、海拔 0m の

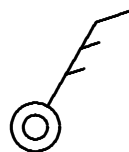
気圧を p_0 とすると、右の式で近似されるそうです。

もっと簡単には、高さ 10m 上がるごとに、約 1.2hPa 下がる。

$$p = p_0 \left(1 - \frac{0.0065h}{t + 273.15 + 0.00655} \right)^{5.257}$$

$$p = p_0 - 0.12h$$

右の図は、北東の風, 風力 3, くもりを表している。
 北風とは、北から吹いてくる風である。



等圧線は 4hPa ごとに描き, 20hPa ごとに太くする。周りより気圧が高いところを高気圧, 周りより気圧

が低いところを低気圧という。気圧の分布を気圧配置という。

天気記号 を完成しなさい。

快晴	晴れ	くもり	雨	雪	
○	○	○	○	○	
みぞれ	あられ	ひょう	雷	霧	不明
○	○	○	○	○	○

風力記号 を完成しなさい。

風力	記号	風速 (m/s)	風力	記号	風速 (m/s)
0	○	0~0.2			
1	○	0.3~1.5	7	○	13.9~17.1
2	○	1.6~3.3	8	○	17.2~20.7
3	○	3.3~5.4	9	○	20.8~24.4
4	○	5.5~7.9	10	○	24.5~28.4
5	○	8.0~10.7	11	○	28.5~32.6
6	○	10.8~13.8	12	○	32.7~

大気中の水蒸気

飽和水蒸気量… 空気 1 m³ に含むことができる最大の水蒸気量

露点… 飽和になるまで温度が下がったときの温度

$$\text{湿度 (\%)} = \frac{\text{空気 1m}^3 \text{中の水蒸気量}}{\text{その温度での飽和水蒸気量}} \times 100$$

30℃, 1m³ に 17.3g の水蒸気を含む空気があったとする。

$$\text{湿度は } \frac{\text{水蒸気量}}{\text{30℃の飽和水蒸気量}} \times 100 = \frac{17.3}{30.4} \times 100 = 57\%$$

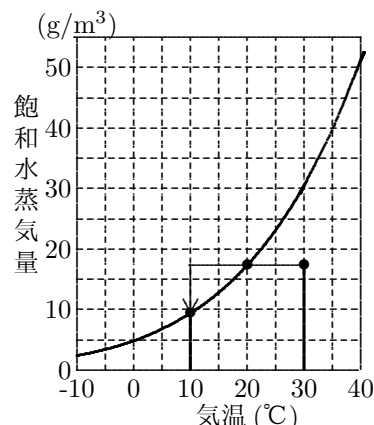
露点は 飽和水蒸気量が 17.3g/m³ となる温度のことだから、グ

ラフ (または表) より 20℃

10℃まで温度降下があったとき, 1m³ 当たりの水滴量は

$$(\text{水蒸気量}) - (10℃\text{の飽和水蒸気量}) = 17.3 - 9.4 = 7.9 \text{ (g)}$$

水蒸気を理想気体とみなすと, 飽和蒸気圧は飽和蒸気量と比例関係にある。飽和蒸気圧曲線は実験で求められるが, 理論的にも計算で求めることができる。熱力学でよく知られた Clapeyron の方程式をいくつかの近似で積分すればよい。詳しくは, 「熱学メモ」(大学の講義ノート p.66) を参照頂きたい。当塾の HP にある。



雲の発生

水蒸気は主に暖かい海面から蒸発で補給

上昇気流 → 断熱膨張 → 温度降下 → 露点以下になる → 水蒸気の凝結

温帯地方の雲… 水蒸気, 水滴, 氷の結晶が混在している。水滴, 氷は光を反射し, 白く見える。

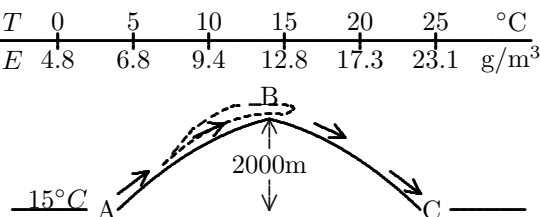
次は, 少し古い が上昇気流の特性をよく表した問題である。

[例題] 山の斜面に沿って空気が吹き昇るとき, 上昇する空気の温度は断熱膨張によって, 次第に下がる。そしてついに飽和水蒸気に達すると, 空気中の水蒸気は凝結して水滴になる。これが雲の粒である。また, 凝結の起こる温度を露点という。

露点に達するまでには, 100m の上昇につき約 1℃ ずつしか温度は下がらないが, 露点に達すると, 約 0.5℃ ずつ下がる。逆に, 山頂を越えて下降する空気の温度は, 断熱圧縮によって, 次第に上がり, 100m の下降について, 約 1℃ ずつ温度が上がる。

この場合, 山頂の雲が下降する途中まで残っ

ていれば, 雲の蒸発によって気化熱がうばわれるので, 雲が蒸発し終わったところから温まり始めることになる。右に気温 T℃ と飽和水蒸気量 E g/m³ の関係を示している。いま, 気温が 15℃ で水蒸気量 6.8g/m³ の空気が図のように 2000m の山脈を越えるとする。



- (1) 風上側のふもと A 地点での湿度は何%か。(53.1%)
- (2) 露点に達したらすぐ凝結が始まるものとする, この空気は何 m 上昇すると雲をつくるか。(1000m)
- (3) 山頂 B 地点での気温は何℃か。(0℃)
- (4) 空気の上昇によってできた雲は, 山頂までですべて雨となったとすると, C 地点まで降りてきたときの気温は何℃か。(20℃)
- (5) 山頂では水蒸気は飽和していたはずであるから, 下降しても水蒸気量はそのまま C 地点まで変化しない。C 地点での湿度は何%か。(27.8%)
- (6) 本州の日本海側の高い山脈のふもとの地域で生じやすい, このような暖かい湿った風が山脈を越えると, 風下側では乾燥した熱風となる現象を何というか。(フェーン現象)

数年前までの『中学理科基礎』では、1933年7月25日午後3時ごろ、山形測候所の最高気温計が40.8°C度を記録した。

しかし、近年、気象は大きく変わり、現在では、気象庁が観測した日本の最高気温は、2020年8月17日に静岡県・浜松で観測した41.1°C度となっている。

上の議論は、定性的には正しいが、厳密さを欠く。

上昇気流によって、大気は露点に達し、水滴（雲）が発生する。この現象を空気の（断熱）膨張による大気温度の低下がおり、飽和水蒸気量に達するからだと説明される。しかし説明によると、飽和水蒸気量はその温度における単位体積に含みうる水蒸気の質量（g/m³）である。気体を断熱膨張させて温度降下をさせると、確かに飽和水蒸気量は減少するが、体積も膨張するから単位体積当りの水蒸気量も減少し、それだけでは飽和に達すると説明した事にはならないことに気付くはずだ。このしくみを簡単な例で説明すると30°Cで60%の湿度（水蒸気量18.24g/m³）の大気が断熱膨張して10°Cまで温度降下があったとする。それにあう体積膨張は1.186倍（理由は少し高度）である。したがって膨張後の水蒸気量は15.4g/m³である。ところが10°Cの飽和水蒸気量は9.4g/m³だから6.0g/m³の水滴ができ、これが雲となる。これはいつも言えるわけで、飽和水蒸気量の曲線にくらべ断熱膨張による温度変化に対する空気の密度変化の曲線が常に緩やかなため、体積変化を忘れた説明でも正しい傾向と一致していることになるからだ。

最近になって、このことに直接関係する問題が初めて出題された。

〔例題〕次の文を読み、後の問いに答えよ。答えが割り切れない場合は、小数第2位を四捨五入して小数第1位まで答えよ。（東大寺学園高17年）

空気が上昇して気温が下がり、やがて露点まで達すると空気中の水蒸気が小さな水滴や氷の結晶になる。それが上空に浮かんだものを雲と呼ぶ。空気が上昇すると気温が下がるのは、上空ほど気圧が **a** なるので空気が膨張するためである。

いま、(あ)29°Cで1m³中に11.3g水蒸気を含む空気が、海拔0mの地表でそのまま冷やされたとき、山の斜面に沿って上昇することによって冷えたときの露点の違いについて考える。ただし、飽和水蒸気量に達していない空気は、100m上昇するごとに1.0°Cの割合で温度が下がる。表1から、この空気が地表で冷やされたときの露点は **b** °Cであることがわかる。また、この空気が上昇して冷えたとき、その温度になるのは **c** mまで上昇したときである。しかし、上空 **c** mでは気圧が **a** なるため、空気の体積が1.13倍膨張している。(い)そのため飽和状態にならず露点には達しない。したがって、雲が発生するためには、(う)さらに上昇しなければならず、露点はもう少し低くなる。このように同じ空気でも、地表で冷やされた場合と上昇することで冷えた場合とでは、露点に違いが出てくる。

表1 飽和水蒸気量 [g/m³]

33°C	35.6	19°C	16.3
32°C	33.8	18°C	15.4
31°C	32.0	17°C	14.5
30°C	30.3	16°C	13.6
29°C	28.7	15°C	12.8
28°C	27.2	14°C	12.1
27°C	25.7	13°C	11.3
26°C	24.4	12°C	10.7
25°C	23.0	11°C	10.0
24°C	21.8	10°C	9.4
23°C	20.6	9°C	8.8
22°C	19.4	8°C	8.3
21°C	18.3	7°C	7.8
20°C	17.3	6°C	7.3

- 文中の空欄 **a** ~ **c** に適する語句や数値を答えよ。
- 空気が上昇する原因として、日射などで地表が暖められたり、山の斜面などに空気が当たることが考えられる。これら以外に空気が上昇する原因を2つあげよ。
- 下線部(い)について、下線部(あ)の空気が **c** mまで上昇したときの1m³中に含まれる水蒸気量は何gか。
- 下線部(う)について、**c** mまで上昇した空気がさらに200m上昇したとき、露点に達するか達しないか。解答欄の正しい方を○で囲め。ただし、表1の値は空気によって変化しないものとする。

露点 { 達する・達しない }

- 前の文で分かったように、上昇することで冷えた場合の実際の露点は、地表での露点より低くなる。そこで、上昇した空気が露点に達するときの高さ（凝結高度） H [m] を求めるのに、次の式を用いることとする。

$$H = 125 \times (T - t)$$

ただし、 T [°C] は上昇する空気の地上での温度、 t [°C] は上昇する空気の地上での露点とする。

- 下線部(あ)の空気が斜面に沿って上昇したときの凝結高度 H は何mか。また、そこに達したときの温度は何°Cか。
- さらに①の空気が上昇し、雲を発生させ雨を降らせながら、2400mの山頂に達した。山頂での温度と、1m³中に含まれる水蒸気量は何gか。ただし、雲が発生してからは、100m上昇するごとに0.5°Cの割合で温度が下がる。
- ②の空気が山頂を超えたとき、雲が完全に消えた。この空気が山を越えて、反対側の海拔0m地点まで加工したときの温度は何°Cか。ただし、空気が下降するときは100mごとに1.0°Cの割合で温度が上がる。
- ③の空気の、海拔0m地点での露点は何°Cか。

答え (1)a. 低く b. 13 c. 1600 (2) 低気圧の中心の空気が流れ込む。暖かい空気と冷たい空気がぶつかる。

(3) 10.0(g) (4) 達しない (5)①(凝結高度)2000(m) (温度)9°C ②(温度)7°C (水蒸気量)7.8(g) ③ 31°C

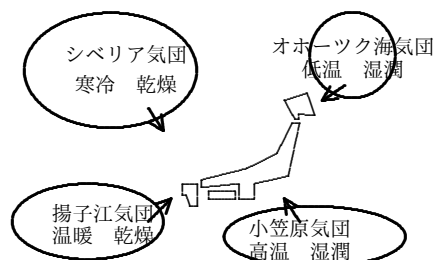
④ 海拔0m地点の空気の凝結高度、 $H = 2400$ m、地上での温度は、 $T = 31$ °Cなので、露点を t °C とすると、

$$2400 = 125 \times (31 - t) \text{ となる。} t = 11.8^\circ\text{C}$$

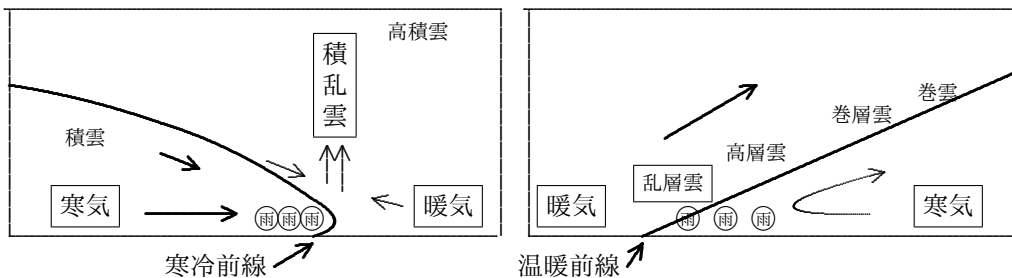
5.2.2 大気の動き

気団と前線

日本近傍にある4つの気団が日本の天気大きく影響する。温帯地方では、気団の運動のちがいによって、気団の境界で低気圧が発生し、従って、温暖前線、寒冷前線の境界を伴う。また、気団が拮抗している境界では停滞前線（梅雨前線や秋雨前線）が発生し、長雨が続く。

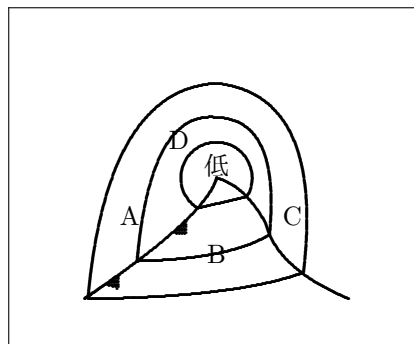


寒冷前線と温暖前線



右の図に、

- ① 点A, B, C, Dの風向, 天気を書き込もう。
- ② 雨域を点で書き込もう。
- ③ 温暖前線を書き込もう。

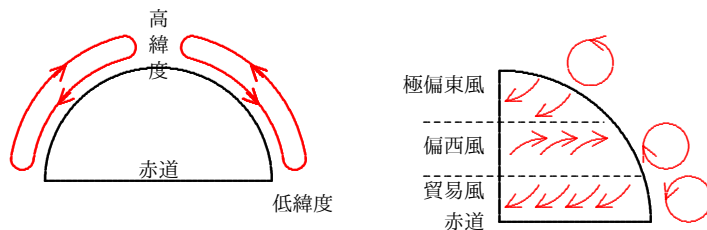


温帯地方での低気圧は気団の動きによって発生し、発達、衰退、消滅を行う。寒冷前線は温暖前線より動きが速く、低気圧付近では寒冷前線が温暖前線に追いつく部分が出来ると考えられる。これを閉塞前線へいそくという。閉塞前線では2つの前線が重なり合い、低気圧および前線を弱めるように作用する。

風の原因と風向き

(1) 貿易風, 偏西風, (極偏東風)

地球規模での大気の動きを「大気の循環」という。太陽から受ける単位面積あたりの熱量は、低緯度地帯では大きく、高緯度地帯では小さくなる。したがって、下の左の図のような対流性の循環が起こると考えられる。しかし、地球は自転しており、安定した流れは右図のような形になる。南半球では赤道面に対称な形となる。



もう少し詳しく書くと、赤道付近では海面への太陽光の照射が多くそれに接する空気は暖められやすく、極地方では逆に輻射による冷却が大きい。単純には、赤道付近では上昇気流が、極地方では下降気流が、温帯地方では下層では冷たい赤道へ向かう風が、上層では暖かい極へ向かう風が吹く、というモデルになる。地球は自転しており風の流れはコリオリの力を受け、風の向きは傾く。しかし、これだけでは貿易風、偏西風は説明できない。それはそうしたモデルが不安定であり、いくつかの法則に矛盾しない別のモデルが考えられる。(滑らかな山谷があるルートで、ボールを山の上におくと、力が釣り合って静止する条件に合致する。しかし、現実には、どこかの谷にボールは静止する。どちらも釣り合いの条件を満たすが、山の上では不安定な解と、と解釈される)

論拠は難しいが、偏西風は中緯度の日本の気象のすべての面で決定的な影響(天気は西から東に移る、梅雨がある、

台風の進路, etc) を与えている。

(2) 季節風 … 冬型気圧配置による北西風, 夏型気圧配置による南風

もちろん季節風は, 季節によって変わり, その季節は地球の自転軸が公転面に垂直な軸から傾いているという事実起因する。各気団の季節による優劣から季節風は決まる。

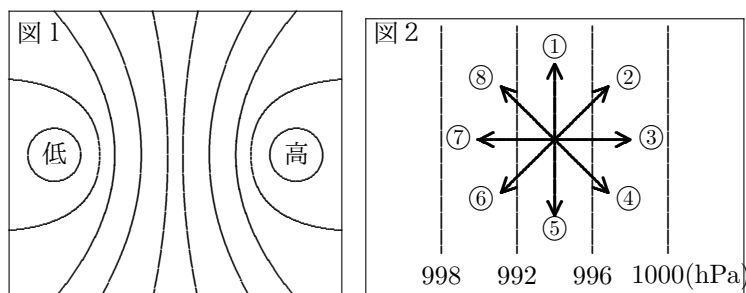
(3) 低気圧を中心として吹く風 … 高気圧から低気圧へ, 等圧線に垂直な方向から右へ傾いて吹く

右に傾いて風が吹くのはコリオリの力による。大きい円盤 (半径は最低 1m は欲しい) に半径を表す線を引き, その円盤をゆっくり回転させ, (その線に沿って中心から) 動径方向にボールを転がすと, ボールは印を付けた半径から遅れる方向にだんだんそれながら中心から離れていく。回転する円盤上の質点は, 大きさが円盤の角速度と円盤上から観測した速度に比例し, 円盤上から見たその速度に垂直な方向の力が働いているように見える。これをコリオリの力といい, 遠心力と同じように慣性力 (座標系の変換による見かけの力) の一種である。これは北半球では進行方向に向かって右向きであり, 南半球では逆向きになる。厳密な議論は極めて簡単だが, 数式を使わないとうまく説明できない。

(4) 海陸風 … 昼は海から陸へ海風, 夜は陸から海へ陸風, その間に朝風^{なぎ}, 夕風

水の比熱は陸地の表面を覆っている岩石, 土などに比べ大きい。これを普通「大陸は暖まりやすく, 冷めやすい」と表現している。昼は陸地が海面より暖まり接している空気の温度は海面に接している空気より高温になり, 陸地では海面より上昇気流が大規模に起こる。したがって, 海から陸に風が吹く。これが海風である。夜は陸地の放射冷却によってどんどん陸地の空気の温度が下がり, 相対的に海面部の空気の方が高温になり, 海面部の上昇気流の方が強くなり, 陸風が吹く。

〔例題〕 図は日本付近の地上天気図の一部で, 図1の中央付近の等圧線を拡大したものが図2である。数字は気圧を表している。(灘高)

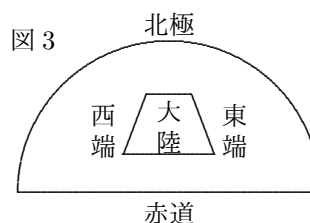


問1 この天気図の状況で, 風の吹いている向きを表す矢印はどれが適当か。図2の①~⑧から選べ。
 問2 (1) 夏と冬における日本付近で吹く季節風の風向きをア~エから, (2) そのときの中国大陸と太平洋の気圧傾向をオ~クから, それぞれ選べ。

- ア. 南東 イ. 北西 ウ. 南西 エ. 北東
- オ. 大陸が高気圧, 太平洋が低気圧 カ. 大陸が低気圧, 太平洋が高気圧
- キ. 大陸も太平洋も高気圧 ク. 大陸も太平洋も低気圧

	風向	気圧配置
夏		
冬		

問3 今北半球の中緯度に両側が海洋に接する大陸があったとする(図3)。「夏と冬における大陸と海洋の気圧傾向」, および, 「等圧線と風向の関係」が, 日本付近に限らず北半球の中緯度のどこでも同じとすると, 北半球にある大陸の西端では, 季節風の風向はどうなるはずか。夏と冬それぞれについてつぎのア~エから選べ。

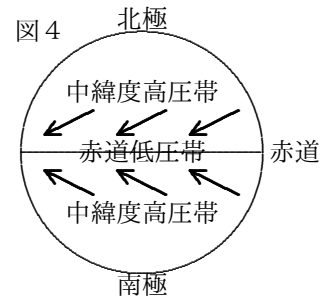


- 夏() 冬()
 ア. 南東 イ. 北西 ウ. 南西 エ. 北東

問4 どの季節でも北半球では低緯度 (赤道方面) からの風が高温の空気を, 高緯度 (北極地方) からの風が低温の空気を運び込む。(1) 東端と (2) 西端それぞれについてつぎのアからエから選べ。

- (1) 東端() (2) 西端()
 ア. 夏はより暑く, 冬はより寒くなる。 イ. 夏はより暑く, 冬は暖かくなる。
 ウ. 夏は涼しくなり, 冬はより寒くなる。 エ. 夏は涼しく, 冬は暖かくなる。

問5 図4は北半球と南半球の貿易風の向きを表している。貿易風は中緯度高圧帯から赤道低圧帯に向けて斜めに吹いている。北半球における等圧線と風向の関係と図4を参考にして、南半球における等圧線と風向の関係が推測できる。さらに南半球の中緯度に亜大陸があった場合、その大陸の東端と西端での季節風の向きも推測できる。そこでの気候は季節風によってどのような影響を受けるか。(1) 東端と(2) 西端それぞれについて問4のア～エから選べ。ただし、貿易風は気候に影響しないとする。



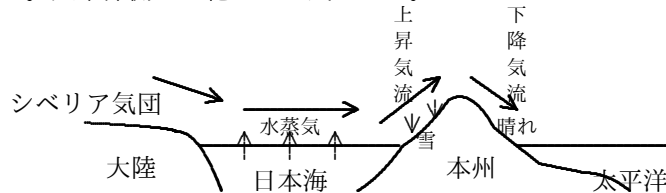
(1) 東端 () (2) 西端 ()

よく練られた面白い問題である。事実を覚えるだけでなく、それが一般的法則へどう拡張し、他を説明するのに応用できるか、を限られた分野とレベルで展開している。問3の「夏と冬における大陸と海洋の気圧傾向」とは、夏は海洋に高気圧、大陸に低気圧ができ、冬には大陸に高気圧、海洋に低気圧ができること。「等圧線と風向の関係」とは、北半球では高気圧から低気圧に向かって風が吹くとき、右にそれることで、それと問5の貿易風の向きを根拠に、南半球では風は左にそれること。

問1 ㊸ 問2 (1)夏)ア (冬)イ (2)夏)カ (冬)オ 問3 (夏)イ (冬)ア 問4 (1)ア (2)エ 問5 (1)ア (2)エ

5.2.3 日本の気象 … 四季

夏の天気 … 小笠原気団が発達し、南高北低の気圧配置となる。暖かく湿った南東の季節風が吹く。
冬の天気 … シベリア気団が発達し、西高東低の気圧配置となる。北西の季節風が吹く。シベリア気団は大陸性で、冷たく乾燥しているが、日本海を横断するとき、対馬暖流が流れる日本海から、大量の水蒸気が供給され、日本列島に近づくときには、湿った冷たい空気となり、列島で上昇気流となるところでは、大量の雪を降らせる。太平洋側では乾いた空気となる。



春・秋の天気 … 揚子江気団の一部が移動性高気圧となり、低気圧と交互に日本列島を通過する。

春一番：立春(2月4日ころ)をすぎて最初に吹いた暖かくて強い南風

梅雨 … オホーツク気団と小笠原気団の勢力が拮抗し、停滞前線(梅雨前線)ができる。

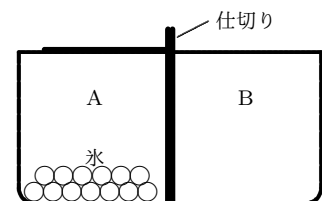
秋雨前線 … 夏の終わりには、春の終わりと似た停滞前線が現れる。

台風 … 中心付近の最大風速が17.2m/秒以上の熱帯性低気圧を台風という。熱帯性低気圧は前線を伴わず、北半球では雲の形や風向きは中心に向かって左巻きに渦を巻く。台風のエネルギーは暖かい海面からの水蒸気の蒸発で補われる。台風の中心が観測点の西側を通過するとき、風は台風の進行方向と渦巻きによる風向とが一致し、強い風が吹き、東側ではそれらが相殺して、風の被害は少なくなる。初夏、秋、晩秋と小笠原気団とシベリア気団の発達の数合わせによって台風の進路が左右され、9月中頃に列島を直撃することが多い。

【例題】 次の文(I・II)を読み、以下の問いに答えなさい。(桃山学院高16年)

I 気温や湿度の異なる空気の塊が接したときにどのようなようになるかを理解するために、以下の実験を行いました。

実験 図のように水槽の中央を仕切りで区切り、AとBという空間を作った。Aの底には水を入れ、Bには何も入れなかった。さらにAには線香の煙を入れ、線香の煙が上部から逃げてしまわないように少しのすき間を開けてふたをした。



問1 仕切りを静かに上げると線香の煙はどのようになりますか。次のア～ウから1つ選び、記号で答えなさい。

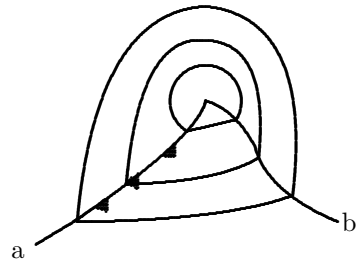
ア. AからBに空気が流れ込むため、Bに向かって煙が移動する。

- イ. B から A に空気が流れ込むため、A の上部に向かって煙が移動する。
- ウ. A から B からも空気が流れ込むため、煙は移動しない。

問2 線香の煙が B の空気と接している面を前線面と言い。この前線面と地表が交わることを前線と言います。

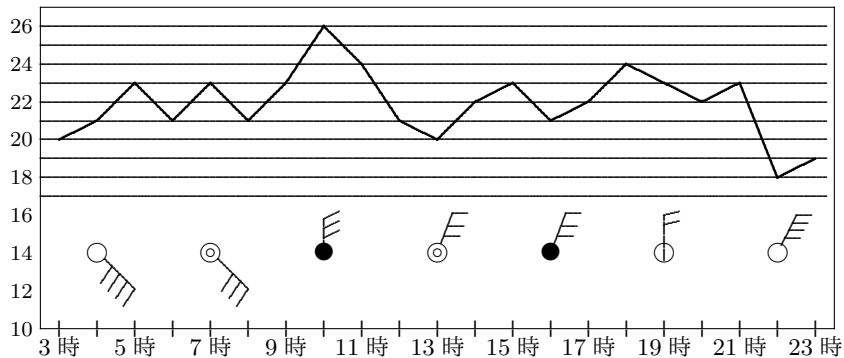
ア. 前線 b の記号を完成しなさい。

イ. この実験に当てはまる前線は右図の a, b のいずれかを答えなさい。



問3 問2の前線が通過したときに、何という雲ができますか。漢字で答えなさい。

問4 昭和町付近のある1日の3時から23時までの気温と風の変化をグラフにしました。縦軸が気温で横軸が時間です。また、気温による飽和水蒸気量の変化を表に示しました(省略: テキストの表を使ってください)。問2の前線が通過したのは何時頃ですか。次のア～エから1つ選び、記号で答えなさい。



ア. 4時 イ. 10時 ウ. 16時 エ. 22時

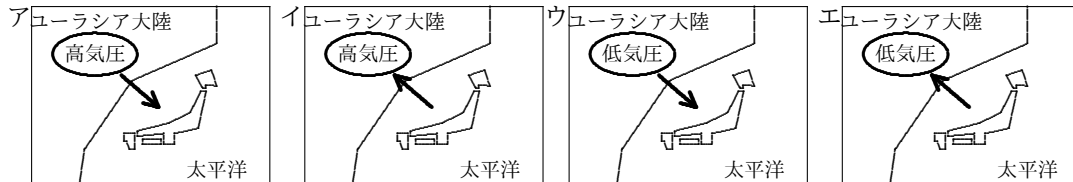
問5 問4と同じ日の7時の時点で 1m^3 に含まれる水蒸気の質量は 15g でした。この時の湿度は何%ですか。小数第2位を四捨五入して、小数第一位までで答えなさい。

問6 ある前線で発生した雲は、地表を 1km 進むと 5m 上がりました。この前線の傾きを、約分して最も簡単な分数で答えなさい。

II 日本には四季があり、春夏秋冬それぞれの特色があります。温度の差で空気の重さが異なってくると、その影響で風が吹きます。季節に特徴的な風を季節風と言いますが、季節風以外にもいろいろな風が日本の周りでは吹いています。飛行機を使って海外旅行をする時に風の影響を受ける場合があります。たとえば、①日本の成田空港からアメリカのシアトルへ飛行機を使って往復したときに、帰りの飛行機は行きよりも約1時間長くなります。

日本の天気も季節による特徴があります。②春や秋は晴れたり曇ったりして、同じ天気は長くは続きません。③初夏のころには停滞前線の影響により雨や曇りの日が多くなり、この時期は梅雨と呼ばれます。また、冬には、④ある気団の影響により、冷たく乾燥した季節風が吹きます。この季節風は海面からの熱と水蒸気によって雲を作り、雪を降らせます。

問7 夏の気圧配置と季節風を表す矢印を示した図を、次のア～エから1つ選び、記号で答えなさい。



問8 夏に発達する高気圧のことを何と言いますか。

問9 下線部①について、飛行時間が変わるのは何の影響を受けるためだと考えられますか。

問10 下線部②について、何の影響によりこのような天気になりますか。漢字6文字で答えなさい。

問11 下線部③について夏の終わりにも停滞前線ができますが、これは何と呼ばれていますか。

問12 下線部④の気団の名称を答えなさい。

答え 問1. ア 問2. a 問3. 積乱雲 問4. イ 問5. 72.8% 問6. $\frac{1}{200}$ 問7. エ 問8. 太平

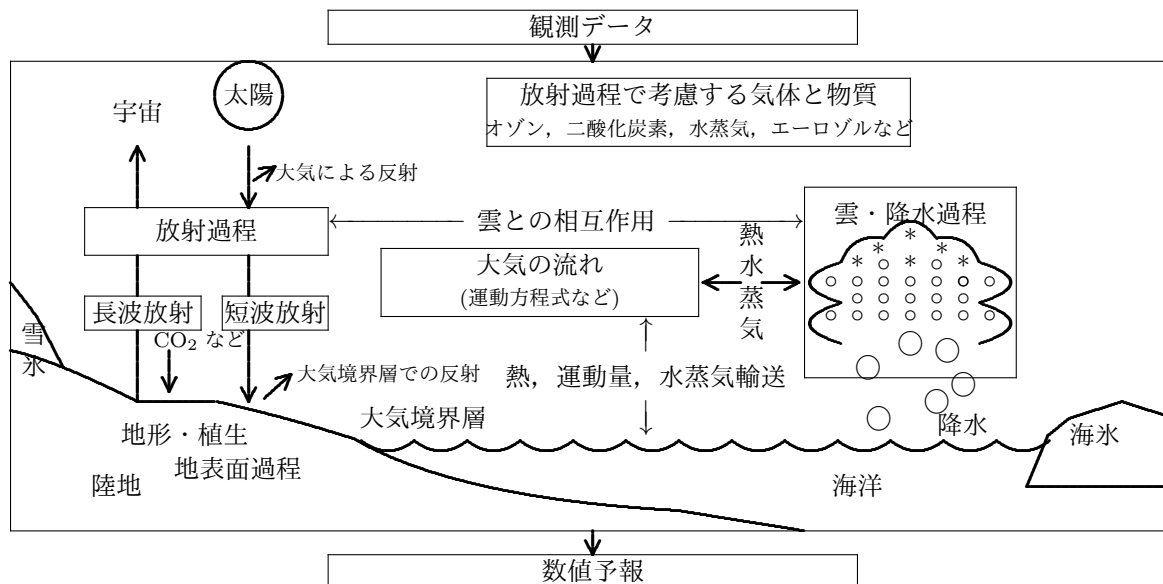
5.2.4 天気予報

天気の変化を完全に科学的に予想することは未だ困難な状況です。それは現在の気象から未来の気象を予測するための方程式が、混沌を導くような性質を持っていて、長期の予報になればなるほど確かなことが言えなくなり、簡単には説明できないことによります。したがって、私達の教科書もあれやこれやの分かっていることがらを適当につなぎ合わせたり、また少し高度な理解が必要なため、結果は正しいのだが、説明が不十分な所もあります。

さて気象の予報には本来的に困難な面もありますが、他の要因もあります。大気層はきわめて薄く、ちょっと違った地形や構造物の影響が大きく、ちょっと離れたところでは全く異なったことが起こります。川端康成の「トンネルを抜けるとそこは雪国であった」の世界です。雨は大気中の微量成分である水蒸気によって起こります。地球温暖化はさらに微量成分の二酸化炭素が主因です。人間の様々な活動が短期的長期的に大きく影響を与え、微妙な気象現象に大きな影響を与えるのです。さらに気象予報に対する人々のニーズも立場が違くと大きく違います。たとえば私の唯一の趣味、魚釣りは、海流の動きなどの他、特に雨が降るかどうかより風がどう吹くかが釣果を左右します。雨は合羽を着れば済むことですが、風は防ぎようがないからです。気象予報が雨が降るかどうかという極めて微妙な点に重点が置かれすぎているきらいがあります。また、「確率予報」などでは、「降水確率 0%」で、雨が降っても予報がはずれたわけではない、ということになっています。降水確率 0%とは 5%未満ということに過ぎないからです。

「天気」が科学として確立途上である、というだけでなく、身近な現象にも関わらず専門家以外には考えも及ばない多面的で複雑な相互作用を考慮しなければなりません。この文章を「です・ます」調で記述している所以です。

気象庁は昭和 34 年以來、各レベルの数値予報モデルと観測データに基づいて、科学計算用の大型コンピュータを用いて数値予報を開始し、改良を重ねて現在に至っています。およその概念図は以下のようなものだそうです。中央の大きな四角で囲まれた部分を処理するのがコンピュータです。



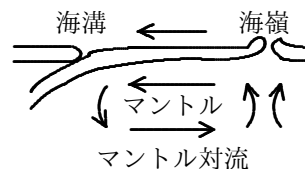
5.3 大地の変化

5.3.1 地殻変動と地震

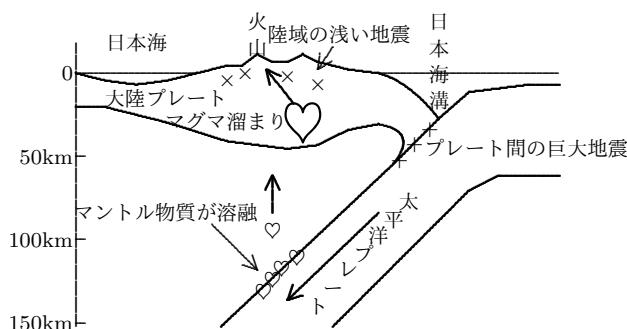
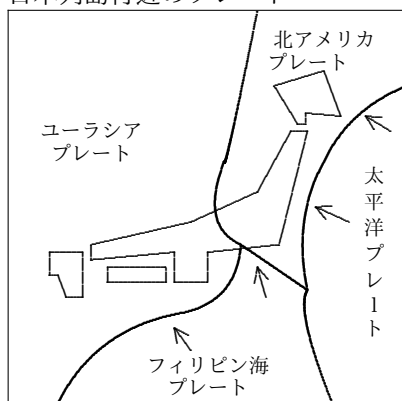
メカニズムから見た地震発生

「プレートテクトニクス」理論によると、地球の表層部は10数枚の巨大な板状の岩盤(これをプレートという)に覆われている。これらが、マントル対流に乗って移動し、各プレート間の衝突が起こる。

海洋プレートはマントルが湧きだし、^{かいれい}海嶺をつくり、それが次々と水平方向に押し出されていったものである。太平洋で東西に別れたプレートは厚さ100km程でマントル対流に乗りながら日本列島にせり出している大陸プレートにぶつかり、手前で地球内部に潜り込んでいく。この時、プレートの表面にある海山や岩体が混ざり合いながら日本列島にせり上がる。



日本列島付近のプレート



{	プレート間地震 (海溝型)	プレートの動き	関東地震 (1923, 関東大震災, M7.9, 相模トラフ沿い) 南海海地震 (1944, M7.9), 南海地震 (1946, M8.0), 東北地方太平洋沖地震 (2011, 東日本大震災, M9.0)
	陸域の浅い地震 (直下型)	断層運動	濃尾地震 (1891, M8.0), 三河地震 (1945, M6.8), 兵庫県南部地震 (1995, 阪神・淡路大震災, M7.2) など

震源 (岩石の破壊が始まった点), 震央 (震源の鉛直上方の地上点), 震源域 (破壊の広がった領域)

1900年以降で、世界で発生した最大の地震は、1960年5月23日のチリ地震で、マグニチュードは9.5でした。

地震波 について。

波には縦波と横波がある。縦波は波の振動方向が伝播方向に平行な波である。縦波の代表は音波で、例えば太鼓の膜が前後に振動することによって空気の密度の高いところと低いところが次々にでき、これが前方に音速で伝わって行く。空気自身は前方にどンドン流れていくのではなく各々の位置を中心の前に進んだり後退して振動する。また横波は波の振動方向が伝播方向に垂直な波でその代表はギターなどの弦楽器の振動である。ロープの片方を立木にくくりつけ、もう一方の端をもって手で上下に振動させると、その振動がロープを伝わってすすむ。

地震波には初期微動として伝わるP波 (Primary) と主要動をあたえるS波 (Secondary) があるが、P波は縦波、S波は横波であることが知られている。固体 (弾性体) の中では、空中の音と同じように伝わる縦波と、流体 (気体や液体) では起こらない横波がある。直方体の底面を固定し上面に底面に平行な力をくわえると、上面は底面に平行のまま底面から横にずれるが、固体にはこれを戻そうとする力が働く。これをずれの応力という。固体の中の横波は固体の中に生じたずれ (歪み) をずれの応力が元に戻すように働いて振動する。地球は外から地殻、マントル、外核、内核に分けられるが、外核は横波が伝わらないから液体であると考えられる。地下には一面にマグマがあるのではなく、局所的にしか存在せず、そこが火山帯をなす。地震ではP波がS波より先に到達する。一様な弾性体では縦波の速さは横波の速さの $\sqrt{2}$ 倍より速いことが証明できる。S波は約3.4km/秒、P波は約7.8km/秒である。多くの地震の観測に

よって、地球の内部の構造が詳しくわかってきている。また最近では人工地震によって地下の構造の調査が行われている。震源からのP波とS波の到達時間の差は初期微動継続時間といい、震源距離は初期微動継続時間に比例し、その比例定数を大森定数という。地殻付近ではおおよそ7.5程度だから、初期微動継続時間から震源距離を予想できる。しかし、震源は必ずしも点で表せるものではなく、広がりがある。阪神大震災では野島断層が動いた、というような表現がされる。地震にはこうした活断層による局地的な地震も多発するが、時にはプレートの境目で起こる巨大地震も想定される。

さらに整理すると、

地震 $\left\{ \begin{array}{l} \text{P波 (Primary wave)} \cdots \text{縦波, 初期微動はこれだけである。伝達速度 } v_p \text{ 約 } 7\text{km/秒} \\ \text{S波 (Secondary wave)} \cdots \text{横波, 主要動はこれが主に作用する。伝達速度 } v_s \text{ 約 } 3\text{km/秒} \end{array} \right.$

波動には、縦波(振動方向と進行方向が平行、音波、棒の縦振動など)、横波(振動方向と進行方向が垂直、水面波、電磁波、弦の振動、など)がある。

固体は縦波、横波両方とも伝わるが、液体や気体では縦波(音波)のみが伝わる。

地殻を均一な固体(弾性体)とすると、 $v_p > \sqrt{2}v_s$ である。

震源距離 d 、初期微動継続時間を t とすると、

$$t = \frac{d}{v_s} - \frac{d}{v_p}, \quad d = \frac{v_p v_s}{v_p - v_s} t, \quad k = \frac{v_p v_s}{v_p - v_s} \text{ とおくと } d = kt \cdots \text{(大森公式) となる。}$$

マグニチュード(規模) \cdots 目安は震央から100km離れた地震計の最大のゆれ巾

これによって、地震の規模、エネルギーを表す。厳密な定義はいくつかある。

(magnitude \cdots 大きさ(数)、恒星の等級、などを表す。)

マグニチュードが1増えると、地震のエネルギーは約32倍となる。

マグニチュードが8の地震はマグニチュード6の地震の約1000倍のエネルギーを持つ。

M7以上の地震を大地震という。

地震のエネルギー $E(J)$ とマグニチュード M の間には

$$\log_{10} E = 4.8 + 1.5M$$

という関係がある($\log_{10} E$ は10を底とした E の対数、と言う意味で、高校で学習する。

書き換えると、 $E = 10^{4.8+1.5M}$ となる。これから、 M が1増えると、 E は $10^{1.5} = 10^{\frac{3}{2}} = (\sqrt{10})^3 = 31.6$ 倍となる。

震度 \cdots その地点のゆれの大きさを表す。

気象庁が決めた「計測震度計」で計測される。

無感(0)、微震(1)、軽震(2)、弱震(3)、中震(4)、強震(5弱、5強)、烈震(6強)、激震(7)と対応するが、今は、これは使わない。

気象庁は震度階級の目安として、「気象庁震度階級関連解説表」を公表している。

そこには、各震度階級に対応した、①人間②屋内の状況③屋外の状況④木造建物⑤鉄筋コンクリート造建物⑥ライフライン⑦地盤・斜面についての影響が記されている。

震度0 ①人は揺れを感じない。

震度1 ①屋内にいる人の一部が、わずかな揺れを感じる。

震度2 ①屋内にいる人の多くが、揺れを感じる。②電灯などのつり下げ物が、わずかに揺れる。

震度3 ①屋内にいる人のほとんどが、揺れを感じる。②棚にある食器類が、音を立てることがある。③電線が少し揺れる。

震度4 ①かなりの恐怖感があり、一部の人は、身の安全をを図ろうとする。眠っている人のほとんどが、目を覚ます。②つり下げ物は大きく揺れ棚にある食器類は音を立てる。座りの悪い置物が、倒れることがある。③電線が大きく揺れる。歩いている人も揺れを感じる。自動車を運転していて、揺れに気付く人がいる。

震度5弱 ①多くの人が、身の安全をを図ろうとする。一部の人は、行動に支障を感じる。②つり下げ物は激しく揺れ棚にある食器類、書棚の本が落ちることがある。座りの悪い置物の多くが倒れ、家具が移動することがある。③窓ガラスが割れて落ちることがある。電柱が揺れるのがわかる。補強されていないブロック塀が崩れることがある。道路に被害が生じることがある。④耐震性の低い住宅では、壁や柱が破損するものがある。⑤耐震性の低い建物では、壁などに亀裂が生じるものがある。⑥安全装置が作動し、ガスが遮断される家庭があるまれに水道管の被害が発生し、断水することがある。[停電する家庭もある] ⑦軟弱な地盤で、亀裂が生じることがある。山地で落石、小さな崩壊が生じることがある。

震度5強 ①非常な恐怖を感じる。多くの人が、行動に支障を感じる。②棚にある食器類、書棚の本の多くが落ちる。テレビが台から落ちることがある。タンスなど重い家具が倒れることがある。変形によりドアが開かなくなることがある。一部の戸が外れる。③補強されていないブロック塀の多くが崩れる。据え付けが不十分な自動販売機が倒れることがある。多くの墓石が倒れる。自動車の

運転が困難となり、停止する車が多い。④耐震性の低い住宅では、壁や柱がかなり破損したり、傾くものがある。⑤耐震性の低い建物では、壁、梁（はり）、柱などに大きな亀裂が生じるものがある耐震性の高い建物でも、壁などに亀裂が生じるものがある。⑥家庭などにガスを供給するための導管、主要な水道管に被害が発生することがある。[一部の地域でガス、水道の供給が停止することがある。] ⑦

震度6弱 ①立っていることが困難になる。②固定していない重い家具の多くが移動、転倒する開かなくなるドアが多い。③かなりの建物で、壁のタイルや窓ガラスが破損、落下する。④耐震性の低い住宅では、倒壊するものがある。耐震性の高い住宅でも、壁や柱が破損するものがある。⑤耐震性の低い建物では、壁や柱が破壊するものがある。耐震性の高い建物でも壁、梁（はり）、柱などに大きな亀裂が生じるものがある。⑥家庭などにガスを供給するための導管、主要な水道管に被害が発生する。[一部の地域でガス、水道の供給が停止し、停電することもある。] ⑦地割れや山崩れなどが発生することがある。

震度6強 ①立っていることができず、はわないと動くことができない。②固定していない重い家具のほとんどが移動、転倒する。戸が外れて飛ぶことがある。③多くの建物で、壁のタイルや窓ガラスが破損、落下する。補強されていないブロック塀のほとんどが崩れる。④耐震性の低い住宅では、倒壊するものが多い。耐震性の高い住宅でも、壁や柱がかなり破損するものがある。⑤耐震性の低い建物では、倒壊するものがある。耐震性の高い建物でも、壁柱が破壊するものがある。⑥ガスを地域に送るための導管、水道の配水施設に被害が発生することがある。[一部の地域で停電する広い地域でガス、水道の供給が停止することがある。] ⑦震度6弱と同じ

震度7 ①揺れにほんろうされ、自分の意志で行動できない。②ほとんどの家具が大きく移動し、飛ぶものもある。③ほとんどの建物で、壁のタイルや窓ガラスが破損落下する。補強されているブロック塀も破損するものがある。④耐震性の高い住宅でも、傾いたり、大きく破壊するものがある。⑤耐震性の高い建物でも、傾いたり、大きく破壊するものがある。⑥ [広い地域で電気、ガス、水道の供給が停止する]。⑦大きな地割れ、地すべりや山崩れが発生し、地形が変わることもある。

上記の他に、津波、断層土地の隆起、沈降、etc がおこる。

地震に関する次のような計算問題がよく出題される。

〔例題1〕 地震に関する次の文を読んで、後の問いに答えよ。(大阪教育大付属平野校)

日本は世界でも有数の地震国といわれており、過去に大きな地震が何度も起こっている。地震を引き起こす力は、地球の表面をおおう①プレートが動いていると考えるとうまく説明できる。たとえば、日本付近の地震では、 a 型地震を除くと、その地震の深さは太平洋側から大陸側に向かって次第に b になっている。また、日本の太平洋側の土地は少しずつ c し、何年かたつと、これによって生じたひずみが地震を発生させるとともに、 c とは逆に土地が急激に d したりする。これらのことは、②太平洋側の海のプレートが、大陸側のプレートの下に沈み込むことによって生じると考えられている。太平洋側の海のプレートが沈み込む海溝は e 海溝、このプレートが発生する海嶺は f 海嶺である。

地震によるゆれの強さの程度を g といい、その階級は0～ h の間で i 階級に分けられている。また、③地震の規模を示す尺度を j という。

問1 文中の空欄 a ～ j にあてはまる言葉、数値を答えよ。

- a. b. c. d. e. f. g.
h. i. j.

問2 下線部①のプレートのうち、日本付近にある4つのプレートの名前を書け。

()プレート、()プレート、()プレート、()プレート

問3 ハワイ諸島は、下線部②のプレート上にあり、しだいに日本に近づいている。ハワイ諸島の島々はハワイ島から離れているほど古い岩石でできていて、カウアイ島はおよそ510万年前、ハワイ島はおよそ43万年前にできたと考えられている。カウアイ島とハワイ島はおよそ500km離れていることから、ハワイ諸島が1年間に何cmずつ日本に近づいているかを求めよ。計算式も書いておくこと。

問4 下線部③の j の値が2増えると、地震のエネルギーは約何倍になるか。次のア～オから一つ選んで記号で答えよ。

- ア. 2倍 イ. 4倍 ウ. 10倍 エ. 100倍 オ. 1000倍

問1. a. 直下 b. 深く c. 沈降 d. 隆起 e. 日本 f. 東太平洋 g. 震度 h. 7 i. 10 j. マグニチュード

問2. ユーラシア、フィリピン、太平洋、北アメリカ

問3. $510 \text{ 万年} - 43 \text{ 万年} = 467 \text{ 万年}$, $\frac{500 \text{ km}}{467 \text{ 万年}} \approx 10.7 \text{ cm/年}$ 10.7cm 問4. オ

〔例題2〕 地震が起きたとき、最初に小さなゆれを感じ、続いて大きなゆれを感じる人が多い。土

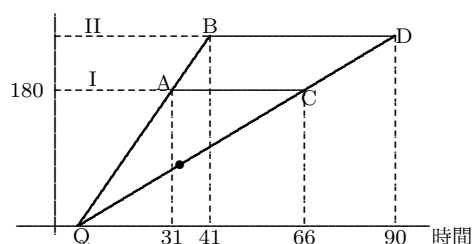
地のゆれが時間とともに変化する様子は、各地に備えられた地震計に記録される。ある地震が起きたとき、地点 I, II, III でゆれが始まった時刻は、以下のように観測された。地点 I から地震までの距離は 180km であり、地震の深さは無視できるほど浅く、地震波が到達する時間と震源からの距離は比例するものとして、以下の間に答えよ。(西大和学園高)

- ① この地震が起きた時刻を答えよ。
- ② 地点 III から震源までの距離を求めよ。

	小さなゆれが始まった時刻	大きなゆれが始まった時刻
地点 I	8 時 45 分 31 秒	8 時 46 分 06 秒
地点 II	8 時 45 分 41 秒	8 時 46 分 30 秒
地点 III	- - -	8 時 45 分 33 秒

グラフを書こう。観測点が何カ所か出てくるのでどこを基準にとっても同じようなものだから、震源を基準にとればわかりやすくなることが予想される。地震の発生時刻を時間の原点にとれば、勿論さらに記述は簡単なはずだが、これは事前にはわからないから、8 時 45 分ぐらいにしておいてもよい。

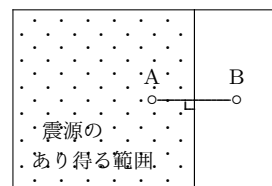
地点 II の震源までの距離を l km とすると、図のより、 $AC:BD=180:l$ だから、 $l=252$ 。直線 $((31,180),(41,252)$ を通る直線) が横軸との交点の x 座標は $x=6$ 。したがって、地震の発生時刻は 8 時 45 分 6 秒である。また、直線 CD の方程式で $x=33$ を代入すると $y=81$ 。すなわち、地点 III の震源からの距離は 81km。



[問題] 地震に関する次の文を読み、後の問いに答えよ。(灘高)

2007 年、10 月 1 日から運用が始まった緊急地震速報では、地震発生直後に、「何秒後に、どれくらいの強さのゆれ」が来るかを知らせてくれる。このシステムのためには短時間のうちに震源の場所を決定しなければならない。

以前は *₁ 初期微動継続時間から震源までの距離を求め、震源位置を決定していた。この方法では *₂ P 波と S 波の両方が、少なくとも 3 つの観測地点に到着してからでないと震源の位置が決定できなかった。ところが最近では、伝わる速さが速い方の波だけを使って震源位置を求める方法が開発され、用いられるようになった。数多くある観測点のうち、いま観測点 A だけにゆれ(速い方の波)が到着したとする。隣の観測点 B にはゆれがまだ到着していないことから、震源の位置は地図上で、線分 AB の垂直二等分線よりも A の側にあることになる [右図]。



同じような関係から、震源の位置は他のどの観測点よりも A に近いと言える。

ここからは話を簡単にするため、震源の深さはきわめて浅く、地表に震源があるとみなす。

さて、2 番目に地震のゆれが到着した観測点が B であったとする。例えば B で、A より 2.0 秒遅れてゆれが到着したとするならば、ゆれの伝わる速さ 5.0km/秒から、B からの震源距離は A からの震源距離より 10.0km 遠いことがわかる。この条件を満たす地点は、A と B の間を通る *₃ ある線に限られる。この線上の地点で、しかも前出の条件を利用して限定された範囲内にある場所は短い部分限られる。この *₄ 線上の短かい部分が、震源の位置の第 1 候補になる。さらに地震のゆれが 3 番目の観測点 C に到着すると、A と C の間に別の線を引くことができ、先の線との交点を求めると、震源の位置は *₅ ただ 1 点に絞り込むことができる。この方法が可能になった背景には、設置された地震計の数が飛躍的に増えたこと、人工衛星からの電波を使った正確な時刻の測定、および、高速の情報伝達がある。

問 1 下線部 *₁ に関して、初期微動継続時間 t と震源までの距離 d の間にはどのような関係がなりたつか。番号で答えよ。(④)

- ① $f+d$ は一定 ② $t \times d$ は一定 ③ $t-d$ は一定 ④ $\frac{d}{t}$ は一定

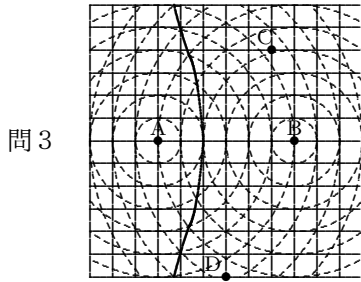
問 2 下線部 *₂ に関して、P 波と S 波のうち、伝わる速さが速い波と、大きなゆれを引き起こす波について正しいものを選び、番号で答えよ。(①)

- ① 速いのが P 波で大きなゆれが S 波 ② 速いのが S 波で大きなゆれが P 波
③ 速いのも大きなゆれも P 波 ④ 速いのも大きなゆれも S 波

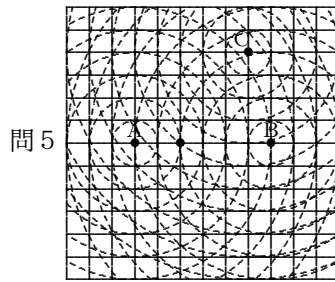
問 3 下線部 *₃ に関して、この線の形を求めたい。解答欄の図中に「B からの距離が A からの距離より 10.0km 遠い」という条件を満たす点を何点か書き、それらを通るなめらかな線を描け。なお、A と B は 30km 離れており、図には A, B それぞれを中心とし、半径が 5km の整数倍の円が記入してある。図の 1 めもりは 5km である。

問 4 下線部 *₄ に関連して、B にゆれが到着した時点で、他の観測点 C と D にはゆれが到着していないことから限定される、線上の短い部分を解答欄の図中に描け。

問 5 下線部 *₅ に関連して、C では A より 3.0 秒遅れてゆれが到着したとする。震源の位置を解答欄の図中に・印で描け。



問 3



問 5

問 1.④ 問 2.① 問 3. A からと B からの距離の差が 10km の点を滑らかに結ぶ。

問 4. 問 3 の解答の曲線で、BC、BD の垂直二等分線に囲まれた部分 (図は省略)

問 5. C は A より震源距離が $5.0\text{km}/\text{秒} \times 3 \text{秒} = 15\text{km}$ 遠い地点。

5.3.2 火山, 火成岩

マントル (固体) の一部が溶けてマグマ (液体) となる。それが、地表または地中に現れる。火成岩には、火山岩と深成岩がある。

火山岩 … 斑状組織 (斑晶, 石基) … マグマが地表または地表近くで、急激に冷えて固まった。

深成岩 … 等粒状組織 … マグマが地下の深いところで、ゆっくり固まった。

[マグマはどこに]

地下にドンドン深くもぐると地球の内部はどうなっているのだろうか。だんだん温度が高くなって、どろどろに溶けたマグマがあるのだろうか。1万m位まではボウリングで詳しく調べられているが、もっと深い所は、地震やその他の波の伝わり方や、宇宙線の透過、密度などいろいろな情報を総合して、かなり詳しく分かっている。地球はわずかに表面の海と中心部分の外殻と呼ばれる部分が液体になっているのみで、大部分が固体である。地表 10km 程度までは地殻と呼ばれる。その下 6000km の地球の大部分の質量を占めるマントルは固体である。深く井戸を掘って行っても普通はマグマに出会わない。マグマは地表近くに局所的に何等かの原因でできた特別なものである。岩石も千数百度に熱せられると溶けて液体になる。局所的に地殻やマントル上層部で熱がたまって岩石が溶けてマグマになることが考えられる。また固体が液体に溶ける温度 (融解温度, 氷点) は圧力によって変わる。スキーやスケートがよく滑るのは圧力で溶けた水が潤滑油の働きをするからだと言われている。水は特殊な物質で圧力が高いほど融解温度は低くなり、氷が溶ける。他の物質では逆で、圧力が高くなると融解温度は高くなり、液体が固体になることもある (相変化の項を参照せよ)。同じ温度でも地球の内部で何等かの原因で圧力が下がると、これまで固体であったものが液体に変わることが起こりえる。こうしてマグマが作られ地表近くに出てきたものが溶岩である。地球はできて 46 億年と言われている。初期のころはどろどろに溶けた状態であったものが徐々に冷えて現在の固体になったと考えられている。地球の中心部分はまだ 6000 度もあると言われており、大きな熱の塊であり、また放射性物質が常に熱を発生している。これらの熱のエネルギーは長時間かかって物質の対流を引き起こし、地殻の大きな塊 (プレート) を動かしたりする。その境目で圧力の変化があったり、熱が溜ったりすると考えられている。

火山噴出物

火山ガス	水蒸気 (H ₂ O), 塩化水素 (HCl), 二酸化硫黄 (SO ₂), 硫化水素 (H ₂ S), 二酸化炭素 (CO ₂), 水素 (H ₂), 窒素 (N ₂)
火山さいせつ物 溶岩	直径 32mm 以上火山弾, 32~4mm 火山礫, 4mm 以下火山灰

造岩鉱物

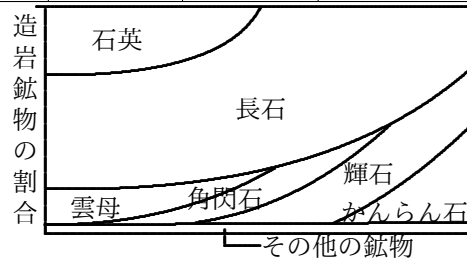
無色鉱物 (石英, 長石) のなかで、長石は全ての火成岩に含まれているが、有色鉱物 (黒雲母、角閃石、輝石、かんらん石) を多く含む岩石は黒っぽい。

鉱物名	色	へきかい	硬度	密度	SiO ₂
石英	無色	なし	7	2.7	多
長石	白色	あり	6	2.6~2.7	↑
黒雲母	黒褐色	あり	2.5	3.0	
角閃石	黒緑色	あり	6	3.1	
輝石	暗緑色	あり	6	3.3	↓
かんらん石	淡緑色	なし	7	3.3	少

火成岩の分類

火山岩	流紋岩	安山岩	玄武岩
深成岩	花こう岩	閃緑岩	斑れい岩
岩石の色	白	中間(灰)	黒
SiO ₂ の量	多い	中間	少ない
密度 (g/cm ³)	約 2.6	約 2.8	約 3.0~3.2
化学組成	酸性岩	中性岩	塩基性岩

火成岩の分類は右の表と図のように、造岩鉱物の割合と岩石の組織によって分類される。



塾には、火成岩、堆積岩、変成岩、いろいろな鉱物などの標本があるから、よく観察しておいて下さい。

火山の形

主な火山岩	流紋岩	安山岩	玄武岩
溶岩の色	白っぽい	中間(灰色)	黒っぽい
溶岩の温度	低温(約 950°)	中間(約 1000°)	高温(約 1100~1200°)
粘りけ	強い	中間	弱い
火山の形	鐘状火山	成層火山	楯状火山
例	昭和新山, 焼岳	富士山, 浅間山, 桜島	キラウエア, 霧ヶ峰, 三原山
噴火の様子	爆発的に噴火	中間	溶岩が静かに流れる

〔問題 1〕 以下の文を読み、下の問いに答えよ。(西大和学園高)

火山の形はその山を形成する火成岩の種類と関係がある。また、火成岩の種類はその中に含まれる二酸化ケイ素 SiO₂ の割合と、鉱物の結晶のでき方によって決まる。

ケイ素 Si と酸素 O の化合物である二酸化ケイ素のみからできる岩石には水晶などがある(水晶は 1 つの大きな二酸化ケイ素の結晶)。また、二酸化ケイ素のみからなる鉱物としては無色透明な (a) がある。また、ケイ素と酸素以外にアルミニウム Al やカリウム K を含む (b) 色の鉱物が (c) である。(a) や (c) が多い岩石は、融解したマグマの状態では粘り気が (d) い。また、ケイ素、酸素以外に鉄 Fe やマグネシウム Mg などの元素が含まれる鉱物の色は (e) っぽい。(f) やカンラン石などがその仲間である。これらの鉱物を多く含む岩石は前述の岩石と比べてマグマの状態での粘り気が (g) い。

鉱物の色とマグマの粘りを考慮すると、キラウエア山や (h) のような火山にできる火成岩は (i) っぽい色の (j) 岩が主になる。また、昭和新山や (k) のような火山の火成岩の色は、(l) っぽい (m) 岩が主となる。

また、粘り気の (n) いマグマの火山で発生する火砕流に含まれる岩石の色は (o) っぽい。火山にある火成岩と比べて、地中深くでマグマが冷え固まってできた火成岩の鉱物の結晶の粒は (p) い。その中でも別名「御影石」と呼ばれる (q) は (a) や (c) が多く含まれ、御影石の採石地である (r) は火成岩でできているが、火山ではなく隆起してできた山であることがわかる。

(1) (a)~(r) に当てはまる最も適当な語句を次の選択肢から選び、記号で答えよ。同じ選択肢を何度使っても良い。

選択肢

- ア. カクセンセキ イ. セキエイ ウ. チョウセキ エ. フッセキ
 オ. 大き カ. 小さ キ. 赤 ク. 白 ケ. 黒 コ. 普賢岳
 サ. 三原山 シ. 六甲山 ス. 天保山 セ. リュウモン ソ. カコウ
 タ. ハンレイ チ. ゲンブ ツ. アンザン

(2) 桜島のように何度も激しい噴火を繰り返してできる火山を成層火山と呼ぶ。ある成層火山は円すい形をしており、高さが 600m、底面の直径が 6000m であった。この火山は平均して 30 年に 1 回噴火する。初めての噴火が 3 万年前とし、噴火する際には、噴出物(マグマや火山灰)の 80% が山の形成に使われたとすると、1 回の噴火で出す噴出物の体積は平均すると何万 m³ になるか。円周率を 3 とし、小数以下を四捨五入し整数で答えよ。

- (1)(a)イ (b)ク (c)ウ (d)オ (e)ケ (f)ア (g)カ (h)サ (i)ケ (j)チ
 (k)コ (l)ク (m)セ (n)オ (o)ク (p)オ (q)ソ (r)シ (2)675(万 m³)

【問題2】 火山活動について述べた次の文を読んで、下の問いに答えよ。(16 東大寺学園高)

日本付近では、プレートの沈み込みによって、地下の一定の深さでマグマが発生すると考えられている。そこから上昇してきたマグマは一時的に a という場所に蓄えられる。そこで何らかの原因により圧力が増したとき、地価の岩石の割れ目などの弱いところを突き破って地表に噴き出る。これが火山の噴火である。

火山の噴火により噴出するものを火山噴出物という。火山噴出物には、マグマが地表面に流れ出して冷えて固まった溶岩のほかに、火山ガスと呼ばれる x 気体成分 や、火山灰と呼ばれる粒の小さい固体成分 (粒形 2 \times 以下) などがある。また、マグマがふきとばされて、空中で冷えて固まった b と呼ばれるものもある。

粘り気の強いマグマが噴出して溶岩になると、火口付近に c と呼ばれる溶岩の塊をつくることもあるが、粘り気の弱いマグマが噴出すると、 d となり火口からかなり離れたところまで達することもある。また、 y マグマが地表に噴出せず地下でゆっくり冷えて固まった岩石になることもある。マグマの粘りけが強いと噴火は激しくなる傾向にあり、 z 粘りけの強いマグマが冷えて固まると白っぽい岩石になる。すなわち、マグマの粘り気は、火山の形や色に関係していることになる。

(1) 上の文について、次の①～④の問いに答えよ。

① 文中の空欄 a ～ d に適当な言葉を入れよ。

② 下線部 x について、最も多い気体成分はどれか、つぎのア～オから 1 つ選び、記号で答えよ。

ア 二酸化炭素 イ 硫化水素 ウ 水蒸気 エ 塩化水素 オ 二酸化硫黄

③ 下線部 y の岩石の名称と組織の組み合わせとして正しいものはどれか。つぎのア～エから一つ選び、記号で答えよ。

ア 玄武岩・斑状組織 イ 安山岩・等粒状組織 ウ 斑レイ岩・等粒状組織 エ 花崗岩・斑状組織

④ 下線部 z の岩石に含まれる鉱物のうち、有色鉱物と無色鉱物の組み合わせとして、最も適当なものはどれか。次のア～オから 1 つ選び答えよ。

ア 輝石・黒雲母 イ 長石・石英 ウ かんらん石・石英 エ 黒雲母・石英 オ 輝石・長石

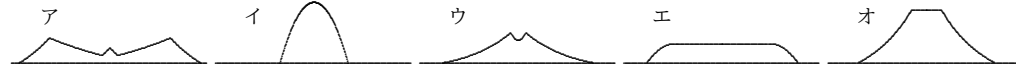
(2) 高温の火山ガスとともに溶岩の破片や火山灰などの火山噴出物が、高速で山の斜面を流れる現象のことを何というか。

(3) 次の①～③の場合、火山はどのような形になるか。最も適当なものを次のア～オから 1 つずつ選び、記号で答えよ。

① 粘り気の弱いマグマが地表に流れ出した。

② 何度も噴火を繰り返して、火山噴出物が層状に積もった。

③ 大きな噴火が起こり、カルデラを作った。



(4) 火山灰層は、広い範囲に分布するので、地層のつながりを知るのに役立つ。このような地層を一般に何というか。

(5) 最近、小笠原諸島の海底で噴火が起こり、新しい島が出現した。このとき噴出した溶岩は、伊豆大島三原山の溶岩とよく似ている。これらの溶岩の色と粘りけについて、最も適当なものを次のア～エから 1 つ選び、記号で答えよ。

ア 溶岩の色は黒っぽく、粘りけは強い。 イ 溶岩の色は黒っぽく、粘りけは弱い。

ウ 溶岩の色は白っぽく、粘りけは強い。 エ 溶岩の色は白っぽく、粘りけは弱い。

(6) 火山の活動が人類に与える恩恵や被害について誤りを含むものを、つぎのア～オから 1 つ選び記号で答えよ。

ア 美しい景観が作られたり、温泉が湧き出ることもあり、観光資源になっている。

イ 火山噴出物が堆積したところに大雨が降ると、土石流などの二次被害が起こることもある。

ウ 大量の火山灰が地球の上空にとどまり、冷夏をもたらす農作物に多大な被害を与える。

エ 地球内部のカリウムやナトリウムなどが地表に運ばれ、土地に栄養分が補給される。

オ 地球内部の放射性物質が地表に運ばれ、それを利用した地熱発電が行われる。

(1) ①a. マグマだまり b. 火山弾 c. 溶岩ドーム d. 溶岩流 ②ウ ③ウ ④エ

(2) 火砕流 (3) ①エ ②ウ ③ア (4) かぎ層 (5) イ (6) オ

5.3.3 岩石の風化、川・海による浸食・運搬・堆積、堆積岩

風化

地表の岩石が物理的、化学的原因により小さく砕かれ粘土などに変化することを風化という。

物理的風化作用… 温度変化による膨張収縮の不均一やその繰り返して結晶の結びつきが弱くなり、一気に、あるいは表面から徐々に崩壊する。また、水が小さな割れ目に浸透し、それが凍るときの体積膨張により割れ目を広げる。植物の根が小さな隙間に入り、それを押し広げる。

化学的風化作用…水や酸素、酸性雨などが原因で、岩石が溶ける。生物の死骸や排泄物などとも反応する。

流水には浸食、運搬、堆積の三作用がある。

浸食作用

流水(川や海)は地表や水中の表面を削り取る(浸食)。

川…V字谷, 蛇行, 三日月湖

海…海食崖(切り立った崖の海岸), 海食台(海面下の平らな広がり, 例・青島)

運搬作用, 堆積作用

速い流水はより大きな土砂を運搬し, 遅い流水はより小さな土砂を堆積させる。

川…平野, 扇状地, 三角州

海…砂浜, 砂し(美保ノ松原), 砂州(天ノ橋立), 陸けい島(江ノ島)

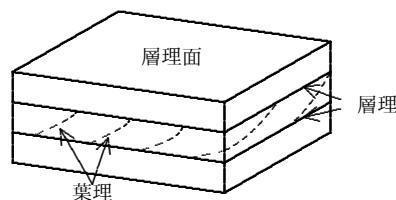
堆積岩の分類

分類名	でき方	堆積岩
さいせつ岩	岩石がこわれてできたものが固まった	れき(直径2mm以上):れき岩, 砂(2~0.06mm):砂岩 シルト(0.06~0.04mm), 粘土(4mm以下):泥岩, ネンパン岩
火山さいせつ岩	火山灰や火山砂	火山岩塊, 火山礫, 火山灰..凝灰岩
生物岩	生物の遺骸	サンゴ・フズリナ..石灰岩, 放散虫..チャート ケイソウ..ケイソウ土, 陸上植物..石炭
化学岩	化学成分が堆積して固まる	食塩..岩塩, 炭酸カルシウム..石灰岩 ケイ酸..チャート, 硫酸カルシウム..石膏

地層

地層は, 色, 堅さ, 粒子の大きさなどが異なる層の積み重なったものである。地表の多くは草木や表土, 耕作, 土木作業によって地層を見ることができないが, 海岸の崖や道路の切り通しなどによって地表に地層が現れているところ…露頭ではその断面が観察できる。

一つ一つの層を単層といい, その境界面を層理面, その断面での境界の筋を層理という。単層内でも均一に粒子が積み重なっているのではなく, その構成粒子の差によって模様がある場合が多い。その模様の境目を葉理という。



流れの緩やかなところで堆積物が上に上に重なっていく。一般に下の地層ほど古く, 上の層ほど新しい。

(地層累重の法則)

その点の地層の重なり方や, 厚さなどが一目で分かるよう積み上げた図のことを「柱状図」という。

通常, 地層は, 整合(地層の堆積が連続している)しているが, 不整合(隆起, 浸食, 沈降などが原因)が現れることがある。

鍵層…離れた地層のつながりを調べるときに役立つ地層(凝灰岩の層, 同じ化石を含む地層)

大地の変動

隆起地形…河岸段丘・海岸段丘

沈降地形…リアス式海岸・おぼれ谷

断層…正断層(引く力), 逆断層(おす力), 横ずれ断層(両側のブロックが水平方向に動く)

しゅう曲…地層が大きくうねっている状態, 両側から押す力が働いた。

大山脈のでき方…プレートの衝突

化石

示相化石	堆積当時の自然環境がわかる	サンゴ, シジミ, ササの葉
示準化石	堆積した時代がわかる	サンヨウチュウ(古生代), フズリナ(古生代) アンモナイト(中生代), ナウマン象(新生代)

〔問題〕プレートの運動や大地形の形成に関する次の文を読んで, 以下の問いに答えなさい。(16, 大阪国際滝井高)

地球の表面はプレートと呼ばれる十数枚の硬い岩盤でおおわれており, 海底に存在する海嶺で誕生すると考えられている。誕生したプレートは, ここから両側に移動していき, プレートが互いに離れるすき間には, 地球内部から高温の(①)が上昇してくる。プレートが離れるすき間に新しいプレートが作られ, 海底は拡大していく。別々に移動していくプレートは, ぶつかり合ったり離れたりすることで, 地表面では, 様々な変動が起こる。

日本列島付近は, 大陸のプレートと海洋のプレートがぶつかり合うところで, 海洋のプレートが大陸のプレートの下に沈み込んでいく。たとえば, 東北地方の東側の沖合では, 海洋のプレートである(②)プレートが, 大陸のプレートである(③)プレートの下に沈み込んでおり, 沈み込む場所で大きく下へ曲げられるため, 沈み込み口には(④)ができる。さらに, プレートの沈み込みによ

て火山も作られる。

ヒマラヤ山脈の地層には、約1億年前の海の生物の化石が多く含まれている。ヒマラヤ山脈のような大山脈は、大陸のプレート同士がぶつかり合ったと考えられており、インド半島を乗せたプレートが、(5) プレートと衝突した結果、その間にあった海の生物が化石となって産出したものである。

(1) 上記文中の空欄(④)～(⑤)に適する極を下から選び記号で答えなさい。

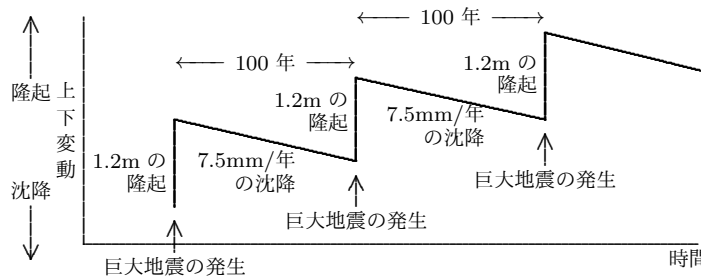
- ア. 海溝 イ. マグマ ウ. 大西洋 エ. 大陸だな オ. 北アメリカ カ. 海山 キ. 海洋底 ク. 太平洋 ケ. 海岸平野
コ. 南アメリカ サ. 山脈 シ. 火山島 ス. 活火山 セ. ユーラシア ソ. フィリピン海 タ. 深成岩 チ. 火成岩

(2) プレートの動く速さはおよそどれくらいですか。最も適当なものを下から選び記号で答えなさい。

- ア. 毎時数 cm イ. 毎日数 cm ウ. 毎月数 cm エ. 毎年数 cm

(3) 省略… しゅう曲, 横ずれ断層, 逆断層, 正断層 を答える問題

(4) 高知県室戸市付近では、平常時は年平均で約7.5mmの割合で少しずつ下降(沈降)していますが、南海地震(1946年)のときに1.2mも土地が上昇(隆起)しました。この地域では、このような巨大地震がおよそ100年の周期で起こると、土地は急激に隆起しますが、巨大地震と巨大地震の間ではゆっくり沈降しています。この現象は、次のグラフのようにして考えることができます。次の問いに答えなさい。



- ① 1つの巨大地震が起こってから次の巨大地震までの間に、土地は何mm沈降していますか。
② このような変動が1000年間続けば、この地域の土地は何mm隆起することになりますか。

(5) 地震による災害について、次の問いに答えなさい。

- ① 海底を震源とする地震が起こった場合、海底の地形が地震の発生により急激に変化することがあります。このことによって、海岸に海水が押し寄せる現象を何と言いますか。
② 海岸の埋め立て地や河川ぞいの砂地では、地震のゆれで急に地面がやわらかくなり、泥水がふき出したり建物が傾いたりすることがあります。このような現象を何と言いますか。

- (1)①イ ②ク ③オ ④ア ⑤セ (2)エ (3)略 (4)①750mm ②4.5m (5)①津波 ②液状化現象

5.3.4 地質時代

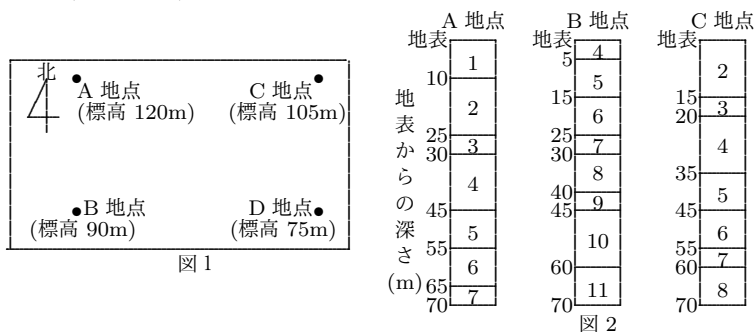
地質時代

地質時代			主な生物		約40億年間
絶対年代			動物	植物	
古 生 代	先カンブリア時代	5億6400万年前		らん藻類	サンヨウチュウ サンゴ フズリナ
	カンブリア紀	5億年前	無セキツイ動物	ソウ類	
		4億3600万年前	動物	シダ植物	
		4億900万年前	魚類		
		3億6000万年前	両生類		
		2億8400万年前			
中 生 代	三畳紀	2億4200万年前		裸子植物	アンモナイト 恐竜 始祖鳥
	ジュラ紀	2億800万年前	は虫類		
	白亜紀	1億4000万年前			
新 生 代	第三紀	6400万年前	ほ乳類	被子植物	巻き貝ピカリア ナウマンゾウ
	第四紀	170万年前	鳥類		

1927年に最初に発見された北京原人の頭蓋骨は、地層で共生していた動物の年齢を調べた結果、57万8千年前のものとわかったという。大昔の遺物や岩石の年代はどの様にして測定されるのだろうか。木の年輪や氷河の年輪(氷縞)を数えたり、同じ地層の

年代のはっきりした化石（示準化石）を調べたり、歴史的に良く知られた事件、たとえば中国と朝鮮の国境にある白頭山の噴火による灰によってできた地層より上か下かで新旧を見分けるとか多くの方法がある。しかし一番よく用いられる方法は、ラジオカーボンデATINGである。これは大気中の二酸化炭素の中に普通の炭素（C12）とはちがう炭素の同位元素（C14）がごく僅か含まれており、これが5730年で半分になる（崩壊の半減期）という性質を利用する。大気は宇宙からの微粒子（宇宙線）によっていつも大体同じ割合のC14を二酸化炭素のなかに含んでいるが、生物の中にとりこまれて死亡すると、そのときの大気のC14の割合から始まって、時間と共にC14の割合が減少する。結局現在のその資料のC14の割合を測定することによっていまから何年前に生きていたかがわかるわけである。しかしこの方法も約4万年前までが有効とされている。もっと古い年代測定は別の半減期のもっと長い放射性元素（たとえばU-Rb）を使う方法、その他が工夫されている。こうして地球誕生から約46億年の歴史が全体として年代づけされている。

〔問題〕 図1は、斜面上にあるA～Dの4地点を、上から見たものである。A地点とB地点、C地点とD地点は南北方向に、A地点とC地点、B地点とD地点は東西方向に並んでいる。この斜面の地下の地層のようすを調べるために、3地点A、B、Cでボーリング調査を行った。図2は、その調査で得られた柱状図である。次の各問いに答えよ。ただし、柱状図の同じ番号は同じ地層を表し、横の数字は地表からの深さを表している。また、それぞれの地層の厚さはどの場所でも同じであり、図1内では、地表の傾きや地下の地層の傾きは一定であるものとする。（四天王寺高）



- (1) 地層5からアンモナイトの化石が見つかった。この化石のように、地層ができた年代を推定する化石を何というか。漢字で記せ。
 (2) 地層5のできた年代（地質年代）を何というか。漢字で記せ。
 (3) 次の文中の①、③には適する数字を記入し、②、④には上か下かを記入せよ。
 地中での地層の傾きは、B地点からA地点に向かって(①)m(②)がっており、
 A地点からC地点に向かって(③)m(④)がっていることがわかる。
 (4) D地点では、地表から何m掘れば地層7に到達できるか。()m
 (1) 示準化石 (2) 中生代 (3) ① 10 ② 下 ③ 5 ④ 下 (4) 15m

5.4 環境

エコロジー（生態学）は生物及びそれを取り巻く環境の相互作用を研究する学問である。生物の食物連鎖や環境問題などはすべてこれの対象である。工場や自動車の排気ガスによる大気汚染、工場排水による水俣病などの発生、森林破壊、農薬汚染、水質悪化、二酸化炭素濃度の上昇による温室効果、フロンガスによるオゾン層の破壊、原子力発電による放射能汚染の危険、等の環境問題は、地球が有限であり、英知を働かせて慎重に生活することなしには人類の将来はそう長くないことを教えている。地球の誕生からは約46億年、生物によって地上に酸素が蓄えられ始めてから約35億年、その酸素を呼吸に利用する生物（真核生物）が現れてから約15億年、動物が出現してから約6億年の地球の歴史の中で、人類は発生からわずか300万年しかたっていない。その人類がいま急速に地球の歴史46億年の豊かな遺産を食いつぶそうとしている。化石燃料（石油、石炭）の燃焼による二酸化炭素濃度の上昇、フロンガスの使用によって、このままでは約40年で平均気温が1.5から5.5度も上昇し、氷河が融けて海水面が上昇し、多くの陸地が水没すると予想されている。オゾン層の破壊は太陽光の紫外線が直接地上の生物にあたり、多数の癌患者を発生させる。現在毎日3から4種の生物が減びており、まもなく1時間に1種類の生物がこの地球から姿を消すだろうと言われている。私達には、人類にその番が回って来る前に、延命の知恵を働かすことができるのかどうか問われている。

第6章 宇宙と天体

- 塾には、お粗末なものではあるが、天体望遠鏡、星座早見、プラネタリウムがある。
また、月の朔望・金星・火星・木星、夏・冬の主な星座、北極星、など肉眼で観察しておこう。

6.1 宇宙

宇宙は140億年(137億年±2億年が現在の推定値)ほど前に「ビッグバン」と呼ばれる爆発によって始まったと考えられている。それ以前のことは認識の外のことであり、「真空中の光速は不変」とすると、その広がりも140億光年以下と見ることができ、130億光年の彼方の天体も観測されている。宇宙はいまも膨張しているが、そこに含まれている全質量による互いの引力によっては、何時の日か収縮を始めるかもしれないそうだ(ずっと膨張を続けるということになりそうだ)。しかし、現在のところ全宇宙の質量の概算は計測と合致せず、質量の新たな担い手が探求されている。

$$1 \text{ 光年} = \text{光が1年間に進む距離} = \text{秒速 } 30 \text{ 万 km} \times (60 \times 60 \times 24) \times 365 \text{ 秒} = 9.46 \text{ 兆 km}$$

星は宇宙のチリのようなものが互いの重力によって引きつけられて集まったもので、密度が増加して核反応が起こり、それが燃え尽きに近づいてさらに凝集が進んだ結果、爆発を起こし、またちりぢりになっていく。

宇宙は一樣ではなく、太陽系を含む星の集団を銀河系という。宇宙はこうした銀河系が無数に散らばっていると考えられている。我々の銀河系は直径10万光年の渦巻きのような円盤状で、約2000億個の恒星が分布し、太陽系はその中心から3万光年ほど離れたところにある。

一番近い恒星ケンタウルス座のα星までの距離は4.3光年である。北極星までは400光年である。一番明るい恒星はおおいぬ座のシリウスで-1.5等星である。

恒星の色

恒星の色は恒星の表面温度で決まる。

恒星の明るさ

もっとも明るい恒星約20個を1等星、やっと見える星を6等星とし、各等級の間に2.5倍の明るさの比、1等星は6等星の $2.5^5 \approx 100$ 倍の明るさがある。

恒星の色	表面温度 (°C)	恒星
青白	15000	スピカ(乙女座)
白	10000	アルタイ(わし座)
うすい黄	7500	プロキオン(こいぬ座)
黄	6000	太陽
だいたい	4500	ポルクス(ふたご座)
赤	3000	アンタレス(さそり座)

星雲の多くは、星の誕生や星の最期の姿である。超新星の残骸である星雲のように、ガスが数千度以上に保たれるようエネルギーが供給され、ガス自体が発光している場合と、オリオン星雲の赤紫色のように近傍の星が発した光をガスの原子(水素原子)が反射した光の場合がある。

6.2 太陽系

太陽を中心とする太陽系はほぼ同時に(地球は46億年ほどの歴史をもっている)に宇宙に散らばっていた星のもととなる物質が凝縮して形成されたものと考えられており、惑星はほぼ同じ平面内を同じ方向に太陽を中心公転し、ほぼ同じ方向に自転している。太陽系には、8個の惑星、太陽に近い順に、水星、金星、地球、火星、木星、土星、天王星、海王星があり、水星と金星以外は惑星のまわりを回る何個かの衛星を持ち、火星と木星の間には小惑星、そのほか彗星(すいせい)、流星などがある。冥王星は2006年から惑星とみなされなくなった。

太陽系の全質量はほぼ太陽に集中し、その回りを惑星が公転し、惑星の回りを衛星が公転している。太陽

以外の恒星は十分遠方であるから、太陽系での天体の運動を考えると恒星は静止ししかも力を及ぼさない、見なせる。

コペルニクスは1543年地動説を発表、1610年ガリレイは自作の望遠鏡で木星の衛星や金星の満ち欠けの観測などから地動説を主張した。ケプラーはティコ・ブラーエの観測データから次のケプラーの法則を見いだした。

(1) ケプラーの第一法則

惑星は太陽を一つの焦点とする楕円軌道を描いてまわる。

(2) ケプラーの第二法則

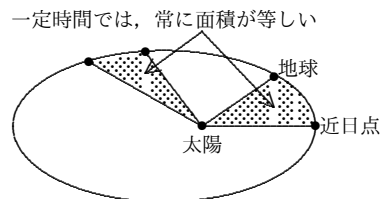
惑星と太陽を結ぶ直線は、ある一定の時間に等しい面積をおおう。

(面積速度一定)

(3) ケプラーの第三法則

惑星の公転周期 T の2乗は、太陽からの距離 r の3乗に比例する。

$$\left(\frac{r^3}{T^2} = \text{一定}\right)$$



ガリレオとニュートンはこれらを完全に説明する理論（万有引力の法則、ニュートン力学）を作り上げた。

[問題] 2006年・2007年のカレンダーによると、春分の日(3/21)から秋分の日(9/23)は186日、秋分の日(9/23)から春分の日(3/21)は179日です。日数が違う理由を述べよ。(洛南高改)

(地球の公転軌道が楕円であるから)

[補足] 面積速度が一定だから、太陽から離れたところではゆっくり、太陽の近くでは速く公転する。春分、秋分は楕円軌道で、地球の自転軸と太陽と地球を結ぶ線分(動径)が垂直なときであり、それは互いに太陽を挟んで反対の軌道上の点にある。したがって一般に春分-秋分と秋分-春分が同じ時間であることはない。

また、地球の運動の詳細は複雑で、2013年の近日点通過は1月2日、2013年の冬至は12月22日でした。公転軌道は楕円ですが、真円に近く、いろいろな要素がこうした日付に影響します。

太陽系の天体

太陽 Sun	地球から約1億5千万km(光で8分あまり)離れ、直径約140万kmで、地球の約109倍、質量は約33万倍、全太陽系の質量の99.87%を占める、気体、表面温度は約6000°C、黒点(強力な磁場によって内部のエネルギーの浮上が妨げられたところ)は約4000°Cである。中心温度は1600万°C、自転(自転軸は地球の公転面に対して約7度傾く)の周期は赤道付近で25日、極付近で31.3日。 彩層(厚さ1~1.5万km、温度1万°C、皆既日食の時赤く輝いて見える)、プロミネンス(紅炎、炎状の熱いガス、数万kmから100万kmの高さ)、コロナ(明るさは光球の100万分の1だが、100万°C以上)がある。 ときどきフレア(黒点付近の爆発的な輝き、磁気あらし、オーロラの原因)が起こる。
月 Moon	地球から約38万km(光で1.28秒、地球の直径の約30倍)離れた地球の衛星。質量は地球の $\frac{1}{81}$ 、半径は地球の約4分の1、重力は地球の6分の1、このため大気はなく、固体。(クレーターあり)、公転周期と自転周期が同じ、昼は約130°C、夜は-150°Cになる。
水星 Mercury	内惑星、地球型、自転周期は58.65日、88日で公転、昼は350°C、夜は-170°C 大きさなど月と似ている。太陽に近く、観測は困難。
金星 Venus	内惑星、地球型、自転周期は243.01日、224日で公転、二酸化炭素を中心とした厚い大気、大気圧85~90気圧、よいの明星、明けの明星、満ち欠け(公転半径 1.1×10^8 km)
地球 Earth	半径6400km、自転は公転面にたいして66.6°傾いている。平均密度5.515g/cm ³ 質量 5.9724×10^{24} kg(公転半径 1.5×10^8 km)
火星 Mars	公転周期は687日、自転軸は公転軌道にたいして65°傾き、 24時間37分で自転。大気圧は0.006気圧、極冠は氷。衛星2個 地表は赤茶け、クレーター、火山、渓谷がある。地下に大量の水がある。
小惑星 asteroid	火星と木星の間の多数の小さい星、最大のセレスでも直径1003km 日本はイトカワ(3.5×10^{10} kg)、リュウグウ(質量 4.5×10^{11} kg)を調査

木星 Jupiter	半径は地球の約 11 倍，質量約 318 倍，自転周期約 9 時間 50 分，11.86 年で公転，表面に赤道面に平行なしま模様や大赤斑がある。温度は -150°C ，衛星 16 個以上
土星 Saturn	半径は地球の約 9.5 倍，質量 95 倍，自転周期は約 10 時間 14 分，29.46 年で公転 赤道面に無数の輪 (直径 1m 以下の無数の岩石や氷，厚さ 2km 以下)，衛星 18 個以上
天王星 Uranus	半径は地球の約 4 倍，質量 14.5 倍， -200°C ，自転周期は 15 時間 36 分，公転周期 84 年 自転軸は公転面にたいして約 8° (ほとんど横倒し)，輪を持つ。衛星 15 個以上
海王星 Neptune	大きさは天王星とほぼ同じ，公転周期 146.8 年，青緑色にみえる。 -200°C 以下 衛星 8 個以上
冥王星 Pluto	1930 年に発見，公転周期 248 年，半径は地球の 0.18 倍 2006 年惑星からはずされた。
すい星 comet	非常に細長い楕円軌道のもの，放物軌道のものがある。多くは氷の固まり。 太陽の光と熱で，ガスが反対向きに押され，ほうき星とも言われる。 ハレー，ペールポップ，etc

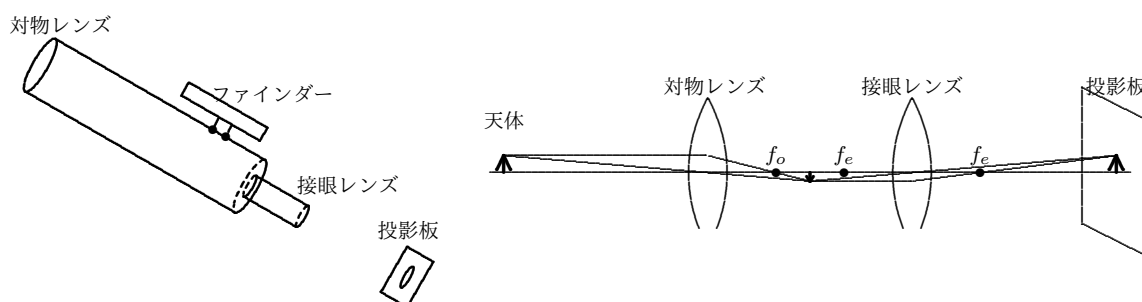
「母なる太陽」

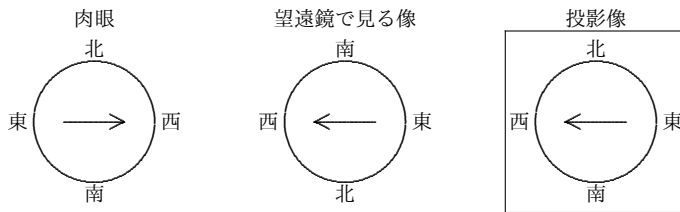
石油や天然ガス，石炭などいわゆる化石燃料や木材などの植物燃料，風や水力などの自然エネルギーもすべて太陽エネルギーに起源をもっていることはよく知っている (一部，確定していないところもある)。地球は大気圏外で太陽に正対する 1cm^2 に毎分 1.95cal の太陽光のエネルギーを太陽から受けている (この値を太陽定数という)。太陽は毎分 $5.5 \times 10^{27}\text{cal}$ のエネルギーを放射していることになる (地球と太陽の平均距離 $1.5 \times 10^8\text{km}$ から各自計算せよ。地球と太陽の平均距離は地表に水の三態が存在する絶妙な距離になっている)。このエネルギーは大気の一部は大気圏外に反射され，残りは大気に吸収されるものと，地表に達するものに分かれる。植物の光合成に利用されたり，明るく地表を照らしているのはこの最後の部分である。エネルギーはどこまでも消えることはないのだから，これらの地表に達した太陽エネルギーは最後には地球を温める熱エネルギーとなり，最終的に地球外へ放射している。エネルギーの放射は温度が高くなるほど多くなる。この放射は基本的には太陽表面が光を放射するのと同じ原理だが，太陽表面は約 6000°C ，地球表面は 15°C であるという温度のちがいのため，放射するエネルギーの質が違っている。地球では太陽からの有効なエネルギーを活力源として利用して，その有効さを消費して，有効さの少ない 15°C のエネルギーに変えてしまう。これをまた宇宙に帰すのである。したがってこのサイクルでは地球上のエネルギーは全体として変わらない。もし太陽の放射するエネルギーがたとえば大きな黒点が現れて減少したり，原爆 (火山でも) の大爆発によって塵がまいあがり，地表に達する太陽光が減少したりすると，地球平均気温は大幅に低下すると考えられている (核の冬)。また化石燃料を大量に燃焼させて大気中の二酸化炭素濃度を増大させると，地表から宇宙へ放射されるエネルギーが二酸化炭素が温室のように遮蔽して減少し，より地表の平均気温が上がりバランスがとれるようになる (地球の温暖化)。私達の地球は太陽エネルギーを絶妙なメカニズムとバランスによって住みよい環境を維持しているのである。

「太陽の黒点の観測」

天体望遠鏡は接眼レンズを通して，天体の倒立の虚像を観測する。

しかし，太陽の黒点の観測では，天体望遠鏡の接眼レンズの後方に投影板を取り付け，その上の観測用紙に投影された像をなぞる。投影板上には，太陽の，対物レンズでできた倒立の実像の，接眼レンズによる倒立の立像，すなわち 正立の実像 が投影される。太陽系は 1 つの起源を持っていることから推察されるとおり，惑星の公転や自転と同じように，太陽も北を向いて右回りに自転している。日本では，南の空に太陽を観測するから，太陽は東から西への回転となり，それに応じて黒点も移動する。東西の隅に黒点があるときは縦長の楕円に見える。各観測を模型的に描くと以下の図のようになる。ただし肉眼，望遠鏡による直接の観測ではフィルターなどを用いた光量の制限に十分注意しないと極めて危険である。



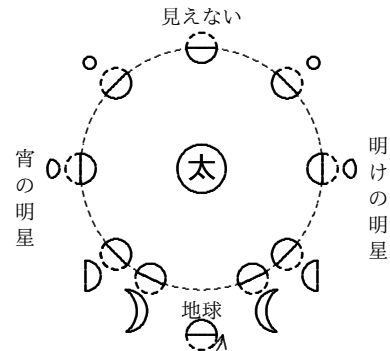


地球型惑星… 水星, 金星, 地球, 火星… 大きさや質量は小さいが, 密度は大きい。

木星型惑星… 木星, 土星, 天王星, 海王星… 大きさや質量は大きい, 密度は小さい。

内惑星… 水星, 金星… 地球の公転軌道の内側を回る, したがって, 常に太陽の方角に惑星が観測される。満ち欠けが大きく, 右図は金星を想定している。ただし, 水星は太陽に近すぎて, 皆既日食などを利用しないと観測が難しい。

外惑星… 火星, 木星, 土星… 地球の公転軌道の外側を回る。

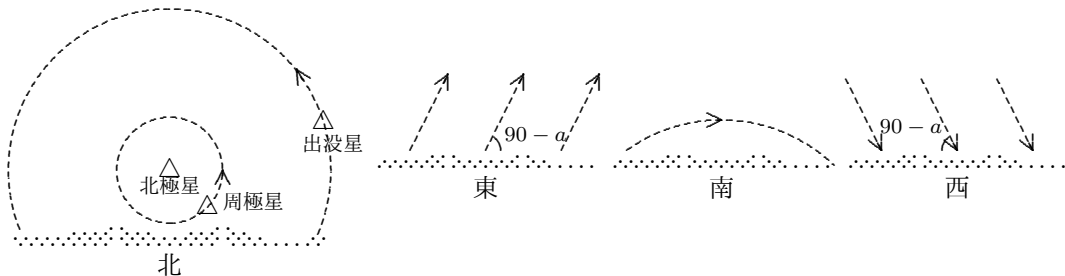


6.3 恒星, 太陽, 月の年周運動, 日周運動

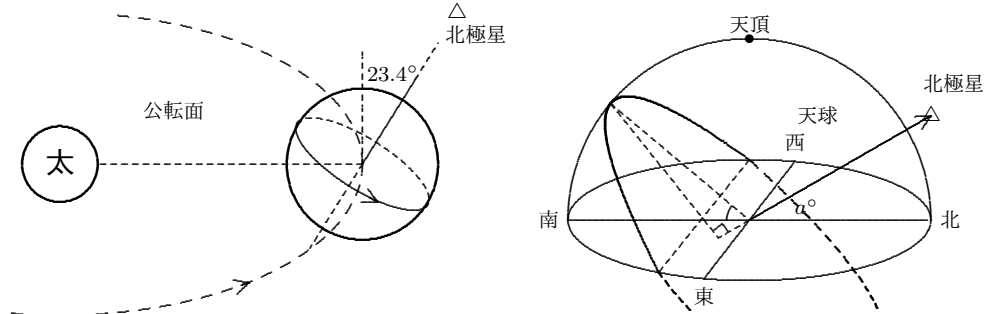
以下の幾何学的な天体の運動の記述は, 図を参考に自分で1つずつ正確にチェックしておいて欲しい。

- 1 地球の自転… 地軸の回りに24時間で 361° , 1時間で 15° , 北を向いて右回りに(西から東へ)公転する。 1° の自転は4分に相当する。地軸は公転面に対して, 23.4° 傾いている。地軸の北の方向に北極星がある。

北緯 a° の地点では, 北極星は北の方向で, 高度(地平面との角度)は一定で a° である(自分で確認しておこう)。同じ地点での観測者は北極星を常に同じ位置に観測する。他の恒星はこの自分と北極星を結ぶ軸の周りに1時間に 15° ずつ回転しているように見える。



日周運動… 地球の自転によって, 太陽や恒星は1時間に 15° 東から西に移動するように見える。

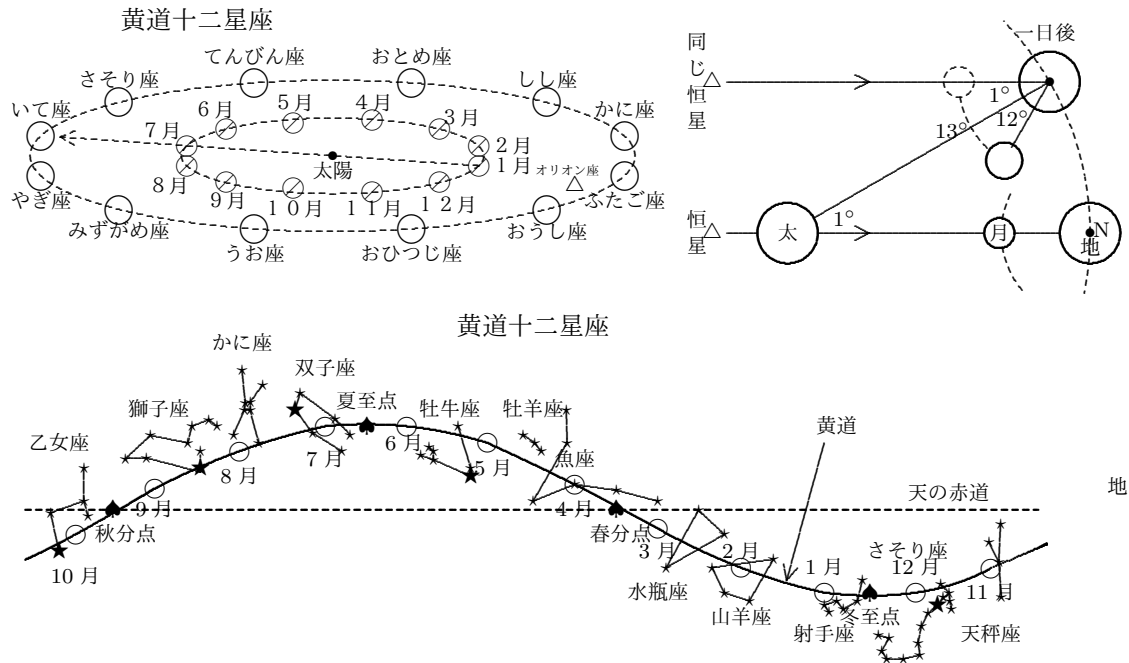


- 2 地球の太陽の回りの公転… 公転面は他の惑星とほぼ共通した平面で, 1年で 360° , 1日に約 1° , 自転と同じ向きに公転する。これによって四季で見える恒星が変化する。また, 自転軸の傾きと合わせて, 四季が現れる。

星の年周運動… 同じ時刻に見える星は, 1日に約 1° , 1ヶ月に約 30° 東から西へ移動しているように見え, 同じ位置に同じ星を見る時刻は, 1日に約4分, 1ヶ月で約2時間早くなる。

地球から見て, 天の北極も星座も固定している。地球の中心から赤道を延長した天空の線を天の赤道という。天の赤道を水平にして平面上に星座を描くと, 地球の自転軸が地球の公転面に対して, 傾い

ているため、天の赤道の上下にずれた位置にくる。星座の中を太陽が1年周期で動く軌道を黄道^{こうどう}という。日本の夏には、天の赤道から黄道は北にずれ、冬には南にずれる。黄道付近の代表的な12個の星座が黄道十二星座である。星座と太陽が地球から見て同じ方向の星座をその月の星座としているから、誕生月の星座はその月には見えないことはよく知っている。黄道十二星座の図には、通常、ここで述べたように天の赤道を水平にした図がよく用いられるが、あとの問題ででてくる黄道を水平にした(黄道座標の)図もあるから注意を要する。



球の自転の軸は固定した方向を向いているのではない。^{こま}独楽は、軸の周りを高速で回転するが、その軸自身も支点を中心にゆっくり一つの軸の周りに回転する。この軸の回転を歳差^{さいさい}運動、あるいは首振り運動という。地球はゆっくり左回りに約2.6万年の周期でこの歳差運動をしている。天の北極は北極星に固定しているのではない。したがって、季節による星座も千年の単位で見ると大きくずれてくる。星座の記述の歴史は数千年を越えており、現在とは違った天空の記録が残されている。

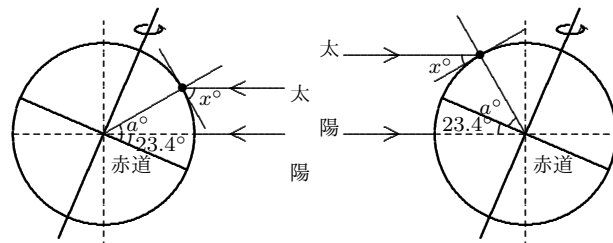
3 太陽の南中高度

北緯 a° の太陽の南中高度 x°

$$x = 90 - (a - 23.4) \dots \text{夏至}$$

$$x = 90 - (a + 23.4) \dots \text{冬至}$$

$$x = 90 - a \quad \dots \text{春分, 秋分}$$



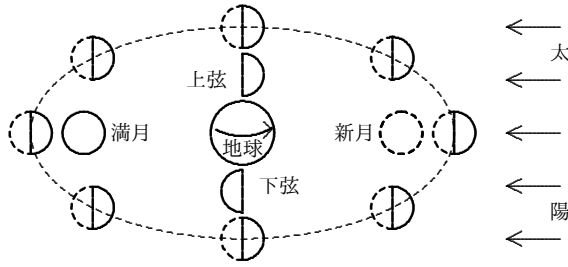
(春分, 秋分の南中高度は, 夏至, 冬至の南中高度の平均になっている。)

4 月の公転と自転

新月から次の新月までは約30日、従って、月は地球の周りを30日で390°公転するから、1日に約13°公転する。月の公転周期は約27.3日である。毎日同じ時刻で観測すると12°ずつ東へ移動して見え、30日で元の位置に戻る。

月は公転周期と自転周期が同じである、従って、地球からは同じ面を見ていることになり、月の1日は30日である。月は昼は約130°C、夜は-150°Cまでとなるが、昼と夜の間で適温のときのみに滞在可能である。

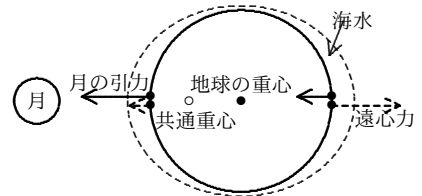
5 月の満ち欠け (朔望)



上弦の月… 宵に西の空にある月、弦は上側にある。
 下弦の月… 西の空に真昼にある月、弦は下側にある。
 月齢… 新月 (朔) の日から数えた日数のことで、約 29.53 日で一周する。月と太陽の位置によって、潮の干満 (潮汐) の大きさが決まる。新月、満月のとき、大潮となる。

新月だけでなく満月にも大潮となるしくみを初めて説明したのはニュートンと言われている。

地球と月だけの運動を考える。地球と月はその共通の重心 (月の質量は地球の質量の約 $\frac{1}{81}$ 、共通の重心は地球内部にある) の反対側にあつて、同じ角速度で回転している。地球に作用する遠心力は月に近い方では小さく、離れた方では大きい。月が地球に及ぼす引力は月に近い方が大きく、離れた方では小さくなる。したがって、月に近い方にも、月から離れた方にも海水が引かれて流れこむ。太陽の周りの地球の公転 (この場合共通の重心は太陽の中にある) も同様に考える。したがって、太陽、地球、月が一直線に並ぶとき、地球の直線上の両側の海水面の盛り上がりが最も大きくなる。この潮の干満が最も大きくなる時を大潮 という。この原理から、新月、満月のどちらも大潮となる。



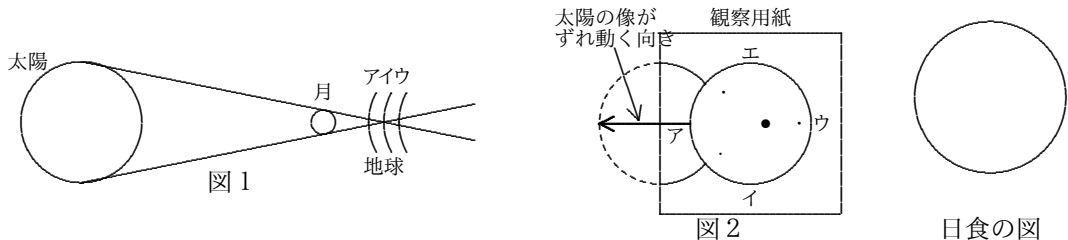
上弦 (8 日) や下弦 (23 日) の頃には、月・地球・太陽が直角に並び、太陰潮と太陽潮とが打ち消し合うため小潮となる。小潮の末期の、上弦・下弦を 1~2 日過ぎた頃 (10 日・25 日頃) には、干満の差が小潮よりもさらに小さくなり、干満の変化がゆるやかに長く続くように見える。これを長潮という。長潮を過ぎると、次第に干満の差が大きくなってゆく。この状態を「潮が返る」と言い、長潮の翌日のことを若潮という。大潮と小潮の間の期間を中潮という。

実際の満潮・干潮は、海流の慣性や、湾岸の形状など種々の要因によって変わる。潮流も複雑であるが、長年の観測によってほぼ予想できる。しかし、風向、気圧配置などの気象によっても変化する。各地の潮の干満は「潮時表」として公開されており、釣行に先立って必ず見ておかねばならない。大潮の満潮時、気象の条件によって「異常潮位」が発生し、低海拔地域の浸水などが発生することもある。

6.4 天体の運動の理解を深める問題

1 今年 (2009 年) の 7 月に九州南方のトカラ列島で皆既日食が見られる。日食や太陽について、次の問いに答えよ。(東大寺学園高)

(1) 日食の種類には皆既日食の他に金環日食などがある。図 1 は日食が起こるときの太陽・月・地球の位置関係を示している。(ただし、図の大きさや長さは実際の比を表してはいない)。皆既日食のときの地球はア~ウのどこに位置しているか。記号で答えよ。



(2) 天体望遠鏡に投影板を取り付ける方法で皆既日食の経過を観察することにした。

① 図 2 は、太陽が欠ける直前に太陽の動きを観察したときのような様子である。アとイの方位を答えよ。

② このとき、ア~エのどの方位付近から欠けていくか、記号で答えよ。

③ 欠け始めの時刻と皆既日食になる時刻のちょうど中間の時刻の太陽の形を図示せよ。ただし、欠けている部分に斜線を入れ、方位は問わないものとする。

(3) 日食のときには、特殊な装置を用いないと通常見られない現象や太陽表面上の構造が見られる。

① 皆既日食のときに観測できるものを3つ答えよ。

② 皆既日食のときだけ観測され、金環日食のときは観測されないものを1つ答えよ。

(4) 次の文章は太陽の表面のようすについて述べたものである。□には適する語や数値を答え、

□には図2のア～エより適するものを選び、記号で答えよ。

太陽を観察すると黒点がいくつか見られることがある。黒点は太陽表面の温度の低い部分で約□ a □°Cである。温度が低い原因は黒点が□ b □を持つためと考えられている。黒点を毎日観察していると太陽表面上を□ c □から□ d □へ移動していることがわかる。このことから、太陽が□ e □していることがわかり、中央付近で丸い形をしている黒点は太陽の縁へ来ると楕円形になることから太陽が□ f □であることもわかる。また、黒点が太陽表面上を一周するのに要する時間が場所により異なることから、太陽が□ g □であることもわかる。

黒点付近ではときどき大爆発(フレア)が起こり、それが地球に大きな影響を及ぼすことがある。例えば、地球上空の□ h □を乱して電波通信を妨害したり、□ i □が起こり地磁気を乱す原因になったりする。また、黒点は約□ j □年の周期で増減し、それは大きな木の年輪の幅の変化からもわかっている。

(5) 太陽は自らエネルギーを出して輝いているが、月は太陽の光を反射して輝いている。次のア～カのうち、自らエネルギーを出さず太陽の光を反射して光っているものを全て選び、記号で答えよ。

- ア. オーロラ イ. 積乱雲 ウ. 人工衛星 エ. 流星 オ. 彗星
カ. アンドロメダ大星雲

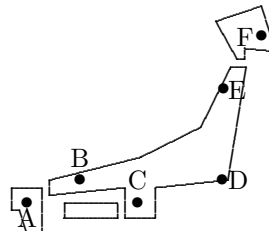
(1) ア (2)①ア. 西 イ. 南 ②ア ③



(3)①コロナ, プロミネンス, 彩層 ②コロナ (4)a.4000 b.磁気 c.ウ d.ア
e.自転 f.球形 g.気体 h.電離層 i.磁気嵐 j.11 (5)イ, ウ, オ

2 春分の日各地の観測地点で太陽の南中時刻と南中高度を測定したところ、表のような結果が得られた。

観測地点	南中時刻	南中高度
1	11時39分36秒	49.6°
2	11時39分36秒	54.8°
3	11時56分48秒	56.5°
4	12時09分12秒	54.8°



(1) 表の1～4の観測地点は、地図上のA～Fのいずれの地点と考えられるか。

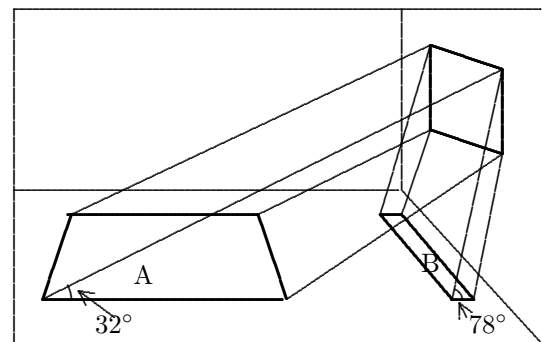
(2) この日の夜、A地点で北極星を観測したとき、その高度はいくらになるか。

(3) 地球が半径6375kmの完全な球形であると考えたとき、DE間の距離はおおよそ何kmになるか。ただし、円周率は3.14として計算せよ。

ヒント：1-E, 2-D, 3-C, 4-B

答え (1)1. E 2.D 3.C 4.B (2)33.5度 (3)578km

3 右図は、日光がよく当たる南向きの窓のある部屋の床に、太陽が真南にきたとき、日光の当たる様子を模式的に示したものである。Aは1年を通して窓から最も遠くまで日光が当たった日のものであり、Bは1年を通して窓のもっとも近くに日光が当たった日のものである。また、図中に示した角度は、A, Bそれぞれの場合の太陽の高度を示している。次の問に答えなさい。



(大阪)

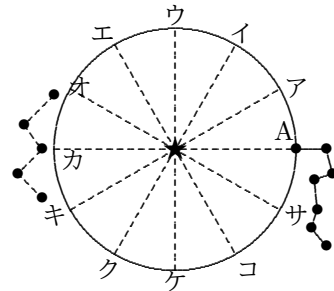
(1) 次の日のうち、昼間が最も長いのはどれか。一つ選びなさい。

- ア. Aの日 イ. Aから3ヶ月後 ウ. Bの日 エ. Bから3ヶ月後
- (2) Aの日, 太陽が昇る地平線上の位置は, つぎのどれか。1つ選べ。
- ア. 真東より北 イ. 真東 ウ. 真東より南
- (3) A, Bの太陽の高度から考えると, この部屋の位置はおよそ北緯何度か。
- ア. 約32度 イ. 約35度 ウ. 約46度 エ. 約55度 オ. 約78度
- ((1)ウ (2)ウ (3)イ)

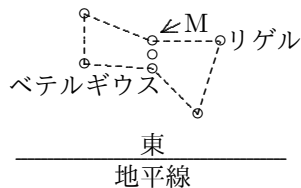
4 北の夜空を一晩中観察したり, 一年中毎日同じ時刻に観察していると, 見える星座の位置が移り変わっていく。図は, 1月20日午後9時の^{ほくとしちせい}北斗七星の位置とその中のA星の位置の移り変わる経路を示している。

図には, カシオペア座(北極星を挟んで, 北斗七星と反対の位置にある)も追加しておいた。北極星は, 高度が低い, 2等星である, などの理由で見付けにくい。通常は, 北天の北斗七星, カシオペア座のどちらかはよく見える位置にあり, それから北極星の位置を推測する。

- (1) この図の中央(★印の位置)にある星の名前を記せ。
- (2) 1月20日午後7時の北斗七星のA星の位置は, 図のア～サのどれか。
- (3) 8月20日午後9時のA星の位置は, 図のア～サのどれか。
- (4) 5月5日午後10時のA星の位置は, 図のア～サのどれか。
- ((1)北極星 (2)サ (3)キ (4)エ)



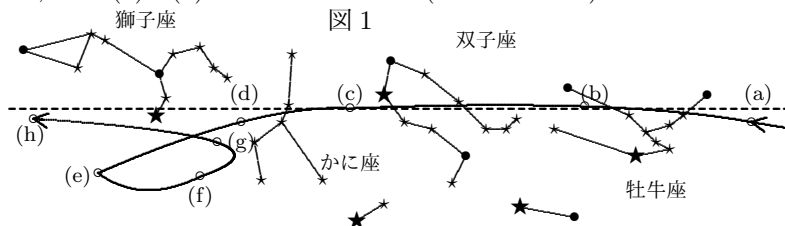
5 東経134.5°, 北緯35°の地点Pでオリオン座を観測した。右図はこの日太陽が沈んで, あたりが暗くなった頃のオリオン座をスケッチしたものである。この日の23時30分にオリオン座の恒星Mが南中した。恒星Mは常に天の赤道(地球の赤道面をのぼして天球と交わるところ)上にある。南中とは星が真南にきたときをいう。



- (1) 地点Pで恒星Mの南中高度は何度か。
- (2) この日は何月何日ごろか。ア～エから1つ選べ。
- ア. 3月21日ごろ, イ. 9月23日ごろ, ウ. 12月22日ごろ, エ. 6月22日ごろ
- (3) 恒星Mが西の地平線に没するのは翌日の何時ごろか。ア～オから1つ選べ。
- ア. 1時30分, イ. 2時30分, ウ. 3時30分, エ. 4時30分, オ. 5時30分
- (4) この日から1か月後, 地点Pでの恒星Mの南中時刻をア～エから1つ選べ。
- ア. 21時30分, イ. 22時30分, ウ. 0時30分, エ. 1時30分
- ((1)55度 (2)ウ (3)オ (4)ア)

6 惑星は, 太陽のまわりをほぼ円軌道を描きながら太陽の自転と同じ向きに公転している。また, 地球の公転軌道面とほぼ同一平面上を公転している。これらの共通点は, 太陽系の成因と関係が深いと考えられている。このように惑星自体の運動は単純であるが, 地球も運動しているため, 地球から見た惑星の運動は複雑になり, これが「惑星」の語源となっている。

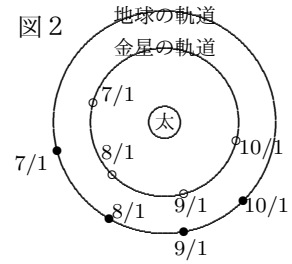
図1は, ある年の, 地球から見た金星の天球上での動きを表したもので, (a)～(h)は毎月1日の金星の位置を示している。図2は, その年の地球と金星の公転のようすを北極側から見たものである。これらについて, 次の(1)～(7)の問いに答えよ。(東大寺学園高)



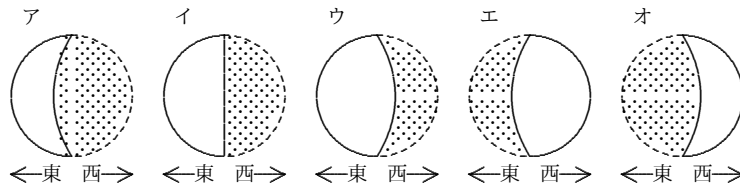
- (1) 図1の点線を何というか。その名称を答えよ。()
 (2) 10月1日、金星はいつごろ、どの方角の空に見えるか。

次のアからオから最も適当なものを1つ選び、
 記号で答えよ。()

- ア 日の出前の東の空 イ 日の出前の西の空
 ウ 真夜中の南の空 エ 日の入り後の西の空
 オ 日の入り後の東の空



- (3) 10月1日、望遠鏡で金星を見ると、どのような形に見えるか。次のアからオから最も適当なものを1つ選び、記号で答えよ。ただし、図では左側を東として、見えている部分を白く表している。()



- (4) 9月1日、金星は図1のどの位置に見えるか。(a)~(h)より1つ選び、記号で答えよ。()
 (5) 9月1日、太陽はどの星座の方向に見えるか。次のア~オから最も適当なものを1つ選び、記号で答えよ。()

- ア おうし座 イ ふたご座 ウ かに座 エ しし座 オ おとめ座

- (6) 金星は、まれに太陽の前面を通過することがあり、これを日面経過という。このときに、金星と黒点とを一緒に観測すると、それぞれどのような動きをするか。下線部に注意して、次のア~オから最も適当なものを1つ選び、記号で答えよ。()

- ア 金星も黒点も 東から西 に移動するが、移動速度は金星の方がはるかに 遅い。
 イ 金星は 西から東 に、黒点は 東から西 に移動するが、移動速度は金星の方がはるかに 速い。
 ウ 金星は 東から西 に、黒点は 西から東 に移動するが、移動速度は金星の方がはるかに 遅い。
 エ 金星も黒点も 西から東 に移動するが、移動速度は金星の方がはるかに 速い。
 オ 金星も黒点も 東から西 に移動するが、移動速度は金星の方がはるかに 速い。

- (7) 金星と太陽との距離は、地球と太陽との距離の約0.7倍である。また、金星の直径は地球の直径とほぼ等しく、太陽の直径は地球の直径の約110倍である。これらのことより、金星の日面経過が起こったとき、金星の大きさは太陽の 約何分の1 の大きさに見えるか。小数第1位を四捨五入して整数で答えよ。(分の1)

- (6) 地球から見た太陽の黒点の動き

$$\frac{1.4 \times 10^6 \pi}{25} = 2.8 \times 10^4 \times 2\pi (\text{km/日})$$

地球から見た金星の太陽面での影の動き

$$\left(\frac{1.1 \times 10^8 \times 2\pi}{224} - \frac{1.5 \times 10^8 \times 2\pi}{360} \right) \times \frac{1}{0.3} = 2.3 \times 10^5 \times 2\pi (\text{km/日})$$

- (7) 金星の大きさ

$$\frac{1 \times \frac{10}{3}}{110} = \frac{1}{33}$$

- (1) 黄道 (2) ア (3) ア (4) (f) (5) エ (6) オ (7) 約33(分の1)

7 次の文章を読み、後の問いに答えなさい。(16 立命館宇治高)

今から約46億年前、宇宙空間に漂うガスやちり(これらをまとめて星間物質という)が回転しながら集まって原始的な太陽系ができ始めた。星間物質のほとんどを占める水素とヘリウムの大部分は、回転の中心に集まって太陽となった。残りの星間物質は太陽の周囲を回転する円盤の形に集まり、微惑星と呼ばれる小さな星がたくさんできた。その後、微惑星が衝突や合体を繰り返して次第に大きくなり、地球や他の惑星が作られた。

地球型惑星は同じ時期に作られたが、現在のところ、生命の存在が確認されているのは地球だけである。地球の生命の誕生と進化には液体の水が必要不可欠である。水の性質と表1に示した惑星の大気圧と地表面の平均温度のデータを合わせて考えると、金星は温度と大気圧がとても高いため、

気体の水しか持つことができず、火星は温度と大気圧がとても低いため、固体か気体の水しか持つことができない。

表1 金星・地球・火星の特徴

	太陽からの平均距離	赤道半径	惑星の質量	重力の大きさ	大気圧	地球表面の平均温度 (°C)
金星	0.72	0.95	0.82	0.91	92	464
地球	1	1	1	1	1	15
火星	1.52	0.53	0.11	0.38	0.008	-63

(地球表面の平均温度以外の値は、地球を1とした値である)

表2 金星・地球・火星の大気に含まれる主な成分の割合 (%)

	窒素	酸素	二酸化炭素	水蒸気
金星	3.5	0.007	96.5	0.002
地球	78.1	21.0	0.04	約1(変化する)
火星	2.7	0.13	95.3	0.03

- (1) 地球型惑星の特徴を答えなさい。
- (2) 表1, 表2に含まれていない地球型惑星の名前を漢字で書きなさい。
- (3) 地球と比較して、火星の半径が0.5倍、質量が0.1倍とすると、火星の密度は地球の何倍ですか。
- (4) 火星の大気圧は地球と比べてとても小さく、火星の大気がとても少ないことがわかります。地球型惑星はどれも同じ時期に同じように作られたにもかかわらず、火星の大気が地球と比べてとても少ないのはなぜだと考えられますか。表1をふまえて説明しなさい。
- (5) 火星は地球よりも太陽から遠いため、太陽から受ける1m²当たりの光のエネルギーが少なく、火星表面温度が地球より低い原因のひとつになっています。太陽と火星との距離が、太陽と地球との距離の1.5倍であるとすると、火星が太陽から受ける1m²当たりの光のエネルギーは、地球の何倍になると考えられますか。分数で答えなさい。
- (6) 金星の表面温度がとても高いことは、金星が地球よりも太陽に近いために、より多くの光エネルギーを受けるといっただけでは説明できません。このほかに、どのような理由が考えられますか。表1, 2を踏まえて説明しなさい。
- (7) 地球ができた当時の大気には、たくさんの二酸化炭素が含まれていたと考えられます。現在の地球の大気に含まれる二酸化炭素が、火星や金星よりも少ない理由を2つ、他の惑星にはない地球の特徴と、二酸化炭素の性質をむまえて、説明しなさい。
 - (1) 主に岩石できている。(密度が大きい) (2) 水星 (3)0.8倍 (4) 重力が小さく、大気をとどめておけない。
 - (5) $\frac{4}{9}$ 倍 (6) 大気中の二酸化炭素が多く、温室効果が大きいから。
 - (7) 海があり、二酸化炭素が海水に溶けたから。植物の光合成によって二酸化炭素が消費されたから